N° d'ORDRE : 01/2013-D/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIUQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »
FACULTE DE PHYSIQUE

THÈSE

Présentée pour l'obtention du grade de DOCTORAT

En : PHYSIQUE

Spécialité : Physique des Plasmas

Par : DAIFFALLAH Khalil

Sujet

MODELISATION DE LA PROPAGATION DES ONDES MHD DANS LA COUCHE DE CONVECTION ET LA COURONNE SOLAIRE

Soutenue publiquement le 15/01/2013, devant le jury composé de :

Mr	T. H. ZERGUINI	Professeur, à l'USTHB	Président
Mr	A. BENDIB	Professeur, à l'USTHB	Directeur de Thèse
Mr	T. ABDELATIF	Directeur de Recherche, au CRAAG	Co-directeur de Thèse
Mr	A. BOULDJEDRI	Professeur, à l'U.Batna	Examinateur
Mr	T. MOSTEFAOUI	Maitre de Conférences/A, à l'U.Béjaia	Examinateur
Mr	F. MOTTEZ	Chargé de Recherche, à l'Obs.Paris	Examinateur

Remerciements

Je souhaite remercier tout d'abord mes deux directeurs de thèse. Dr Toufik Abdelatif du CRAAG, pour son soutien indéfectible et constant, sa disponibilité et ses précieux conseils qui ont guidé mes premiers pas dans la recherche scientifique. Prof Abderrezeg Bendib de l'USTHB, pour la confiance qu'il me témoigne, les critiques constructives et ses nombreuses connaissances lors de nos nombreuses discussions durant ces quatre années.

Je suis très reconnaissant au Prof Taha Houssine Zerguini de l'USTHB qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être président de mon jury de thèse, je lui exprime ma profonde gratitude. Mes vifs remerciements vont également au Dr Toufik Mostefaoui de l'université de Béjaia et au Prof Abdelhamid Bouldjedri de l'université de Batna pour avoir accepté de faire partie du jury.

Mes remerciements s'adressent aussi au Dr Fabrice Mottez du laboratoire LUTh à l'observatoire de Paris-Meudon. Il m'a fait découvrir sous un angle passionnant la physique des plasmas. Son code numérique est un outil formidable.

J'associe à ces remerciements le Dr Robert Cameron et le Prof Laurent Gizon du Max Planck Institue for Solar System Research en Allemagne, pour l'expérience très riche que j'ai acquis dans le domaine de la simulation numérique. Leurs commentaires et leur apport scientifique m'ont été très précieux.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à mon ami et collègue Mecheri Redouane pour son aide précieuse durant mon séjour en Allemagne, sans oublier le soutien de Yacine Saidi et Bourouaine Sofiane.

Je voudrais aussi remercier chaleureusement tous mes collègues du CRAAG et toutes les personnes qui m'ont aidé dans cette longue route, notamment, Nassim Seghouani du CRAAG ainsi que ma collègue de bureau Zouleikha Mohamed Sahnoun.

Enfin, j'adresse toute mon affection à ma famille, ma tante, mes frères et sœurs qui m'ont toujours encouragé et supporté moralement, en particulier mes parents, leur soutien, leur confiance, leur tendresse, leur amour me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

Contents

Part I

Modélisation de la propagation des ondes dans la couche de convection solaire

Résumé

I-Modélisation de la propagation des ondes dans la couche de convection solaire

Nous avons contribué au développement d'un code MHD de simulation numérique en trois dimensions (SLiM) qui fait propager des ondes linéaires à travers une atmosphère solaire stratifiée et inhomogène. Les inhomogénéités peuvent inclure des champs magnétiques, des écoulements de vitesse,..etc. Le but est de pouvoir déterminer les caractéristiques de ces inhomogénéités à partir des oscillations qui sont obsevées à la surface solaire.

Le code étant validé, nous avons effectué une série de simulations numériques de la propagation d'une onde de gravité surfacique (mode-f) à travers un tube de flux magnétique vertical de différentes tailles dans la couche convective solaire. Nous avons montré que l'interaction du mode-f avec le tube magnétique excite les modes du tube. Pour un tube de taille petite par rapport à la longueur d'onde du mode-f, c'est principalement le mode transversal (m=± 1) qui est excité. Pour un tube de taille moyenne, le mode transversal (m=± 1) et le mode longitudinal (m=0) sont excités. Pour un tube plus large, des modes avec des ordres m élevés sont excités. Une partie de ces oscillations est convertie en mode magnétique s qui se propage le long des lignes du champ.

Afin de pouvoir distinguer entre un modèle monolithique et un modèle fibreux d'une tache solaire, nous avons simulé la propagation du mode-f à travers un couple de petits tubes magnétiques identiques (rayon R=200 km). Les tubes sont disposés horizontalement ou verticalement par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente. En variant la distance d qui sépare les deux tubes, nous avons montré que le couple horizontal compact (d/R=2) oscille comme un seul bloc au passage de l'onde incidente, ce qui donne une amplitude de diffusion maximum de l'ordre de deux fois l'amplitude d'un tube individuel. Cette amplitude diminue avec l'augmentation de d. Lorsque d n'est pas très supérieure à la longueur d'onde du paquet incident, les tubes commencent à osciller individuellement par rapport à l'oscillation globale du couple. Dans ce cas, les différentes phases des ondes diffusées par les deux tubes commencent à s'influencer dans le champ lointain pour donner naissance à une diffusion cohérente, ce qui permet à l'amplitude de diffusion d'augmenter à nouveau jusqu'à une valeur légèrement inférieure à celle du couple compact. Pour le couple vertical, les tubes vont osciller dans la direction y simultanément et indépendamment de la longueur d'onde du paquet incident.

Mots clés : Héliosismologie locale, ondes, champ magnétique, taches solaires, tubes magnétiques, magnétohydrodynamique, simulations numériques.

1 Introduction générale

1.1 Le Soleil

Le Soleil est une énorme sphère de plasma dont le diamètre moyen est de 1 392 000 km. Cette étoile de taille moyenne qui est la plus proche de la Terre est structurée sous forme de couches concentriques maintenues par la force de gravitation.

La figure 1.1 reflète notre compréhension actuelle de la structure solaire.

On peut y remarquer plusieurs zones : **Le coeur** au centre qui s'étend sur 25% en rayon solaire où siègent les réactions nucléaires qui alimentent le Soleil en énergie. Cette énergie est transportée vers l'extérieur par rayonnement à partir d'absorption et re-émission de photons. C'est **la zone radiative** qui assure ce transfert. Cette couche s'étend jusquà 70% en rayon solaire et contient 98% de la masse totale.

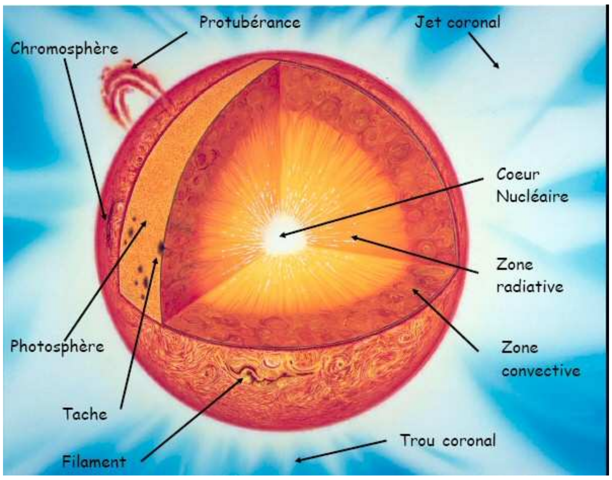


Figure 1.1: La structure du Soleil formée à l'intérieur par le noyau au centre, la zone radiative, la zone de convection. A l'extérieur on y trouve la surface qui est formée par la photosphère ainsi que des structures telles que les taches solaires, des filaments,..etc. L'atmosphère solaire est formée par la chromosphère et la couronne.

Au sommet de cette région, la température peut atteindre 2 millions de degré Celsius. Cette température est suffisamment " froide" pour permettre aux ions les plus lourds (tels que le carbone, l'azote, l'oxygène, le calcium, et le fer) de tenir certains de leurs électrons. Ceci rend la matière plus opaque de sorte qu'il soit difficile que le rayonnement passe à travers. Cette chaleur emprisonnée rend le fluide instable et convectif, ce qui permet finalement à **la zone convective** de prendre le relais pour le transport de l'énergie vers l'extérieur par des courants de fluides sous la forme de cellules convectives de tailles variables qui remontent rapidement à la surface (granulations solaires). Cette couche s'étend jusqu'à environ 130 000 km de profondeur. Au sommet de la couche de convection s'étale l'atmosphère solaire qui se compose de la photosphère, la chromosphère, la zone de transition et enfin la couronne.

La surface solaire est très variable et inhomogène, signe d'une intense turbulence et activité magnétique (taches solaires, protubérences,...), elle est plus dynamique que la structure interne. **La photosphère** est la couche solaire que nous appercevrons à l'oeil nu, très fine couche, visible en lumière blanche et transparente au rayonnement. La température peut atteindre 6000 K. La surface est composée de granulations solaires dont le diamètre peut atteindre 1000 km avec une durée de vie moyenne de 10 minutes. **Les**

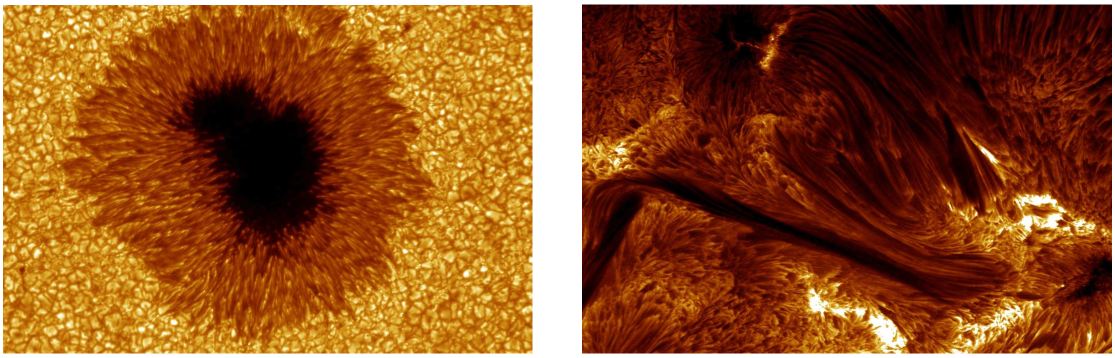


Figure 1.2: Images de haute résolution prisent par le Swedish Solar Telescope (SST) de 1 m de diamètre. La figure à gauche montre une tache solaire régulière (03 Jul 2003) prise dans la longueur d'onde de la raie spectrale Fe I. L'ombre correspond à la zone la plus sombre, la structure en filaments est la pénombre. Les granulations photosphériques sont bien visibles autour de la tache. La figure à droite montre une image en H_α de la région active AR 9575 dans la chromosphère (22 Août 2003). On peut distinguer les spicules qui apparaissent comme des petites structures noires, des filaments ainsi que des boucles magnétiques. (Crédit: Swedish Solar Telescope SST)

taches solaires sont des structures qui sont visibles également dans la photosphère, ces dernières sont des régions de forte concentration de champ magnétique. Une tache est formée de deux régions concentriques bien distinctes: l'ombre au centre et la pénombre à la périphérie (Figure 1.2 à gauche). Cette dernière est constituée de filaments alors que l'ombre a une structure quasi-uniforme. Les taches observées ont des rayons compris entre 1800 et 25 000 km. Le champ magnétique de l'ordre de 3000 G au centre décroit à 1000 G à l'extérieur. Leur durée de vie est de 2 à 3 rotations solaires maximum (la pÃľriode de rotation Ãľquatoriale moyenne du Soleil est de 26 jours).

La chromosphère se trouve à environ 10 000 km au dessus de la photosphère. Elle se compose d'un gaz très raréfié, 1000 fois moins dense que la photosphère. Sa température peut atteindre 1 million de degrés dans les couches les plus élevées. C'est dans la raie de l'hydrogène alpha H_α qu'on observe le plus de structures dynamiques: des supergranulations avec une dimension de l'ordre de 30000 km, des plages autour des taches, des éruptions, des filaments, des protubérances, des spicules (Figure 1.2 à droite). **La zone de transition** est une couche très fine et très irrégulière de l'atmosphère solaire juste au dessus de la chromosphère. La lumière émise par la zone de transition est dominée par l'émission en ultraviolet des ions C IV, O IV, et Si IV. La température change brusquement de la chromosphère à la couronne solaire à travers cette zone et passe brutalement de 20 000 K à 2 millions K. **La couronne solaire** est une région très chaude visible lors des éclipses totales du Soleil sous forme d'un halo lumineux (Figure 1.3 à gauche), composée de gaz très raréfié d'une densité environ 10^{-12} fois la densité de la photosphère avec une température qui peut atteindre quelques millions de kelvin. Le mécanisme de chauffage de la couronne est encore un sujet d'actualité en physique solaire.

Le plasma chaud de la couronne émet des ondes radio ainsi que des rayonnements dans tout le spectre, en particulier dans les rayons X et les ultraviolets. Ces caractéristiques témoignent d'une activité magnétique très intense et dominante et d'une région très contrastée en densité et température. Les observations de la couronne ont révélé

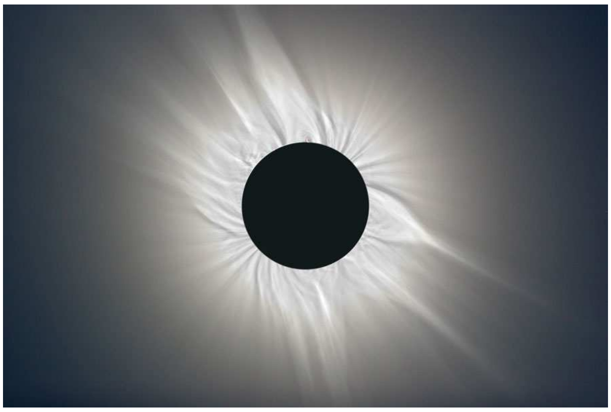
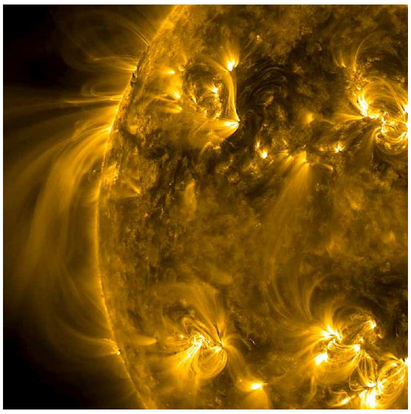



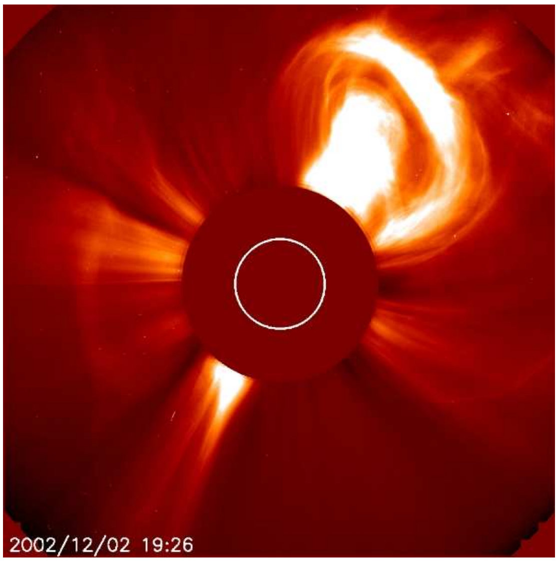
Figure 1.3: L'image à gauche montre la couronne solaire lors d'une éclipse totale du Soleil en Mars 2006. On peut bien distinguer les jets coronnaux sous forme de jets lumineux. A droite est une image à haute résolution dans l'ultraviolet extrème prise par l'observatoire spatiale Solar Dynamique Observatory (SDO) qui montre plusieurs régions actives qui émergent de la surface et s'étendent vers la couronne solaire sous forme de boucles magnétiques, protubérances,..ce qui témoigne de la compléxité de la structure et la dynamique de la couronne. (Crédit: Koen van Gorp à gauche et SDO/NASA à droite)

l'existence de plusieurs structures telles que des boucles magnétiques, des protubérances, des jets ainsi que des trous coronnaux (Figure 1.3). Les trous coronnaux sont des régions où le champ magnétique est relativement faible et ouvert permettant ainsi au vent solaire rapide de s'échapper.

Le vent solaire est l'ensemble des particules chargées émises par le Soleil. La composante rapide du vent solaire (800 km/s) est émise à travers les trous coronnaux alors que la composante lente (300 km/s) est émise à travers les jets coronnaux. L'interaction de ces vents avec la Terre donne naissance aux orages magnétiques qui se manifestent dans la magnétosphère terrestre. La haute température de la couronne fait que même la force de gravité ne permet pas de retenir ces particules qui s'échapent du Soleil. Cependant, l'origine de la composante rapide est encore une source de nombreux débats. Cette question est reliée notamment à la problématique du chauffage de la couronne.

1.2 Activité solaire

On définit l'activité solaire comme étant l'ensemble des phénomènes liés au champ magnétique solaire. L'existence de ce champ fut suggéré à la fin du XIX ème siècle par Bigelow et Schuster qui observaient la structure filamentaire de la couronne qui rappelle la forme des lignes du champ magnétique. En 1908, George Hale démontra la présence du champ magnétique à partir de l'observation du dédoublement des raies spectrales dans le spectre solaire (effet Zeeman). L'écoulement des plasmas chauds à la surface ou à l'intérieur du Soleil contribue d'une manière ou d'une autre à la production du champ magnétique du Soleil. Le champ global ressemble au champ dipolaire, mais en réalité il est plus complexe à cause de la forte distorsion qu'il subit par l'action conjuguée des mouvements convectifs et de la rotation différentielle. Ce champ magnétique distordu



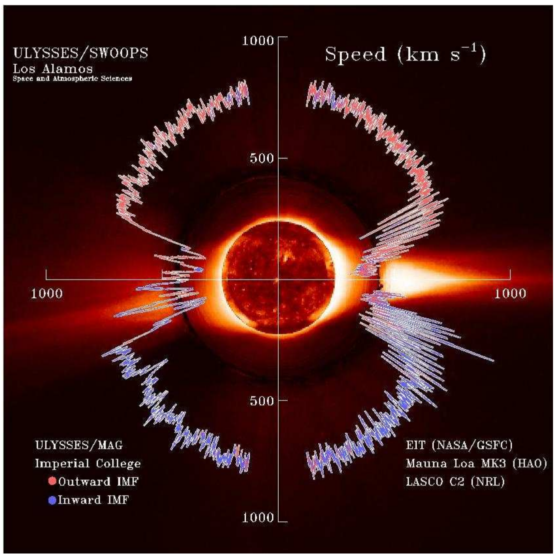


Figure 1.4: A gauche une image de l'instrument LASCO C2 du télescope spatiale SOHO qui montre plusieurs jets coronnaux ainsi qu'une énorme éjection de masse coronale (CME) sous la forme de " bulles" magnétiques qui renforcent le vent solaire et qui sont formées par un processus de reconnexion magnétique. La figure à droite montre les vitesses d'échappement du vent solaire, mesurées par la sonde spatiale Ulysse, en fonction de la latitude du Soleil en période de minimum d'activité solaire. La distingtion entre vent rapide et lent est visible au niveau de la latitude ± 15°. (Crédit: SOHO/LASCO-C2 ESA/NASA à gauche et ESA/ULYSSE à droite)

peut émerger à la surface et donner naissance à deux taches solaires de polarités opposées. Il existe aussi des champs magnétiques plus faibles, répartis de façon non uniforme sur la surface solaire. Le problème de la dynamo solaire consiste à démontrer la compatibilité entre le processus de la formation du champ magnétique à grande échelle et les observations du cycle solaire. Ainsi, les taches solaires sont l'une des sources principales de l'activité solaire. L'étude des taches a permis de mettre en évidence un cycle qui s'étend sur une période d'environ 11 ans : le cycle des taches solaires; chaque 11 ans, on observe un maximum de nombre de taches sur la surface solaire. La même polarité se conserve durant tout un cycle et s'inverse au cycle suivant, ce n'est qu'après deux cycles, c'est à dire après 22 ans environ, que des polarités identiques se retrouvent, on peut considéré donc que le cycle des taches solaires est en réalité de 22 ans environ. Les observations ont montré aussi que la position des taches solaires varie de la latitude 35° jusqu à l'équateur durant le cycle.

1.2.1 Manifestations de l'activité magnétique à la surface

Le champ magnétique solaire se manifeste des plus petites échelles aux plus grandes. A la surface, les structures magnétiques apparaissent noires (taches ou pores) ou brillantes (facules). Le champ magnétique prend naissance sous la forme de tubes de flux magnétique avec des intensités qui varient de 1 à 3 kG. La répartition du champ magnétique en surface est déterminée par les mouvements convectifs du fluide dans les cellules de supergranulations. Ces mouvements concentrent les lignes de forces aux bords des cellules.

Dans un tube cylindrique en équilibre de pression avec le milieu extérieur non magnétique, on a l'égalité $p_e = p_i + B^2/(2\mu_0)$. $B^2/(2\mu_0)$ étant la pression magnétique. Le résultat est que la pression gazeuse à l'intérieur du tube magnétique est inférieure à la pression gazeuse du plasma dans lequel ce tube est immergé, ainsi, l'apparition des champs magnétiques dans la photosphère résulte de la poussée d'Archimède du plasma sur les tubes de force. Le temps mis par le tube pour atteindre la surface est d'autant plus court que le champ magnétique est plus élevé, il dépend aussi de la profondeur à laquelle le tube a été formé. Les temps d'ascension varient, selon les auteurs, entre deux mois et dix ans. Lorsque le tube émerge à la surface, il peut former des taches noires si le champ magnétique est assez fort pour bloquer la convection, sinon il donne naissance à des petites structures brillantes.

Déterminer la structure du champ magnétique à l'intérieur du Soleil ainsi que le champ de vitesse subphotosphérique des taches solaires et des supergranulations est très important pour comprendre l'origine et la dynamique de ces structures et prédire par la suite d'éventuelles éjections de masse coronale CMEs ou éruptions solaires qui peuvent avoir un impact sur la Terre. Les processus de réchauffement de la couronne sont aussi intimement liés aux structures locales du champ magnétique qui émergent de la surface solaire. Les écoulements de vitesse à grande échelle à l'intérieur du Soleil sont à la base de la compréhension de la dynamo solaire. En outre, Le Soleil est la seule étoile qu'on peut observer et étudier en détails. Notre étoile est une étoile typique qui est située dans la séquence principale du diagramme H-R, par conséquent, toute les informations qu'on apprend du Soleil comme l'abondance des éléments, la température et la pression, l'épaisseur de la zone de convection et la zone radiative, le profile du flux méridional et rotationnel, l'évolution du magnétisme, etc, sont cruciales pour comprendre les autres étoiles de la séquence principale et vérifier les modèles stellaires. Cependant, ces propriétés internes qui ne sont pas accéssibles par l'observation directe ne sont accessibles que par **l'heliosismologie**. Ainsi, cette discipline est l'unique moyen pour sonder l'intérieur de notre étoile et résoudre une partie des énigmes posées par la physique solaire (Zhao 2004).

Dans ce qui suit, on va introduire l'héliosismolgie globale puis locale et présenter les résultats les plus importants obtenus par cette technique.

1.3 L'héliosismologie globale

Les oscillations solaires de 5 minutes ont été observées pour la première fois par Leighton et al. (1962). Ces auteurs ont remarqué une variation périodique quasi-sinusoidale de 3 à 8 minutes au niveau de la surface solaire avec une amplitude de 1000 m/s environ. Dix ans après, ces oscillations ont été interprétées comme étant une manifestation d'ondes acoustiques qui sont piégées au dessous de la photosphère et sont la conséquence de la superposition d'un grand nombre d'oscillations élémentaires ou **modes normaux d'oscillations** (Ulrich 1970, Leibacher & Stein 1971). Deubner (1975) a confirmé cette hypothèse plus tard en établissant par l'observation d'une relation entre la période et la longueur d'onde de chacun de ces modes d'une part, et la vitesse du son à l'intérieur du Soleil d'une autre part, ce qui permet de sonder les propriétés de l'intérieur du Soleil, comme la vitesse de rotation interne (Duvall et al. 1984) et la vitesse de variation du son (Christensen-Dalsgaard

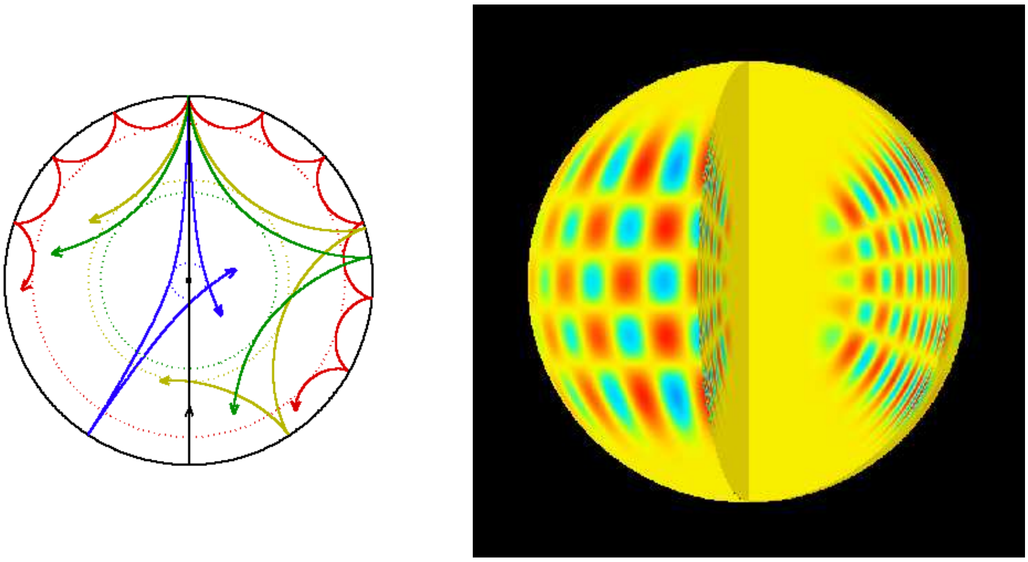


Figure 1.5: La figure à gauche montre un diagramme du rayon de ray pour différentes ondes acoustiques mode-p à l'intérieur du Soleil. Ces ondes sont réfléchies à la surface à cause du décroissement de la densité. La vitesse du son augmente avec la profondeur ce qui fait courber le rayon de ray à l'intérieur. L'angle avec lequel l'onde est réfléchie détermine le degré de pénétration de cette dernière. La figure à droite montre la résonance d'une onde acoustique à l'intérieur du Soleil (simulation). Les modes propres sont définit par les trois nombres n, l, m. Dans cette image, le nombre radial n = 14, le nombre angulaire l = 20, et le nombre azitumal m= 16. La fréquence de ce mode est déterminée à partir des données de l'instrument MDI/SOHO qui est de 2935.88 +/- 0.2 μHz

et al. 1985). Ceci marque le début de **l'heliosismologie globale**.

L'intérieur du Soleil semble parcouru par deux modes d'oscillations différents:

- Les modes de gravité interne ou mode-g dont la force de rappel est celle de la poussée d'Archimède, attribué à des ondes de gravité qui occuperaient selon la théorie, la zone radiative, mais qui n'ont pas encore été observées.

- Les modes de pression ou le mode-p acoustique, il correspond aux oscillations de 5 minutes qui sont bien visibles au niveau de la surface.

Les modes-f sont des ondes de gravité surfacique qui sont observées à la surface du Soleil mais avec des images de haute résolution. La force de rappel dans ce cas est la gravité.

Les modes normaux d'oscillation

Le Soleil est une énorme cavité résonante pour les ondes acoustiques; la température augmente avec la profondeur, ce qui accroît la vitesse du son, par conséquent, les ondes qui se propagent vers l'intérieur depuis la surface seront réfractées horizontalement et vont revenir à la surface. A la surface elles seront de nouveau réfléchis à cause de la diminution brutale de la densité. Le chemin parcouru par l'onde est appelé communément le rayon de ray (Figure 1.5 à gauche). Les oscillations à la surface du Soleil sont mesurées le long de la ligne de visée à partir du décalage Doppler des raies d'absorption du spectre solaire et aussi à partir de la variation d'intensité d'une raie spectrale. Une façon de représenter ces oscillations est de les écrire comme une somme d'ondes stationnaires où le signal observé au point (r, θ, ϕ) à l'instant t est donné par (Giles 1999)

$$f(r, \theta, \phi, t) = \sum_{nlm} a_{nlm} \xi_{nlm}(r, \theta, \phi) \exp(i[\omega_{nlm} t + \alpha_{nlm}]). \tag{1.1}$$

Les trois nombres entiers n, l, m désignent chaque mode et sont le nombre radial, le nombre angulaire et le nombre azimutal respectivement. Pour chaque mode, a_{nlm} est l'amplitude, ω_{nlm} est la fréquence propre et α_{nlm} est la phase. La fonction propre spatiale est dénotée ξ_{nlm} pour chaque mode. Pour une symétrie sphérique, les fonctions propres peuvent être séparées en une fonction propre radiale ξ_{nl} et une fonction angulaire qui est l'harmonique sphérique Y_{lm}

$$\xi_{nlm}(r, \theta, \phi) = \xi_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi). \tag{1.2}$$

La surface peut se décomposer en une somme d'harmoniques sphériques pour chaque instant d'observation (Figure 1.5 à droite)

La puissance du spectre du signal acoustique montre des pics de résonance pour des fréquences temporelles particulières pour chaque paire (n, l). Ces pics identifient les fréquences propres ω_{nlm} des modes normaux qui seront utilisés par la suite pour sonder l'intérieur du Soleil. La procédure basique est d'identifier les fréquences propres pour les différents modes normaux et après inverser ces mesures pour une propriété particulière à l'intérieur du Soleil comme la vitesse du son (Giles 1999).

Les succés de l'héliosismologie globale sont nombreux. Par exemple cette méthode a révélé que la zone radiative semble tourner rapidement comme un solide sans rotation différentielle, ce qui laisse à penser qu'il existe une région de transition entre cette zone et la zone convective, sous forme d'une discontinuité située à 0.69 rayon solaire, **la tachocline**. Cette région n'a pas encore été observée, mais elle semble être la clef de la dynamo solaire. Cependant, l'héliosismologie globale ne peut pas répondre à toutes les questions qui restent posées. Cette méthode est utilisée pour déterminer les propriétés internes du Soleil en fonction du rayon et pour une latitude fixe, donc elle fournit des informations en deux dimensions, alors que **l'héliosismologie locale** est capable de sonder l'intérieur du Soleil en trois dimensions. Ceci est très important pour l'étude de l'activité solaire qui est vue à travers la dynamique des structures magnétiques visibles à la surface solaire comme les taches solaires, les plages,...

L'héliosismologie locale est utilisée également pour mesurer les champs de vitesse comme pour les supergranulations, mais aussi les inhomogénéités de température et de densité (Gizon et al. 2010).

1.4 L'héliosismologie locale

L'héliosismologie locale englobe diverses méthodes d'analyse des données (Gizon 2003, Gizon & Birch 2005, Gizon et al. 2010):

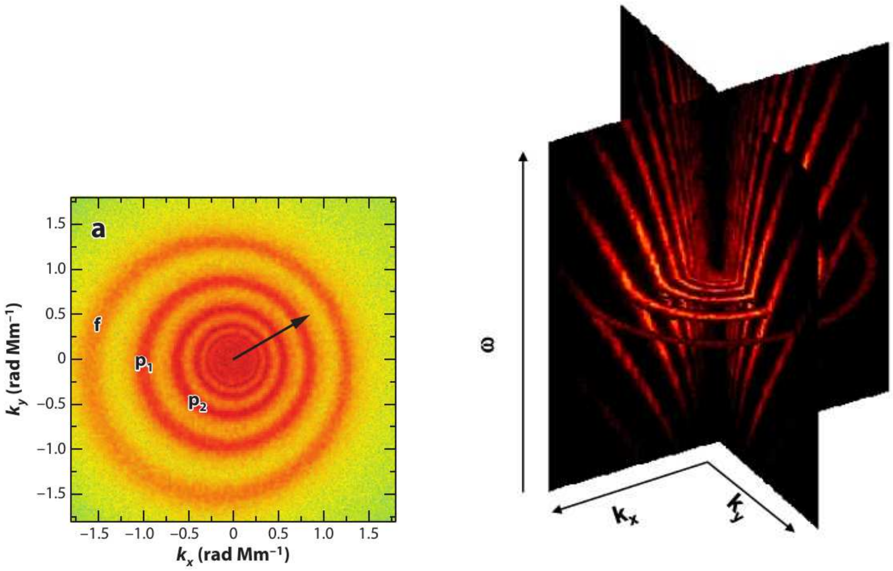


Figure 1.6: A gauche une coupe à une fréquence constante 3.1 mHz à travers le diagramme en trois dimensions du spectre de puissance qui est à droite. La flèche noire indique la direction du flux de vitesse. Les différents anneaux correspondent aux différents modes d'oscillation (nombre radial n). Les anneaux avec un large k sont les plus influencés par le flux de vitesse par rapport à ceux avec un k petit.

1.4.1 L'analyse ring-diagram

Proposée par Gough & Toomre (1983), Hill (1988), cette méthode est inspirée directement de l'héliosismologie globale. Elle consiste à mesurer les fréquences locales des oscillations en analysant une petite portion de la surface solaire. Ainsi, dans le domaine Fourier (ω, k_x, k_y), les modes de fréquences vont changer avec le champ de vitesse local à travers l'advection des ondes (Figure 1.6). Cette méthode est numériquement efficace et elle a donné des résultats importants, notamment la carte des champs de vitesse interne et autour des zones actives à la surface solaire (Haber et al. 2000). Elle permet de sonder jusqu'à 30 Mm du sommet de la couche de convection. Une carte en trois dimensions peut être obtenue par la suite en combinant les portions d'espace avoisinantes. Cette mêthode est utilisée également pour étudier les variations locales des fréquences acoustiques notamment dans les régions actives (Rajaguru et al. 2001), mais avec une faible résolution spatiale.

1.4.2 L'analyse Fourier-Hankel

L'analyse Fourier-Hankel est un outil important pour étudier le champ d'onde autour des taches solaires. En particulier cette méthode a été utilisée pour étudier l'absorption des modes-p par les régions actives (Braun et al. 1987, Bogdan et al. 1993, Braun 1995). Cette analyse est réalisée en utilisant les coordonnées cylindriques dont le point d'origine est situé au centre de la tache solaire. Le champ d'onde observé dans une région annulaire autour de la tache solaire est décomposé en composantes entrantes et sortantes en utilisant la transformée de Fourier-Hankel. Ainsi, le signal est sous la forme (Gizon & Birch 2005)

$$\phi_{Lm}(\theta,\psi,t) = \left[A_m(L,\nu)H_m^{(1)}(L\theta) + B_m(L,\nu)H_m^{(2)}(L\theta)\right] e^{i(m\psi+2\pi\nu t)}, \tag{1.3}$$

où m est le nombre azimutal, $L = (l(l+1))^{1/2}$, l est le degré de l'harmonique sphérique, ν est la fréquence temporelle, $H_m^{(1,2)}$ sont les fonctions de Hankel du premier et du second ordre. $A_m(L,\nu)$ et $B_m(L,\nu)$ sont les amplitudes complexes des ondes entrantes et sortantes respectivement. Les amplitudes et les phases des entrantes et sortantes sont comparées afin de caractériser l'interaction des ondes avec la tache solaire. Le coefficient d'absorption de l'onde entrante par la tache solaire est défini par

$$\alpha_m(L,\nu) = \frac{P_{out} - P_{in}}{P_{out}} = 1 - \frac{|B_m(L,\nu)|^2}{|A_m(L,\nu)|^2}, \tag{1.4}$$

où P_{in} et P_{out} sont les puissances entrantes et sortantes respectivement. L'analyse Fourier-Hankel permet également de mesurer le déphasage entre l'onde incidente et l'onde sortante. Cette méthode est très importante pour comprendre l'interaction des ondes avec les taches solaires (par exemple Gizon et al. (2009)). Elle est utile également pour déterminer le flux horizontal sortant associé à la région active.

1.4.3 L'holographie acoustique

Cette méthode est analogue à celle de l'holographie optique. Elle consiste à imager l'intérieur du Soleil en utilisant la puissance acoustique, en particulier au dessous des régions actives. Cette technique a été développée par Lindsey & Braun (1997) et également par Chang et al. (1997) (l'imagerie acoustique).

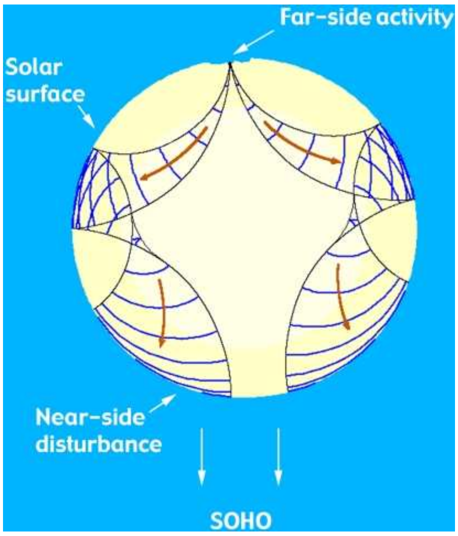
L'observation du champ d'onde (par exemple la vitesse Doppler) à la surface solaire est utilisée pour estimer le champ d'onde à l'intérieur du Soleil. Deux estimations séparées sont obtenues en observant le champ de l'onde qui va dans un sens du temps t_+ ou dans le sens inverse t_-. Ces deux estimations sont appellées egression H_+ et ingression H_- et sont données par l'expression (Zhao 2004)

$$H_\pm(\boldsymbol{r},z,\nu) = \int_P d^2\boldsymbol{r}' G_\pm(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}',z,\nu)\psi(\boldsymbol{r}',\nu), \tag{1.5}$$

où ψ est la perturbation acoustique de fréquence ν à la position $\boldsymbol{r}'$ à la surface. G_+ et G_- sont les fonctions de Green qui décrivent comment l'onde évolue à travers le temps (ou dans le sens inverse) entre les positions $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{r}'$ et pour une profondeur z. En calculant l'egression et l'ingression, les anomalies acoustiques qui sont associées aux régions actives seront détectées. Cette technique a été utilisée également pour détecter des régions actives assez larges qui sont situées de l'autre face du Soleil (Lindsey & Braun 2000), notamment en utilsant **l'héliosismologie temps-distance** (Paragraphe 1.4.4) à travers la fonction de corrélation (Zhao 2007). La corrélation entre l'egrssion et l'ingression du signal fournit la différence de phase. La fonction de corrélation est donnée par (Zhao 2004)

$$C(\boldsymbol{r},z,t) = \int dt' H_-(z,\boldsymbol{r},t')H_+(z,\boldsymbol{r},t'+\tau), \tag{1.6}$$

où τ est le décalage de temps entre les deux signaux H_+ et H_-. La différence de phase donne des informations sur la dynamique des régions actives, comme détecter les champs



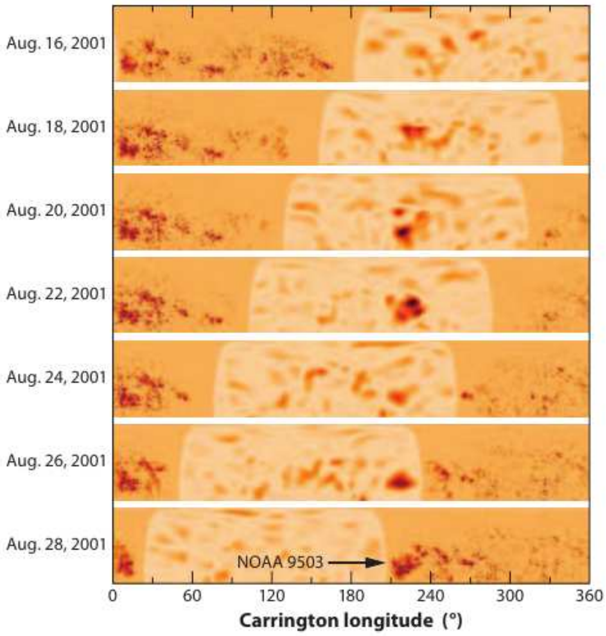


Figure 1.7: A gauche, le diagramme du rayon de ray des ondes qui interagissent avec la zone active située dans l'autre face du Soleil. Ces ondes vont subir un léger déphasage causé par l'inhomogénéité au sein de la zone active, ce qui permet de déceler cette région sous la forme d'une anomalie acoustique. A droite des images GONG (Global Oscillation Network Group) de l'autre face du Soleil (fond claire) combinées avec des images de magnétogramme de la face visible (fond plus foncé) prisent pendant 12 jours. Chaque carte est en fonction de la latitude et la longitude de Carrigton du Soleil. La région active NOAA9503 est visible dans la face invisible par la technique de l'holographie acoustique, puis elle apparait dans la face visible après la rotation du Soleil. (Crédit: NASA/ESA à gauche et GONG à droite)

de vitesse au dessous de cette région. Les supergranulations ainsi que le champ de vitesse autour des taches solaires sont révélées en utilisant la même technique. Afin d'interpréter la carte de l'autre face du Soleil en terme de variables physiques, González Hernández et al. (2007) ont proposé de calibrer les images de l'autre face avec l'image d'une zone active avant et après son passage dans l'autre face.

Des simulations numériques sont utilisées pour tester cette méthode (Hartlep et al. 2008), mais aussi pour mieux comprendre et interpréter les images de l'holographie acoustique. La figure 1.7 à droite montre une large région active NOAA 9503 qui est détectée dans la face invisible du Soleil en Août 2001, après 12 jours elle apparait dans la face visible, ce qui démontre la fiabilité de la technique de l'holographie acoustique pour déceler les zones actives les plus larges et pouvoir prédire par la suite la météo spatiale et prévenir à l'avance le danger des puissantes éjections de masse coronale CMEs ou des éruptions solaires qui peuvent atteindre la Terre.

1.4.4 L'héliosismologie temps-distance

Cette méthode a été developpée par Duvall et al. (1993). Le principe de base de cette méthode consiste à extirper des informations sur la structure interne du Soleil à partir

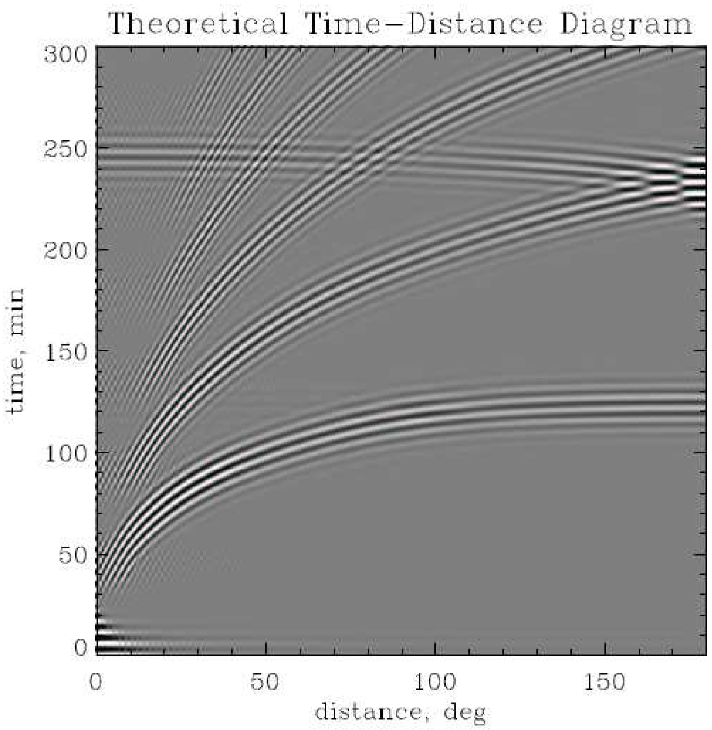


Figure 1.8: La fonction croisée théorique de corrélation pour les modes-p en fonction du temps de corrélation ainsi que la distance qui sépare les deux points. Ce diagramme est connu aussi sous le nom du diagramme temps-distance. La fonction temporelle de corrélation ϕ mesurée aux points 1 et 2 définie par $C(1,2,t) = \int \phi(1,t')\phi(2,t'+t)dt'$. Cette fonction est tracée pour un modèle sphérique et symétrique, ainsi, C(1,2,t) va dépendre seulement de l'arc de distance entre les points 1 et 2 et il est symétrique par rapport au temps de corrélation t. (Gizon 2003).

du temps que mettent les ondes solaires pour voyager entre deux points à la surface à travers l'intérieur du Soleil suivant le rayon de ray (ou l'approximation de ray). Ainsi, en parcourant les différentes couches solaires, des inhomogénéités de température, de vitesse, de pression ou de champ magnétique peuvent laisser des traces sur cette trajectoire en modifiant le temps de parcours des ondes. Plus la séparation horizontale entre les deux points est grande, plus l'onde acoustique pénètre profondément. Le mode de gravité surfacique f qui se propage à la surface est utilisé pour sonder le Soleil près de la surface.

Cependant, le signal qui est mesuré Ãă l'autre point ne provient pas forcément du point de référence qui est le point source, c'est possible qu'il résulte de la superposition d'autres ondes produites par d'autres sources, d'où le recours à la fonction temporelle de corrélation déjà introduite dans le paragraphe précédent (l'équation 1.6). La figure 1.8 montre une fonction de corrélation croisée entre deux points 1 et 2 pour un modèle sphérique symétrique en fonction du temps de corrélation et la distance qui sépare les deux points. La première arrête correspond à des ondes acoustiques qui se propagent entre les deux points sans une réflexion additionnelle sur la surface solaire. La deuxième arrête correspond aux ondes qui arrivent après une réflexion sur la surface solaire. Les autres arrêtes à plus grand temps résultent des ondes qui arrivent après multiples rebondissement. La branche qui est associée à la deuxième arrête correspond aux ondes réflechies à travers la face lointaine du Soleil. Dans la plupart des applications, seulement les temps de parcours directes (la première branche) sont mesurés. Les inhomogénéités locales dans le Soleil affecteront le temps de parcours différemment selon la nature de la perturbation. Par exemple, les perturbations de température et d'écoulement ont des signatures très différentes. Pour deux points donnés à la surface du Soleil, 1 et 2, le temps de parcours pour une perturbation de température est en général indépendant de la direction de propagation entre 1 et 2. Cependant, un écoulement avec une composante dirigée suivant la direction $1 \rightarrow 2$ brisera la symétrie du temps de parcours pour les ondes qui se propagent dans les directions opposées: les ondes se déplacent plus rapidement le long de l'écoulement que dans le sens inverse. Les champs magnétiques donnent naissance à une anisotropie de vitesse des ondes et seront caractérisés par une autre signature du temps de parcours qui n'est pas encore observée (Gizon 2003).

Techniquement parlant, l'héliosismologie temps-distance est basée sur la mesure de la corrélation entre les signaux Doppler de deux points $\boldsymbol{r}_1$ et $\boldsymbol{r}_2$ à la surface solaire (Gizon et al. 2010)

$$C(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) = \int_0^T \phi(\boldsymbol{r}_1, t')\phi(\boldsymbol{r}_2, t' + t)dt', \tag{1.7}$$

où la différence de temps t' mesure combien le signal est décalé par rapport à l'autre. T est la durée totale de l'observation.

La deuxième étape est la procédure de **l'inversion** du temps de parcours afin de déterminer la structure interne et l'écoulement à l'intérieur du Soleil notamment au dessous des taches solaires (Kosovichev 1996, Kosovichev et al. 2000). Il existe plusieurs méthodes d'inversion, mais en général elles sont données à partir d'un modèle solaire bien déterminé et en supposant connaître approximativement la fonction de corrélation des bruits qui contribuent au signal observé du temps de parcours. Ces méthodes peuvent être à une dimension jusqu'à trois dimensions.

Gizon et al. (2000, 2009) ont utilisé l'héliosismologie temps-distance du mode-f pour étudier des écoulements de vitesse 2 Mm au dessous de la surface solaire. En comparant leur résulat avec les résultats fournis par l'observation directe à partir des mesures Doppler, ils ont validé la méthode d'inversion près de la surface. La figure 1.9 à gauche montre des écoulements horizontaux de vitesse à une profondeur de 1 Mm en utilisant la méthode d'inversion pour le mode-f. La tache solaire dans la figure a été observée le 06 décembre 1998 avec une résolution spatiale de 3 Mm. Un écoulement horizontal sortant autour de la tache solaire a été détecté avec une amplitude autour de 500 m/s. Une forte corrélation a été trouvée entre la mesure moyenne du Dopplerogramme et la projection des vecteurs flux de vitesse sur la ligne de visée. On peut observer également les supergranulations qui sont révélées par le flux de vitesse horizontal.

La figure 1.9 à droite est une vue en trois dimensions de la structure de la température et du flux de vitesse au dessous d'une tache solaire révélée par l'héliosismologie temps-distance. La température est obtenue à partir d'un modèle de la vitesse acoustique. La couche près de la surface de couleur bleu montre une température/vitesse du son inférieure à la valeur moyenne à la même profondeur dans le reste de la zone convective. Un flux de vitesse décendant a été révélé dans cette région. La zone rouge la plus profonde est à une température/vitesse du son plus grande par rapport à la valeur moyenne dans la zone convective pour la même profondeur. Un écoulement de vitesse horizontal sortant a été

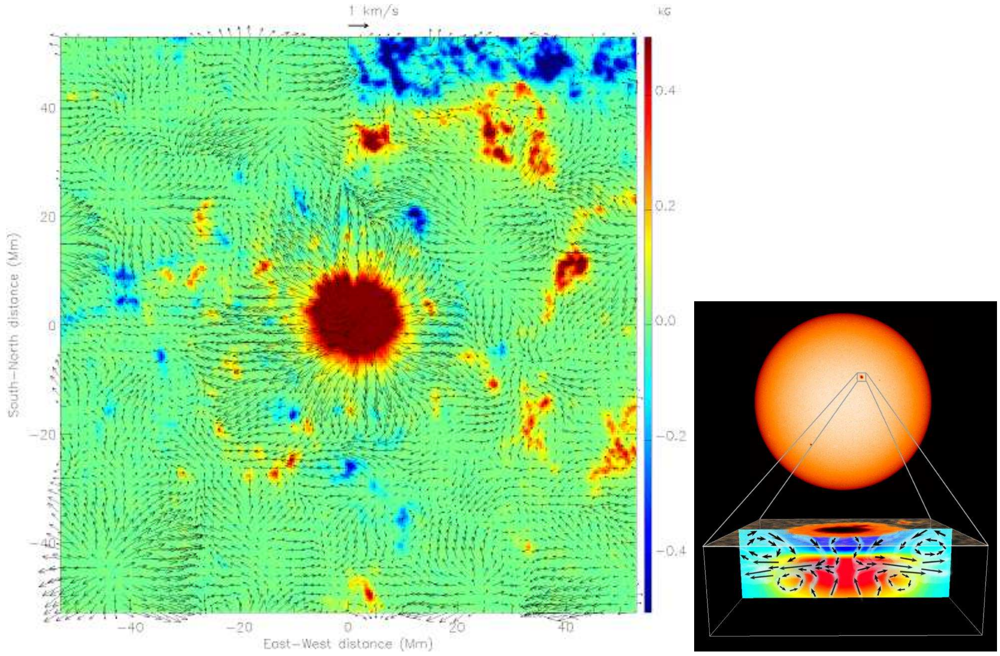


Figure 1.9: A gauche, Une carte de l'écoulement de vitesse horizontal (les flèches) autour d'une tache solaire le 06 Decembre 1998 obtenue par la méthode temps-distance d'héliosismologie. Cette carte est superposée sur une carte du champ magnétique qui est dans la ligne de visée et tronqué à ±0.5 kG. Le flux de vitesse sortant de la pénombre (en rouge) de la tache solaire est bien visible. Des cellules de supergranulations sont également révélées par le champ de vitesse (Gizon et al. 2000). A droite une carte en 3-D qui montre la structure de la température ainsi que l'écoulement au dessous d'une tache solaire obtenues par la technique temps-distance (SOHO/MDI).

décélé entre la zone bleu et la zone rouge. Dans cette région, un flux de vitesse ascendant a été révélé également (Zhao et al. 2001).

Malgré les bons résultats donnés par l'héliosismologie locale, cette méthode reste limitée à cause du champ magnétique qui n'est pas inclu dans la théorie. Ainsi, on peut croire les résulats obtenus dans les régions du Soleil calme car ils nous révèlent des informations sur les écoulements et la variation de température. Cependant, dans les taches solaires où règne un puissant champ magnétique, l'interprétation des données est souvant ambigüe et contradictoire.

Certaines approximations qui sont utilisées dans l'héliosismologie temps-distance ne sont plus valides dans le cas d'un fort champ magnétique car on ne peut pas écrire ce dernier comme une perturbation de premier ordre. Pour des ordres supérieurs, cette théorie devient non linéaire, dans ce cas on peut pas utiliser la procédure d'inversion pour inférer la structure interne de la tache solaire. Des solutions analytiques explicites n'existent pas vu la complexité du problème. Même la technique de l'inversion linéaire ne permet pas à l'héliosismologie actuelle de sonder cette structure avec une précison suffisante pour distinguer entre le modèle monolithique et le modèle fibreux des taches solaires.

De plus, dans la théorie de l'héliosismologie temps-distance, le terme du champ magnétique et celui de la variation de température figurent dans la même équation (différence du temps moyen δt_{mean}), par conséquent, on ne peut pas savoir si une variation de température, par exemple dans la figure 1.9 à droite, est causée par la présence du champ magnétique ou par d'autres causes externes. De même pour le puissant flux de vitesse au dessous de la tache solaire s'il est le produit du champ magnétique ou s'il est l'effet de l'émergence du tube de flux magnétique.

1.5 Motivation et présentation de ce travail

La modélation de la propagation des ondes dans la couche de convection solaire semble être une option sérieuse pour (i) Tester la fiabilité des méthodes héliosismiques (par exemple Jensen & Pijpers (2003)). (ii) Resoudre les résultats contradictoires. (iii) Interpréter les données observationelles.

Avec la simulation numérique, on peut séparer les effets du champ magnétique par rapport aux autres effets comme la variation de température, écoulements et flux de vitesse, et estimer par la suite le degré de contribution de chaque effet sur le champ d'onde.

Une comparaison entre les résultats de la simulation numérique de la propagation des ondes à travers une tache solaire et des données réelles issues des observations va permettre de révéler la structure du champ magnétique sous la surface et ainsi connaitre le modèle le plus approprié pour décrire une tache solaire.

C'est dans ce contexte que nous avons contribué au développement d'un code de simulation numérique en trois dimensions pour étudier l'interaction des ondes linéaires avec des inhomogénéités dans une atmosphère stratifiée. La première motivation de ce travail est d'abord comprendre et quantifier l'interaction entre les ondes de surface solaire avec les structures magnétiques telles que les tubes de flux magnétique et les taches solaires. La seconde motivation est d'interpréter les observations et les données héliosismiques à la lumière des résultats obtenus.

Après cette brève introduction, nous allons discuter dans le Chapitre 2 la nature des ondes qui peuvent être excitées dans une structure magnétique, dériver les équations des ondes linéaires dans le cas général de présence d'un champ magnétique et d'un écoulement de vitesse. Nous allons par la suite décrire le code de simulation numérique SLiM ainsi que les méthodes numériques et les approximations qui sont utilisées dans le code pour résoudre les équations de la propagation des ondes. Dans le chapitre 3 nous allons tester le code par rapport à des solutions analytiques exactes afin de le valider. Dans le chapitre 4 on va simuler la propagation du mode-f à travers des tubes magnétiques monolithiques de différentes tailles et observer les modes d'oscillations qui peuvent être excités à l'intérieur de ces structures à partir de leur signature sismique. Le chapitre 5 sera consacré à l'étude de la propagation des ondes à travers un ensemble de tubes magnétiques identiques. Le but est de pouvoir distinguer entre le modèle monolithique et le modèle fibreux en observant le champ de diffusion des ondes. Le cas d'un couple de tubes magnétiques sera largement traité. Enfin, on va conclure dans le chapitre 6 en résumant les principaux résulats obtenus et discuter comment pouvoir développer et élargir ce travail dans le futur.

2 Simulation numérique de la propagation des ondes linéaires

2.1 Oscillations dans les taches solaires

Il est admis en général que les oscillations du Soleil calme sont excitées par la convection solaire turbulente. Le spectre de fréquence et les variations temporelles des ondes dans l'ombre d'une tache solaire est très similiare au Soleil calme, sauf que la puissance des ondes est réduite. Une explication naturelle de cet effet est que les ondes à l'intérieur de cette structure magnétique sont guidées et modifiées par les modes-p externes. En dépit de la présence d'un fort champ magnétique dans les tubes de flux magnétique et les taches solaires, les modèles de la magnétoconvection indique que cet environnement peut être convectif (Schüssler & Vögler 2006), et donc il peut générer à son tour des ondes.

Les oscillations dans une tache solaire se divisent en oscillations de 5 minutes dans la photosphère, et les oscillations de 3 minutes dans la chromosphère, ainsi que des oscillations dans la pénombre. Des observations récentes ont montré que ces oscillations peuvent être la manifestation du même phénomène physique (Tziotziou et al. 2006, 2007).

Les vitesses caractéristiques des ondes changent de plusieurs ordres de grandeur le long de la photosphère et la chromosphère des taches solaires. Les ondes se propagent également à travers la région où il y a égalité entre la vitesse d'Alfvén et la vitesse acoustique ($c = a$). Dans cette région, la conversion et le couplage entre différents modes prend place (voir Annexe D). En outre, le champ magnétique ainsi que les variables thermodynamiques montrent d'importants gradients dans les directions horizontales et verticales. Ces propriétés rendent la modélisation réaliste des ondes dans ce milieu très difficile et par conséquent accéssible uniquement via les simulations numériques directes (Khomenko 2009).

2.2 Les équations de base de la MHD

La propagation des ondes dans la zone convective du Soleil et leur interaction avec différents milieux est étudiée en utilisant une simulation numérique en trois dimensions. Les équations fondamentales des ondes linéaires qui sont à la base de ce code sont obtenues à partir des équations perturbées de la magnétohydrodynamique.

La magnétohydrodynamique ou la MHD est une branche de la physique permettant d'étudier les propriétés des conducteurs fluides. La théorie MHD est basée sur les équations de l'hydrodynamique auxquelles il faut ajouter les équations d'évolution du champ électromagnétique. Les courants induits dans le milieu modifient la structure du champ magnétique. Ce dernier donne naissance à des forces mécaniques qui à leurs tours modifient le mouvement de la matière. Une description des plasmas par la MHD nécessite qu'ils puissent être considérés comme des milieux continus et assimilables à un fuide unique. La MHD repose sur une vision hydrodynamique du plasma incluant toutefois les forces de Laplace dues à l'action du champ magnétique sur les courants. La "fermeture" du système se fait à travers une loi d'Ohm reliant la densité de courant et donc les mouvements de la matière au champ électromagnétique.

L'évolution du champ électromagnétique est déterminée par les équations de Maxwell:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi\rho_e \tag{2.2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{1}{c}\left(4\pi \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right). \tag{2.4}$$

L'équation 2.1 exprime l'absence des monopoles magnétiques, elle démontre également la nature solénoidale du vecteur champ magnétique. La relation 2.2 est la loi de Gauss (ou de Coulomb). La relation 2.3 est la loi de Faraday. On a aussi l'équation d'Ampère 2.4 qui nous informe du champ magnétique géneré par une distribution de courant donnée. En MHD, la contribution du courant de déplacement $\epsilon_0 \partial \boldsymbol{E}/\partial t$ est très faible.

On peut ajouter à ces équations l'équation de continuité 2.5

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0. \tag{2.5}$$

Cette relation exprime le principe de la conservation de la masse.

En combinant la loi d'Ohm $\boldsymbol{J} = \sigma(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$, l'équation de Faraday et la loi d'Ampère, on obtient une relation très importante qui est celle du transport du champ magnétique et qui relie $\boldsymbol{v}$ à $\boldsymbol{B}$, appellée aussi équation de l'induction.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \boldsymbol{B}) \\ &\simeq \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) + \eta \nabla^2 \boldsymbol{B}\end{aligned} \tag{2.6}$$

où $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ est la diffusivité magnétique.

Cette équation décrit l'évolution spatiale et temporelle du champ magnétique dans un fluide conducteur en connaissant l'expression de $\boldsymbol{v}$ et à partir de conditions intiales bien spécifiques. Les deux termes du membre de droite sont de nature différente: Le premier terme correspond au mouvement d'advection des lignes du champ avec le plasma. Le second terme représente l'effet de dissipation du courant électrique qui se traduit par la diffusion des lignes du champ magnétique.

On peut construire un nombre sans dimension qui indique si le plasma est en régime diffusif ou advectif. Soit D est une échelle de distance typique de la variation du champ, T est le temps caractéristique associé. En faisant le rapport des intensités des deux termes, on obtient

$$\frac{\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})}{\eta \nabla^2 \boldsymbol{B}} = \frac{VB/D}{\eta B/D^2} = \frac{VD}{\eta}. \tag{2.7}$$

Ce rapport est le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \frac{VD}{\eta}$.

Si $Rm \ll 1$, on a un régime magnétique de diffusion $\partial \boldsymbol{B}/\partial t = \eta \nabla^2 \boldsymbol{B}$.

Si $Rm \gg 1$, on a un régime magnétique de convection $\partial \boldsymbol{B}/\partial t = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$.

Ce nombre est analogue au nombre de Reynolds utilisé en mécanique des fluides pour déterminer si un fluide est en régime turbulent ou non.

Dans le cadre de la MHD idéale, le nombre de Reynolds magnétique est très grand devant l'unité. Cela signifie que le milieu est régie par les mouvements de la matière et que les effets dissipatifs sont insignifiants. L'équation d'induction devient alors

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}). \tag{2.8}$$

Un théorème énoncé par H. Alfvén montre qu'à l'inverse du régime de diffusion où les lignes de champ magnétique peuvent diffuser à l'intérieur du plasma, le régime de convection fait que les lignes de champ sont "gelés" dans la matière, c'est à dire qu'elles sont transportés par le plasma.

2.2.1 Equation de la dynamique

Les forces qui s'exercent sur le système sont données par l'équation de la dynamique

$$\frac{\partial(\rho \boldsymbol{v})}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{T} = \rho \boldsymbol{g} + \nabla \cdot \tau \tag{2.9}$$

où

$$\boldsymbol{T} = \rho \boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{v} + \left(p + \frac{B^2}{8\pi}\right) I - \frac{\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{B}}{4\pi} \tag{2.10}$$

est le tenseur de la tension MHD.

Les termes $\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{B}$ représentent un produit dyadique et I est la matrice identité 3×3.

Le terme $\rho \boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{v}$ est le tenseur des contraintes de Reynolds. Le terme $(B^2/8\pi)1$ et $\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{B}/4\pi$ sont le tenseur d'expansion isotrope et le tenseur de tension du champ magnétique respectivement.

Le dernier terme dans le membre droit de l'équation 2.9 est la force de viscosité. Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses τ pour un fluide compressible sont données par

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} (\nabla \cdot \boldsymbol{v}) \right), \tag{2.11}$$

où μ est la viscosité dynamique et δ_{ij} est le symbole de Kronecker. La viscosité dynamique est liée à la viscosité cinématique par la relation $\mu = \rho \nu_{is}$.

2.2.2 Equation de l'énergie

La densité de l'énergie totale $e = \frac{1}{2}\rho v^2 + B^2/8\pi + \rho\varepsilon$ est composée des densités d'énergie cinétique $\rho v^2/2$, d'énergie du champ magnétique $B^2/8\pi$ et d'énergie interne $\rho\varepsilon$.

Son évolution est décrie par l'équation d'énergie

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial e}{\partial t} &+ \nabla \cdot \boldsymbol{S} \\
&= \frac{1}{4\pi}\nabla \cdot (\boldsymbol{B} \times \eta\nabla \times \boldsymbol{B}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{v} \cdot \tau) + \nabla \cdot (K\nabla T) \\
&+ \rho(\boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{v}) + Q_{rad},
\end{aligned} \tag{2.12}
$$

où $\boldsymbol{S}$ est le flux d'énergie donné par

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{v}\left(e + p + \frac{B^2}{8\pi}\right) - \frac{1}{4\pi}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{B}). \tag{2.13}$$

Dans l'équation 2.12, T est la température, K est la conductivité thermique. Le premier et le second terme dans le membre droit de l'équation 2.12 sont la dissipation ohmique et visqueuse respectivement.

Q_{rad} est le taux de réchauffement radiatif. L'équation de transfert radiatif (RTE) doit être résolue afin d'évaluer ce terme.

Le système d'équations MHD cité ci-dessus doit être complété par l'équation d'état qui sera évaluée à partir des équation de Saha-Boltzman.

2.3 Equations des ondes linéaires

On perturbe le système d'équations MHD. On choisit le cas général où on a des perturbations temporelles et spatiales de la pression $p'(r,t)$, la densité $\rho'(r,t)$, la vitesse $\boldsymbol{v}'(r,t)$, le champ magnétique $\boldsymbol{B}'(r,t)$, l'accélération de la gravité $\boldsymbol{g}'(r,t)$.

A l'état initial d'équilibre, les variables associées sont $p_0(r,t)$, $\rho_0(r,t)$, $\boldsymbol{v}_0(r,t)$, $\boldsymbol{B}_0(r,t)$, $\boldsymbol{g}_0(r,t)$.

Après la linéarisation et la séparation des équations perturbées à celles en équilibre on obtient

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v}_0 \times \boldsymbol{B}' + \boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{B}_0) + \eta\nabla^2\boldsymbol{B}', \tag{2.14}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}' = 0, \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0\boldsymbol{v}' + \rho'\boldsymbol{v}_0) = 0. \tag{2.16}$$

L'équation de la dynamique linéarisée est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0\boldsymbol{v}' + \rho'\boldsymbol{v}_0) + \nabla \cdot \boldsymbol{T}' = \rho_0\boldsymbol{g}' + \rho'\boldsymbol{g}_0 + \nabla \cdot \tau', \tag{2.17}$$

avec

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{T}' &= \rho'\boldsymbol{v}_0 \otimes \boldsymbol{v}_0 + \rho_0\boldsymbol{v}' \otimes \boldsymbol{v}_0 + \rho_0\boldsymbol{v}_0 \otimes \boldsymbol{v}' \\
&+ \left(p' + \frac{\boldsymbol{B}_0 \cdot \boldsymbol{B}'}{4\pi}\right)1 - \frac{(\boldsymbol{B}' \otimes \boldsymbol{B}_0) + (\boldsymbol{B}_0 \otimes \boldsymbol{B}')}{4\pi}
\end{aligned} \tag{2.18}
$$

et

$$\tau'_{ij} = \mu\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}(\nabla \cdot \boldsymbol{v}')\right). \tag{2.19}$$

Les équations MHD pour l'équilibre:

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}_0}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v}_0 \times \boldsymbol{B}_0) + \eta \nabla^2 \boldsymbol{B}_0, \tag{2.20}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}_0 = 0, \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{v}_0) = 0, \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial (\rho_0 \boldsymbol{v}_0)}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{T}_0 = \rho_0 \boldsymbol{g}_0 + \nabla \cdot \tau_0, \tag{2.23}$$

avec

$$\boldsymbol{T}_0 = \rho_0 \boldsymbol{v}_0 \otimes \boldsymbol{v}_0 + (p_0 + \frac{B_0^2}{8\pi})1 - \frac{\boldsymbol{B}_0 \otimes \boldsymbol{B}_0}{4\pi}, \tag{2.24}$$

$$\tau_{ij0} = \mu\left(\frac{\partial v_{0i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}(\nabla \cdot \boldsymbol{v}_0)\right). \tag{2.25}$$

2.4 L'effet du champ magnétique et d'un champ de vitesse sur l'onde

Nous avons réalisé des simulations afin d'étudier l'interaction des ondes avec différents milieux. Dans cette partie, nous allons nous intéresser à l'effet individuel d'un flux de vitesse ou d'un champ magnétique sur l'onde plutôt que tout les effets réunies en même temps. Il est primordial de séparer les différentes contributions sur l'onde diffusée lorsque on étudie un problème entier.

2.4.1 Introduction du vecteur déplacement

Il est couramment admis qu'un fluide peut être traité comme un milieu continu, ainsi ses propriétés seront données en fonction de la position $\boldsymbol{r}$ et le temps t. Les propriétés inclus la densité locale $\rho(\boldsymbol{r}, t)$, la pression locale $p(\boldsymbol{r}, t)$,...en même temps la vitesse instantanée locale $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t)$.

Le choix des variables indépendantes différencie les descriptions Eulerienne et Lagrangienne du fluide. Le vecteur position $\boldsymbol{r}$ et le temps t sont des variables indépendantes dans un fluide Eulerien, et n'importe quelle perturbation Q sera écrite comme $Q' = Q'(\boldsymbol{r}, t)$. Cette description est complètement générale du moment où l'on suppose que la valeur de la variable à un point donné n'est pas corrélée avec la valeur du point voisin. Cette description correspond à ce que voit un observateur stationnaire.

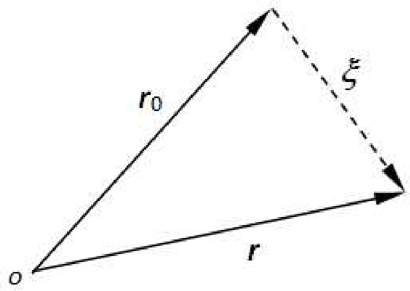


Figure 2.1: Vecteur déplacement infinitésimal.

Il est souvent très utile d'utiliser la description Lagrangienne qui corresponde à un observateur qui suit le mouvement du fluide. Cette description divise le fluide en parcelles très fines. Les variables indépendantes sont le temps t et le vecteur déplacement $\xi = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$ qui traduit l'écart (infinitisimal dans le cas linéaire) de position d'un élément fluide par rapport à sa position d'équilibre à l'instant t (Figure 2.1). Ces deux variables sont associées aux parcelles fluides et non aux points dans l'espace. La perturbation Lagrangienne est notée $\delta Q(\xi, t)$.

En terme de dérivation temporelle dans le cas d'une description Eulerienne, on écrit

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{\boldsymbol{r}} \tag{2.26}$$

qui est une dérivation avec un $\boldsymbol{r}$ fixe.

Dans le cas d'une description Lagrangienne, on écrit

$$\frac{D}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{\boldsymbol{r}} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla). \tag{2.27}$$

Une dérivation à $\boldsymbol{r}_0$ fixe qui est en mouvement avec le champ de vitesse $\boldsymbol{v}_0$, appellée aussi dérivée matérielle.

Il est assez naturel donc d'exprimer toutes les quantités physiques perturbées en fonction du vecteur déplacement ξ.

La variation Lagrangienne au 1er ordre du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ peut s'écrire comme

$$\delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{\xi}, t) - \boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{r}, t) \tag{2.28}$$

on a aussi $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{r}, t) + \boldsymbol{v}'(\boldsymbol{r}, t)$. L'équation 2.28 devient

$$\delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}'(\boldsymbol{r}, t) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0. \tag{2.29}$$

A partir de la définition de $\boldsymbol{\xi}$ on a

$$\delta\boldsymbol{v} = \frac{D_0\boldsymbol{\xi}}{Dt} = \frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi}. \tag{2.30}$$

En faisant l'égalité entre 2.29 et 2.30, on obtient (Lynden-Bell & Ostriker 1967)

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 \tag{2.31}$$

Cette approche va nous permettre de reduire les équations d'ondes. Ainsi, la connaissance de $\boldsymbol{\xi}$ détermine de façon absolue les perturbations des grandeurs physiques qui nous intéressent.

2.4.2 L'effet d'un champ de vitesse

Dans ce paragraphe, on va étudier l'effet d'un flux de vitesse sur l'onde diffusée. On considère dans cette partie que $\boldsymbol{B} = 0$, $\boldsymbol{g} = 0$, $\nu_{is} = 0$, $Q_{rad} = 0$, $\eta = 0$. On considère aussi que l'état d'équilibre du milieu est indépendant du temps $p_0 = p_0(\boldsymbol{r})$, $\rho_0 = \rho_0(\boldsymbol{r})$. On ne laisse que le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{r})$.

2.4.2.1 L'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho' \boldsymbol{v}_0 + \rho_0 \boldsymbol{v}'). \tag{2.32}$$

A partir de l'expression de $\boldsymbol{v}'$ obtenue dans l'équation 2.31, on a

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}) - \nabla \cdot \left[\rho_0 (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - \rho_0 (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + \rho' \boldsymbol{v}_0\right]. \tag{2.33}$$

On remplace le terme $\rho_0 \partial \boldsymbol{\xi}/\partial t$ par le terme $\partial(\rho_0 \boldsymbol{\xi})/\partial t - \boldsymbol{\xi} \partial \rho_0/\partial t$, on obtient

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi})) = -\nabla \cdot \left[-\boldsymbol{\xi} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \rho_0 (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - \rho_0 (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + \rho' \boldsymbol{v}_0\right], \tag{2.34}$$

d'un autre coté, à partir de l'équation 2.22 on a $\partial \rho_0/\partial t = -\nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{v}_0)$, d'où

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi})) = -\nabla \cdot \left[\boldsymbol{\xi} \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{v}_0) + \rho_0 (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - \rho_0 (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + \rho' \boldsymbol{v}_0\right]. \tag{2.35}$$

Après plusieurs manipulations algébriques, l'équation de continuité se réduit à

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot (A \boldsymbol{v}_0) = 0 \tag{2.36}$$

où

$$A = \rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}). \tag{2.37}$$

En utilisant toujours l'équation de continuité à l'équilibre 2.22, l'équation 2.37 devient

$$\rho_0 \frac{D}{Dt}\left(\frac{A}{\rho_0}\right) = 0, \tag{2.38}$$

à partir de laquelle on conclu que $A = 0$, ce qui revient à écrire 2.37 comme (Christensen-Dalsgaard 2002)

$$\rho' = -\nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}). \tag{2.39}$$

2.4.2.2 L'équation de la dynamique

L'équation de la dynamique linéarisée 2.17 sera réduite à

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho' \boldsymbol{v}_0 \otimes \boldsymbol{v}_0 + \rho_0 \boldsymbol{v}' \otimes \boldsymbol{v}_0 \\ &+ \rho_0 \boldsymbol{v}_0 \otimes \boldsymbol{v}') - \nabla p'. \end{aligned} \tag{2.40}$$

En remplaçant les produits dyadiques par la relation

$$\nabla \cdot (A \otimes B) = (\nabla \cdot A)B + (A \cdot \nabla)B \tag{2.41}$$

on obtient

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} &= -\left[(\nabla \cdot \rho_0 \boldsymbol{v}_0)\boldsymbol{v}' + (\rho_0 \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}' + (\nabla \cdot \rho' \boldsymbol{v}_0)\boldsymbol{v}_0 \right. \\ &+ \left. (\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + (\nabla \cdot \rho_0 \boldsymbol{v}')\boldsymbol{v}_0 + (\rho_0 \boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0\right] \\ &- \nabla p'. \end{aligned} \tag{2.42}$$

A partir de l'équation de continuité à l'équilibre on a

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{v}_0) = 0 \tag{2.43}$$

et l'équation de continuité perturbée 2.16 on a

$$\boldsymbol{v}_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho_0 \boldsymbol{v}')\boldsymbol{v}_0 - (\nabla \cdot \rho' \boldsymbol{v}_0)\boldsymbol{v}_0. \tag{2.44}$$

A partir des relations 2.43 et 2.44, on écrit l'équation 2.42 comme

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} = -\nabla p' - \left[(\rho_0 \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}' + (\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + (\rho_0 \boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0\right]. \tag{2.45}$$

En remplaçant l'expression $\boldsymbol{v}'$ de la relation 2.31 dans l'équation 2.45, on obtient finalement

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} + 2\rho_0(\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} &= -\nabla p' - \rho_0(\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)(\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} \\ &+ \rho_0((\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 - (\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0. \end{aligned} \tag{2.46}$$

2.4.2.3 L'équation de l'énergie

Dans ce cas où l'on a que le champ de vitesse, il est utile d'utiliser une autre équation d'énergie plus appropriée et simple qui n'est autre que l'équation d'état. Nous allons nous contenter d'une équation d'état polytropique de la forme

$$\frac{Dp}{Dt} = c_0^2 \frac{D\rho}{Dt}, \tag{2.47}$$

$c_0 = (\gamma_1(\boldsymbol{r})p_0/\rho_0)^{1/2}$ est la vitesse acoustique uniforme, $\gamma_1(\boldsymbol{r})$ est le facteur adiabatique de premier ordre. Suivant les valeurs que peut prendre ce facteur, on peut caractériser différents environnement thermodynamique.

On peut écrire cette équation en terme d'une perturbation Lagrangienne (2.29) comme suit

$$p' = c_0^2(\rho' + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\rho_0) - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)p_0. \tag{2.48}$$

Cette équation permet de "fermer" le système des équations d'ondes linéaires.

2.4.3 L'effet du champ magnétique

L'équation de continuité reste toujours la même qui est celle de 2.39.

2.4.3.1 L'équation de la dynamique

L'équation de la dynamique sera obtenue en utilisant l'équation de continuité à l'équilibre et celle perturbée: on multiplie l'équation 2.22 par $\boldsymbol{v}'$ et l'équation 2.16 par $\boldsymbol{v}_0$, puis on ajoute les deux équations, et après plusieurs étapes de simplifications on obtient l'équation

$$\begin{aligned}\rho_0\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} &= -\nabla p' + \rho'\boldsymbol{g}_0 + \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{J}' \times \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{J}_0 \times \boldsymbol{B}') + (\rho_0\frac{\partial\xi}{\partial t} - \rho'\boldsymbol{v}_0 - \rho_0\boldsymbol{v}') \cdot \nabla\boldsymbol{v}_0 \\ &- \rho_0\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla(\frac{\partial\xi}{\partial t} + \boldsymbol{v}') \end{aligned}\tag{2.49}$$

où $\boldsymbol{J}$ est le vecteur densité de courant.

L'équation de l'énergie reste la même que celle de 2.48.

2.4.3.2 L'équation de l'induction

L'équation linéarisée de l'induction sans le terme de diffusion sera écrite comme

$$\frac{\partial\boldsymbol{B}'}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v}_0 \times \boldsymbol{B}' + \boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{B}_0). \tag{2.50}$$

On remplace le terme $\boldsymbol{v}'$ par son expression dans l'équation 2.31. Afin de simplifier cette équations, on va imposer la condition que le vecteur champ magnétique ainsi que le champ de vitesse ne vont pas se trouver dans les mêmes coordonnées, par conséquent ils vont s'exclurent mutuellement et les produits mixtes qui incluent $\boldsymbol{v}_0$ et le vecteur champ magnétique seront nuls, d'où

$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{B}_0). \tag{2.51}$$

Cette condition va nous imposer la séparation entre les positions où se trouve le champ magnétique et le champ de vitesse, alors qu'une tache solaire au niveau de la photosphère par exemple est un lieu où peut subsister le champ magnétique et un champ de vitesse radial qui entoure la tache (par exemple l'effet Evershed). Cependant, du moment où notre but en premier lieu est d'étudier les effets individuels de ces champs, cette séparation va nous être utile.

2.5 Le code SLiM

Le Soleil étant parcouru par des ondes sismiques qui sont générées dans la couche turbulente de la convection. Différent type d'inhomogénéités comme les champs de vitesse, les perturbations de température et du champ magnétique impriment leur signature sur ces ondes, par exemple le temps de parcours du paquet d'onde peut être modifié.

Le but de l'héliosismologie locale est d'essayer de connaitre les caractéristiques de ces inhomogénéités en étudiant les ondes observées à la surface solaire. D'une façon générale, l'interprétation des mesures du temps de parcours n'est fiable que dans les régions calmes du Soleil, mais dans les taches solaires, ces mesures ont été seulement interprétées en termes de variations internes de la vitesse du son, et les effets du champ magnétique sur les ondes sont actuellement ignorés, ceci par ce que les perturbations dans les taches solaires sont si grandes (par rapport au Soleil calme) que la théorie des perturbations de premier ordre n'est pas valide; des solutions analytiques explicites n'existent pas. Par conséquent, tenir compte du champ magnétique en héliosismologie est un vrai chalenge et un important aspect de la recherche courante.

C'est dans ce contexte que nous avons contribué au développement d'un code de simulation numérique en trois dimensions pour suivre l'évolution de petites perturbations linéaires à travers une atmosphère stratifiée et non homogène. Les inhomogénéités peuvent inclure des champs magnétiques, des écoulements de vitesse, pression. Des exemples d'applications possibles peuvent inclure des taches solaires, granulations et tubes magnétiques fins. Le code s'appel SLiM pour Semi-spectral Linear MHD, developpé à l'institut Max-Planck de recherche en système solaire, Katlenburg-Lindau en Allemagne (Cameron et al. 2007)

2.5.1 Les équations linéaires des ondes

On suppose que les valeurs physiques du milieu à l'équilibre sont indépendantes du temps, ce qui nous permet d'écrire la densité comme $\rho_0(\boldsymbol{r})$, la pression $p_0(\boldsymbol{r})$, le champ magnétique $\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{r})$, le champ de vitesse $\boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{r})$ et l'indice adiabatique $\gamma_1(\boldsymbol{r})$ où $\boldsymbol{r}$ est le vecteur position. La densité de courant à l'équilibre est donnée par $\boldsymbol{J}_0 = \nabla \times \boldsymbol{B}_0$, et la vitesse du son $c_0 = (\gamma_1 p_0/\rho_0)^{1/2}$. On assume également que l'accélération de la gravitation $\boldsymbol{g}$ est constante.

Les ondes sismiques solaires sont des perturbations qui sont excitées par le mouvement turbulent de la convection ou par des impulsions causées par les éruptions solaires. Ces perturbations sont supposées très petites et on considère donc des équations linéaires. Ceci est consistant avec les observations des oscillations solaires et stellaires (voir par exemple Christensen-Dalsgaard 2002, Bogdan 2000)

On assume que ces ondes sont adiabatiques et les effets dissipatifs de la propagation sont insignifiants et donc idéales. Ceci nous permet d'écrire les inhomogénétités en fonction du vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$.

L'équation principale du déplacement $\boldsymbol{\xi}$ est celle 2.49

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = -\nabla p' + \rho' \boldsymbol{g}_0 + \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{J}' \times \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{J}_0 \times \boldsymbol{B}') + (\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial t} - \rho' \boldsymbol{v}_0 - \rho_0 \boldsymbol{v}') \cdot \nabla \boldsymbol{v}_0$$
$$- \rho_0 \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla(\frac{\partial \xi}{\partial t} + \boldsymbol{v}'). \tag{2.52}$$

Le sysème est fermé par les équations qu'on a déja obtenues, ces dernières sont les perturbations qui figurent dans l'équation 2.52 et qui dépendent elles mêmes du vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$:

$$\rho' = -\nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}), \tag{2.53}$$

$$p' = c_0^2(\rho' + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\rho_0) - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)p_0, \tag{2.54}$$

$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{B}_0), \tag{2.55}$$

$$\boldsymbol{J}' = \nabla \times \boldsymbol{B}', \tag{2.56}$$

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0. \tag{2.57}$$

On considère dans le code une géométrie locale Cartésienne définie par les coordonnées horizontales x et y, et la coordonnée verticale z qui représente la profondeur. Le niveau $z = 0$ correspond à la surface solaire située dans la photosphère, cette surface est définie dans le model S par Christensen-Dalsgaard et al. (1996).

2.5.2 Les conditions aux limites

Dans les simulations qu'on va réaliser avec le code SLiM, les inhomogénéités seront superposées à l'atmosphère en équilibre. Dans le cas d'un milieu uniforme et isotrope, on va assumer la condition de périodicité dans les trois directions de l'espace. Comme nous allons simuler une petite région de la surface solaire, on choisit une géométrie cubique avec des conditions aux limites périodiques dans la direction horizontale et verticale (Periodic Boundary Conditions PBC).

Les conditions aux limites périodiques est une astuce qui est utilisée souvent dans les simulations (et même les jeux vidéo) pour éliminer les effets de surface. Ainsi, la boîte de simulation cubique est reproduite à travers l'espace pour former un réseau infini. Au cours de la simulation, quand une particule ou lorsque l'onde se déplace et quitte la maille principale, l'une de ses images entrent par la face opposée avec les mêmes propriétés physiques. Il n'y a pas de murs à la frontière du domaine centrale, et le système n'a pas de surface. En termes topologiques, l'espace peut être décrit comme un tore tétradimensionnel. Durant la simulation, seules les propriétés de la maille principale seront traitées et considérées.

En terme de code, cette astuce va se conjuguer sous forme d'une condition sur le vecteur déplacement

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}(x + L_x, t) &= \boldsymbol{\xi}(x, t) \\ \boldsymbol{\xi}(y + L_y, t) &= \boldsymbol{\xi}(y, t) \end{aligned} \tag{2.58}$$

où L_x et L_y sont les dimensions horizontales du domaine de la simulation (la maille principale) dans le plan $x - y$. On a notamment la condition $\boldsymbol{\xi}(z + L_z, t) = \boldsymbol{\xi}(z, t)$ si $\boldsymbol{g}_0 = 0$ dans l'équation 2.52. L_z étant la profondeur de la boite de simulation.

Cette condition de périodicité s'applique implicitement sur les perturbations (équations 2.53 à 2.57) vu que ces dérnières dépendent du vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$.

Certains codes optent pour d'autres conditions aux limites comme celui de Cally & Bogdan (1997) qui utilise des conditions aux limites non réfléchissantes. Celles-ci imposent que l'onde sera évanescente aux limites du domaine de simulation et excluent les ondes réfléchies (Thompson 1987). On trouve d'autres conditions aux limites comme celle de la couche éponge ou plus complexe encore comme la Perfectly Matched Layer PML (Berenger 1994). Malheureusement, ces méthodes sont plus ou moins efficaces dans l'absorption ou la réfléxion de l'onde. La formulation PML pourait même être instable pour une durée prolongée de la simulation. Des méthodes plus adaptées aux ondes MHD et plus élaborées numériquement ont été developpées ces dérnières années comme celle de Hanasoge et al. (2010), mais qui restent assez couteûses numériquement.

Pour notre cas, plus la boite de simulation est longue en x, y et z, plus les effets de cette périodicité seraient faibles. De même, plus la région de notre intérêt est loin des bords de la boite, plus la simulation sera parfaite.

On va simuler également une atmosphère stratifiée ($\boldsymbol{g}_0 \neq 0$) dans la direction verticale z. La condition de périodicité perd son sens dans ce cas vu que le milieu dans cette direction n'est plus homogène. Ainsi, d'autres conditions doivent êtres appliquées au sommet et au bas du domaine de simulation. On commence par la condition la plus naturelle au bas du domaine de la simulation. La solution doit être évanescente et doit tendre vers zéro lorsque z tend vers l'infinie, ce qui revient à choisir z_{bas} suffisamment profond pour satisfaire cette condition. Le choix de z_{bas} va dépendre de la nature de la perturbation qu'on va initier dans la simulation (voir section 2.5.3).

Au sommet du domaine de la simulation, on va utiliser la même condition que celle utilisée par Cally & Bogdan (1997) pour laquelle la perturbation Lagrangienne de la composante verticale du tenseur de contrainte tend vers zéro. Le tenseur de contrainte est donnée par l'équation 2.10. Dans le paragraphe 2.4.3.2, nous avons évoqué la condition pour laquelle à la surface lorsque $\boldsymbol{B} \neq 0$, il faut que $\boldsymbol{v}_0 = 0$. On peut écrire donc le tenseur de contrainte de la manière suivante

$$\Pi_{ij} = \left(p + \frac{B^2}{8\pi}\right)\delta_{ij} - \frac{B_i B_j}{4\pi}. \tag{2.59}$$

La condition s'ennonce comme suit

$$\Pi'_{iz} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \Pi_{iz} = 0 \tag{2.60}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Cette relation est équivalente à la condition MHD d'équilibre des forces écrite en forme conservative $\nabla \cdot \boldsymbol{T} = 0$, où $\boldsymbol{T}$ est le tenseur de contrainte MHD.

Ainsi, on peut commencer à écrire la condition sur Π_{xz}

$$\Pi'_{xz} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \Pi_{xz} = 0. \tag{2.61}$$

La relation 2.59 nous donne

$$\Pi_{xz} = -\frac{B_{0x}B'_z + B'_x B_{0z}}{4\pi} - \frac{B_{0x}B_{0z}}{4\pi}. \tag{2.62}$$

Sachant que $\Pi_{xz} = \Pi'_{xz} + \Pi_{xz0}$, la relation 2.62 donne

$$\Pi'_{xz} = -\frac{B_{0x}B'_z + B'_x B_{0z}}{4\pi}. \tag{2.63}$$

En remplaçant 2.62 et 2.63 dans 2.61, et en éliminant les termes de perturbations d'ordre 2, on obtient la perturbation du champ magnétique

$$B'_x = -\frac{B_{0x}B'_z + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla(B_{0x}B_{0z})}{B_{0z}} \tag{2.64}$$

De la même manière que précédemment, la condition sur Π'_{yz} implique

$$B'_y = -\frac{B_{0y}B'_z + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla(B_{0y}B_{0z})}{B_{0z}}. \tag{2.65}$$

Le calcul de Π_{zz} donne

$$\Pi_{zz} = p' + \frac{B_{0x}B'_x + B_{0y}B'_y - B'_z B_{0z}}{4\pi} + p_0 + \frac{B_{0x}^2 + B_{0y}^2 - B_{0z}^2}{8\pi} \tag{2.66}$$

d'où Π'_{zz}

$$\Pi'_{zz} = p' + \frac{B_{0x}B'_x + B_{0y}B'_y - B'_z B_{0z}}{4\pi} \tag{2.67}$$

ainsi la condition sur Π_{zz} nous donne la condition au limite sur p' au sommet du domaine de la simulation

$$p' = \frac{1}{4\pi}(B_{0z}B'_z - B_{0x}B'_x - B_{0y}B'_y) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0 - \frac{1}{8\pi}\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla(B_{0x}^2 + B_{0y}^2 + B_{0z}^2). \tag{2.68}$$

La condition sur ρ' est obtenue en remplaçant p' dans l'équation 2.48

$$\rho' = c_0^{-2}(p' + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \rho_0. \tag{2.69}$$

La condition d'annulation de la vitesse au niveau du sommet de la boite implique

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}. \tag{2.70}$$

Dans le cas non magnétique, le nombre des modes d'oscillations sera réduit, des conditions aux limites rigides sont souvent utilisées, mais ces dernières ne permettent pas une initialisation avec les ondes de gravité surfacique (mode-f).

Dans notre cas, les conditions aux limites pour le modèle non magnétique ($\boldsymbol{v} \neq 0$) se reduisent à la condition pour laquelle la perturbation Lagrangienne de la pression tend vers zero, ce qui revient à écrire $\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0$ qui est la condition de surface libre. Cette condition est très efficace pour faire réfléchir les ondes, mais elle reste également arbitraire. Un modèle plus réaliste doit imposer la réflexion des ondes qui ont une fréquence inférieure à la fréquence de coupure acoustique de la chromosphère qui est de 5 à 6 mHz, et permettre aux ondes dont la fréquence est supérieure à cette dernière de s'échapper vers le haut.

2.5.3 Les conditions initiales

Les équations déjà établies vont nous permettre de suivre l'évolution de n'importe quelle perturbation sous la forme $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t_0)$, $\partial\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t_0)/\partial t$. Dans le Soleil, les ondes peuvent êtres créées par l'action de la forte turbulence juste au dessous de la photosphère (voir par exemple Stein & Nordlund (2000)). Ces ondes peuvent prendre la forme de mode de gravité surfacique (mode-f), ou sous la forme de mode acoustique (mode-p). Dans ce qui suit, on va étudier la propagation d'un paquet d'ondes dans la direction $\boldsymbol{x}$. Un paquet d'onde ou une onde Gaussienne peut s'écrire comme une sommation d'ondes sinusoidales. A $t_0 = 0$, on a

$$\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t_0) = -\boldsymbol{x} \int_0^\infty A(k, z) e^{ik(x - x_0)} dk \tag{2.71}$$

et

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t_0)}{\partial t} = \boldsymbol{x} \int_0^\infty A(k, z) \omega_k e^{ik(x - x_0)} dk \tag{2.72}$$

où ω_k est la relation de dispersion qui va définir la variation du paquet d'onde avec la profondeur z. La relation 2.71 n'est autre que l'intégrale de Fourier de la Gaussienne $A(k, z)$.

$\omega_k = ck$ pour un simple paquet d'onde acoustique où c est la vitesse du son dans la couche de convection. $\omega_k^2 = gk$ pour le mode de gravité surfacique mode-f.

La fonction $A(k, z) = A(k)\, a(k, z)$, où $A(k) = \exp -[(\omega_k - \omega_0)^2/2\sigma^2]$ est l'amplitude qui est une enveloppe Gaussienne centrée autour de la fréquence caractéristique des ondes

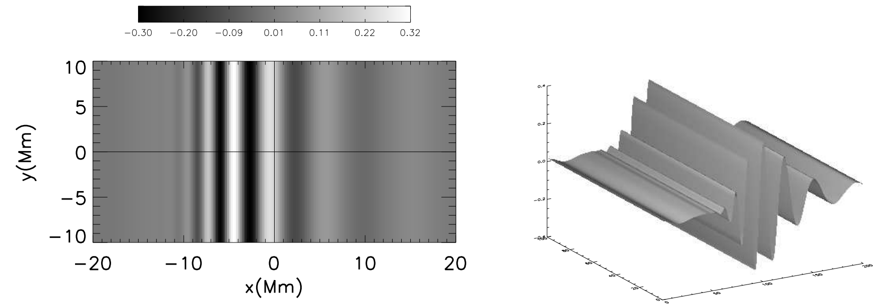


Figure 2.2: A gauche, la propagation d'un paquet d'onde (mode-f) sous forme d'une onde plane. A $t_0 = 0$, le paquet est centré à $x_0 = -20$ Mm et va se propager vers la droite dans la direction $\boldsymbol{x}$. L'image est prise à $t = 44$ minutes après le commencement de la simulation. A droite, la perturbation v_z à la surface solaire sous la forme d'une Gaussienne à $t = 55$ minutes.

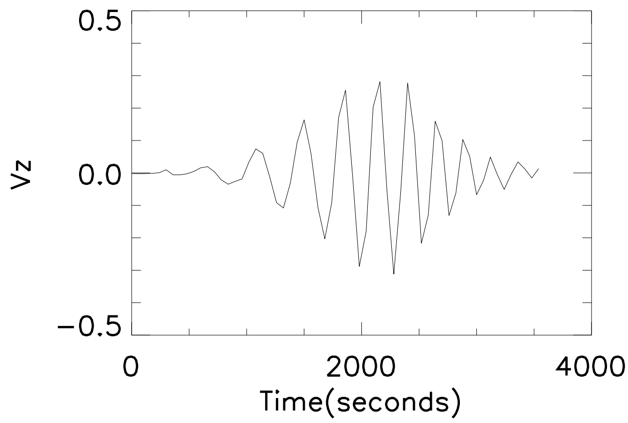


Figure 2.3: Variation temporelle de v_z pour un point fixe à la surface solaire qui montre le passage du mode-f en forme d'une Gaussienne.

incidentes, typiquement entre 3 et 3.5 mHz pour le mode-f et les premiers modes-p. $a(k, z)$ est la dépendance du mode par rapport à la profondeur z. Pour le mode-f on a $a(k, z) = \exp(-kz)$

La figure 2.2 montre un exemple de la propagation d'un paquet d'onde Gaussien à travers l'atmosphère solaire dans le plan $x - y$. Le domaine de simulation est un cube de dimension $L_x \times L_y \times L_z$. La surface formée par le plan $x - y$ est tronquée à un z près de la surface. Les ondes qui forment le paquet d'onde sont en phases à $t = t_0$ et à $x = x_0$. A $t = t_0 = 0$, le paquet d'onde est centré dans la partie gauche du domaine de simulation à $x = x_0 = -20$ Mm et se propage vers la droite dans la direction $\boldsymbol{x}$. Cette image qui represente l'amplitude de la vitesse verticale v_z est prise à $t = 55$ minutes au moments où le centre du paquet d'onde est pratiquement au milieu du domaine de la simulation $L_x/2$. A droite dans la même figure on voit une image de la surface à $t = 44$ minutes qui montre l'onde plane sous la forme d'une perturbation v_z.

La figure 2.3 montre la variation temporelle de la vitesse verticale v_z d'un point de coordonnées fixes à la surface solaire lors du passage d'une Gaussienne qui represente

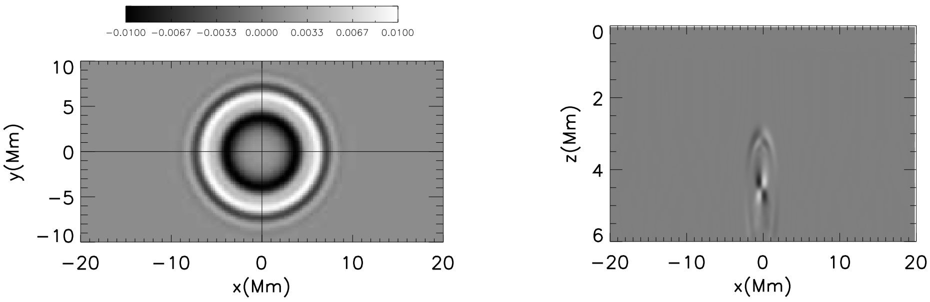


Figure 2.4: Simulation de la propagation d'un pulse qui s'étend à travers une atmosphère solaire. A gauche, la figure représente la perturbation v_z dans le plan $x-y$ à $t = 7$ minutes. A droite, la figure représente la perturbation ξ_x à $t = 1$ minute dans le plan $x-z$.

une onde de gravité de surface (mode-f)

On peut exciter également une onde incidente sous la forme d'un point source ou d'un pulse. Ce dernier peut être déclenché ou bien par une brusque explosion comme les éruptions solaires, dans ce cas la source doit être positionnée près de la surface, ou peut être déclenché par la turbulence convective, dans ce cas la source doit être profonde. Un pulse est construit comme une Gaussienne réduite qui excite toutes les longueurs d'ondes qui sont inférieures à la taille de cette source. Dans notre cas ce sont des courtes longueurs d'onde et donc des hautes fréquences. Une telle source peut émettre des ondes acoustiques et des ondes de gravité surfacique et donc peut constituer un bon simulateur du spectre des ondes solaires.

On modélise le comportement spatial d'un point source avec la fonction $S_z(r)$ qui corresponde à des force verticales :

$$S_z(x, y, z) = A \exp -[r^2/R_{src}^2] \tag{2.73}$$

où A est l'amplitude de la source, R_{src} est le rayon de la source, $r = [(x - x_{src})^2 + (y - y_{src})^2 + (z - z_{src})^2]^{1/2}$ est la distance depuis le centre de la source.

La figure 2.4 montre un exemple de la propagation d'une onde sous fome d'un pulse à travers le même domaine de la figure 2.2. La source se trouve à une profondeur z_{src}=4.5 Mm et se situe à $x_{src} = 0$ et $y_{src} = 0$. L'image à gauche est prise à 7 minutes après le début de la simulation et montre la perturbation v_z au niveau de la surface solaire. La figure à droite montre la perturbation ξ_x dans le plan $x - z$ prise à $t = 1$ minute après le début de la simulation.

2.5.4 Condition de stabilité de l'atmosphère

Dans ce travail, notre but est de modéliser la propagation des ondes dans l'atmosphère solaire, pour cela, ou bien on va utiliser un modèle solaire semi-empirique tel que le modèle S (Christensen-Dalsgaard et al. 1996), ou on utilise un modèle purement théorique comme un polytrope (Cally & Bogdan 1997). Cependant, cette atmosphère superadiabatique supporte des solutions sous la forme de modes qui s'accroient en exponentielle à cause de la convection instable. Ainsi, ces modes vont dominer rapidement les solutions linéaires qu'on veut mettre en place. Les bruits numériques peuvent également croître dans les modes instables et pourraient dominer les solutions numériques. Ces propriétés existent réellement dans l'atmosphère solaire et vont apparaître nécessairement dans tout traitement numérique des modèles qui incluent la convection. Il est donc primordial de supprimer ces instabilités convectives de l'atmosphère sans introduire des nouveaux modes d'oscillation non physiques comme les ondes de gravité dans la couche de convection, et sans pouvoir affecter la simulation des ondes linéaires. Il existe plusieurs façon de stabiliser l'atmosphère contre la convection. Le principe général est de réduire à zero la poussée d'Archimède et ainsi empêcher l'accroissement du déplacement vertical du fluide en équilibre adiabatique. Ceci se conjugue par le fait d'imposer que l'atmosphère ne va pas exploser et donc la fréquence de Brunt-Väisälä doit être toujours positive $N^2/g > 0$. Dans le code SLiM, on va modifier la densité ou la stratification pour rendre l'atmosphère stable. On va utiliser la relation 2.54 pour appliquer cette condition. Si on imagine un petit déplacement vertical du fluide. On suppose qu'il évolue si lentement pour qu'il s'établisse un équilibre de pression avec le milieu. Ceci implique que $p' = 0$. Pour une stratification verticale, la relation 2.54 devient

$$\rho' = \frac{\xi_z}{c_0^2}\left(\frac{\partial p_0}{\partial z} - c_0^2 \frac{\partial \rho_0}{\partial z}\right). \tag{2.74}$$

Une atmosphère convective instable correspond à un déplacement vertical positive ($\xi_z > 0$) pour une densité négative ($\rho' < 0$). Par conséquent, une atmosphère convective serait stable si ξ_z et ρ' auront le même signe, ce qui revient à écrire la condition

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} > c_0^2 \frac{\partial \rho_0}{\partial z}. \tag{2.75}$$

Cette relation est une sorte d'équation d'état qui relie les quantités p_0, c_0 et ρ_0 afin d'avoir une atmosphère hydrostatique. Un modèle plus élaboré (Convectively Stabilised Model CSM) a été développé récemment par Schunker et al. (2011) pour le modèle S.

Une autre compléxité qui s'ajoute aux autres est le fait que la vitesse d'Alfvén augmente d'une manière exponentielle avec la hauteur en arrivant jusqu'à plusieurs centaines de km s^{-1} au niveau du sommet du domaine de simulation. Plusieurs codes appliquent une limite à la vitesse d'Alfvén pour modérer l'action de la force de Lorentz et controler le plasma-β.

2.5.5 Les méthodes numériques

2.5.5.1 Discrétisation de l'espace-temps

Dans le code SLiM, nous avons adopté une géométrie cartésienne. Le choix de ces coordonnées dans les simulations est dicté par le fait qu'en analyse numérique, un grand nombre de schémas ne considèrent que ce type d'algorithme, mais il faut faire attention à ce que la résolution spatiale soit suffisante. Les trois dimensions spatiales sont discrétisées suivant un maillage cartésien. Dans chaque direction, des intervalles de longueur constants $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ entre chaque noeud (Figure 2.5). On déffinit ainsi les coordonnées spatiales discrétisées comme $x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, z_k = k\Delta z$ où (i, j, k)=...,-3,-2,-1,0,1,2,...

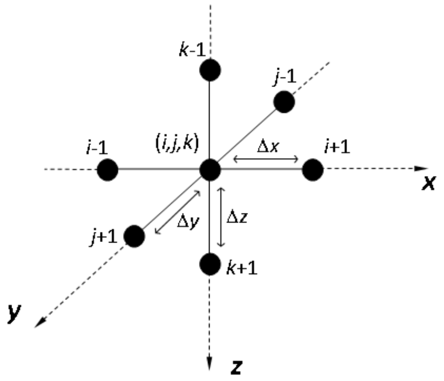


Figure 2.5: La discrétisation des trois dimensions de l'espace sous la forme de maillages. Les noeuds sont séparés par des pas de distance constants (Δx, Δy, Δz) dans les trois directions.

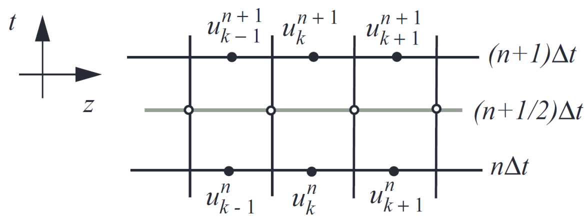


Figure 2.6: Un maillage pour expliquer l'intégration numérique par la méthode de Lax-Wendroff dans la direction z de l'instant t à l'instant $t + \Delta t$ en passant par une étape intermédiaire $t + \Delta t/2$.

Comme l'espace, le temps doit être discret. Un intervalle de temps Δt va séparer deux instants consécutifs auxquels les caractéristiques du milieu étudié seront déterminées. Une fois que l'ensemble des quantités physiques prśentes dans les équations seront calculées au niveau des noeuds du maillage à un instant t donné, nous pouvons procéder au calcul de ces quantités à l'instant ultérieur $t+\Delta t$. Pour cela nous utilisons des schémas d'intégration temporel dans la direction horizontale ou verticale pour résoudre les équations différentielles. On symbolise la coordonnée temporelle par $t_n = n\Delta t$ avec n=0,1,2,...

Les simulations 3D sollicitent des ressources informatiques considérables. Le temps de calcul ainsi que l'espace de stockage des données peuvent devenir assez élevés.

2.5.5.2 Les méthodes d'intégrations numériques

Les équations 2.52 à 2.57 nous révèlent qu'on a besoin de 11 variables à mémoriser: les trois composantes du vecteur déplacement ξ_x, ξ_y, ξ_z, les trois composantes du vecteur vitesse v_x, v_y, v_z, la densité ρ, la pression p, et enfin les trois composantes du vecteur perturbation du champ magnétique B'_x, B'_y, B'_z.

Du moment où nous avons choisi des conditions aux limites périodiques pour les coordonnées horizontales, on va utiliser dans ce cas la méthode spectrale (voir le paragraphe C.2 dans l'annexe). C'est une méthode numérique qui cherche les solutions des équations différentielles partielles (PDE). La méthode spectrale approxime les solutions sous la forme de séries de Fourier (à coefficients dépendants du temps) afin d'obtenir un système d'équations différentielles ordinaires (ODEs) qui sont résolues par une intégration temporelle, contrairement à la méthode des différences finies qui approxime l'équation et donc l'oppérateur différentiel. La méthode spectrale possède une caracteristique très intéressante: plus la solution est différentiable, plus la précision de la méthode est meilleure. Ces méthodes sont de plus en plus utilisées à cause des solutions lisses qu'elles fournissent et la précision qui est meilleure que celle des méthodes de différences finies. Dans le code SLiM, les dérivées dans la direction horizontale sont évaluées dans l'espace de Fourier, les produits sont calculés dans l'espace physique, on utilise le paquetage FFTW (Fastest Fourier Transform in the West) et le FFTW inverse pour aller d'un espace à un autre (Frigo & Johnson 2005). Les équations aux dervivÃl'es partielles obtenues dans ce cas vont dépendre de z ainsi que le temps t, reste maintenant à les faire évoluer par rapport à ces deux variables. Dans la direction verticale ($\boldsymbol{z}$) où les conditions aux limites ne sont pas périodiques à cause de la stratification, on va utiliser la méthode explicite Lax-Wendroff (voir le paragraphe C.1 dans l'annexe) à deux étapes (Lax & Wendroff 1964).

Connaissant les valeurs des quantités physiques au niveau de la position spatiale discrète z à l'instant t, cette méthode calcule toutes les informations à l'instant $t + \Delta t$ en passant par une étape supplémentaire de temps $t + \Delta t/2$ (Figure 2.6). Cette méthode qui a une précision de second ordre en espace et en temps est très utilisée pour plusieurs raisons, entre autres parce qu'elle donne d'excellent résultats avec un minimum de calcul, mais surtout parce qu'elle stabilise les équations non linéaires à travers le terme de viscosité (ou diffusivité) qu'elle ajoute. Ce terme va dissiper efficacement les ondes de haute fréquence dont la longueur d'onde est de l'ordre de la résolution spatiale et qui ne nous intéresse pas. Cette dissipation va stabiliser la solution au détriment de la précision qui va être réduite.

2.5.5.3 Viscosité artificielle et hyper-viscosité

Dans le code SLiM, le paquet d'onde peut interagir avec des discontinuités qu'on rencontre souvent dans l'atmosphère solaire tel un champ magnétique ou une variation brusque de densité ou de vitesse. La méthode Lax-Wendroff marche très bien dans les parties lisses de la solution, mais elle est moins précise au niveau des discontinuités car elle va générer des oscillations locales. Ces oscillations sont causées par une dispersion numérique qui résulte des modes de différents vecteurs d'ondes qui constituent le paquet d'onde incident. En présence d'un fort gradient de champ magnétique ou de flux de vitesse, de très puissant ondes de choc magnéto-acoustiques peuvent être induites autour de ces discontinuités. Des ondes de choc de faible amplitude moins rapides sont également générées par les mailles de la grille de l'espace.

Le problème est résolu dans la direction verticale car la viscosité est automatique à travers le schéma de Lax-Wendroff, ce qui n'est pas le cas dans la direction horizontale, d'où le recours à une viscosité artificielle et une hyper-viscosité afin de dissiper la dispersion numérique et supprimer les oscillations qui sont induites.

Dans le cas général, les termes de viscosité dans les équations de la MHD perturbées seront remplacés par leur équivalent artificiel (Vögler et al. 2005, Felipe et al. 2010). Dans ce cas, chaque quantité physique u (scalaire ou vectorielle) possède son propre coefficient de viscosité suivant la direction spatiale l. La viscosité totale est formée par la contribution du terme qui résout les choc $\nu_l^{chc}(u)$, et le terme de hyper-viscosité $\nu_l^{hyp}(u)$, et un terme constant ν_l^0 adjustable

$$\nu_l(u) = \nu_l^{chc}(u) + \nu_l^{hyp}(u) + \nu_l^0. \tag{2.76}$$

Dans la version courante du code SLiM, nous n'avons pas tenu compte de la viscosité naturelle dans les équations linéaires des ondes, nous avons ainsi introduit le terme de la viscosité artificielle à travers le vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$, ce dernier va répandre cette viscosité dans les équations 2.53 à 2.57 et va contaminer toutes les autres quantités physiques. L'expression de la viscosité numérique dans le schéma de Lax-Wendroff est (voir paragraphe C.1 dans l'annexe) donnée par

$$\nu(u) \approx \frac{v^2}{2}\Delta t \nabla^2 u \tag{2.77}$$

pour le vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$ on a

$$\nu(\boldsymbol{\xi}) \approx \frac{v^2}{2}\Delta t \nabla^2 \boldsymbol{\xi}_{visc}. \tag{2.78}$$

Dans la direction horizontale, on peut écrire

$$\nu_x(\boldsymbol{\xi}) \approx \frac{\Delta x^2}{2\Delta t}\nabla^2 \boldsymbol{\xi}_{visc} = \frac{\Delta x^2}{2\Delta t} k_x^2 \xi_{visc} \tag{2.79}$$

où k_x est le vecteur d'onde horizontal. D'où finalement

$$\xi_{visc} \approx \alpha \frac{2\Delta t}{\Delta x^2}\nu_x \tag{2.80}$$

avec

$$\xi = \xi + \xi_{visc} \tag{2.81}$$

où α est un facteur qu'on peut ajuster. En pratique dans les simulations, nous avons procédé à modifier et à ajuster les valeurs de α et ν_x afin que le code converge, Δx et Δt étant fixées dès le départ. Cette dissipation horizontale concerne toujours les modes de courte longueur d'onde et n'affecte pas les modes qui nous intéresse.

2.5.5.4 Le calcul du pas de temps

Le pas de temps doit assurer que le domaine de dépendance des équations différentielles qui sont définies par la physique doit être entiérement inclus dans le domaine numérique défini par les points discrets de la maille. En pratique, cette limitation provient évidemment de la vitesse caractéristique la plus grande, ce qui signifie que la largeur de la cellule doit être supérieure à la distance parcourue par un flux de vitesse, une onde ou un transport de diffusion durant le laps de temps Δt. Ainsi, le pas de temps doit être inférieur au pas de temps défini pour l'advection Δt_υ, et le pas de temps imposé par les termes de viscosité Δt_{visc}

$$\Delta t = min(\Delta t_\upsilon, \Delta t_{visc}) \tag{2.82}$$

où Δt_υ est défini par la condition de stabilité numérique CFL (Courant Friedrichs Levy) qui est $\upsilon_{max}\Delta t_\upsilon/\Delta x \leq 1$ (voir paragraphe C.1 dans l'annexe). On peut écrire que

$$\Delta t_\upsilon = c_\upsilon \frac{min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)}{\upsilon_{max}} \tag{2.83}$$

avec $\upsilon_{max} = (a^2 + c^2)^{1/2}$ où a et c sont la vitesse d'Alfvén et la vitesse acoustique respectivement. On peut définir le pas du temps Δt_{visc} qui correspond au temps minimum de diffusion à travers l'espace comme

$$\Delta t_{visc} = c_{visc} \frac{\Delta x^2}{\nu}. \tag{2.84}$$

Les facteurs c_υ, c_{visc} sont des coefficients de sécurité qui assurent la stabilité de la solution, leur valeur est inférieur à l'unité.

3 Validation du code SLiM

3.1 Introduction

Simuler la propagation des ondes dans un plasma très magnétisé est très coûteux, en particulier en trois dimensions. En plus, créer un code MHD qui produit des résultats fiables n'est pas du tout une tache facile. La technique numérique ainsi que les procédures de validation et vérification du code varient significativement d'un code à un autre. Dans ce contexte, une des questions importantes qui doit être traitée est celle de chercher les résolutions spatio-temporelles nécessaires pour la simulation des ondes dans cet environnement MHD.

Au cours du développements du code, en particulier durant nos tentatives de simuler la propagation de l'onde à travers une discontinuité quelconque, nous avons été confronté à d'incontournables problèmes d'instabilités numériques découlant de l'apparition d'oscillations à l'échelle du pas. Bien entendu, la résolution en trois dimensions qu'on utilise est limitée par les moyens de calcul que nous disposons, en même temps nous cherchions à limiter la viscosité numérique afin d'obtenir des résolutions correctes pour les différents types de problèmes. Nous nous sommes alors penchés sur le problème délicat de la dissipation numérique.

Evidemment, d'autres problèmes complexes peuvent surgir dans le code ce qui nécessite des tests de validations comme (i) Assurer que les méthodes numériques utilisées sont d'ordre supérieur et très précises, (ii) valider et vérifier que les équations sont résolues d'une manière précise, (iii) utiliser des conditions aux limites stables et bien testées, (iiii) tester les approximations utilisées dans le code et vérifier si elles n'affectent pas la qualité de la solution. Il faut aussi poser la question de l'efficacité des calculs et par consequent faire un nombre important de tests (Moradi et al. 2010).

Nous présentons dans ce chapitre le comportement du code SLiM dans des configurations tests tridimensionnelles, en présence du champ magnétique ou non. Nous avons essayé de mieux caractériser le code en lui faisant subir différents tests caractéristiques et des simulations hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques. Nous nous sommes appuyés sur la littérature portant sur le sujet pour comparer des solutions analytiques exactes aux solutions numériques produites par le code. Ces évaluations comportent l'interaction d'un paquet d'onde avec des perturbations de densité, de champ magnétique et de flux de vitesse, et pour des problèmes qui possèdent des solutions exactes comme l'interaction des ondes avec :

- Un champ de vitesse uniforme dans une atmosphère uniforme.
- Un champ magnétique uniforme vertical (ou horizontal) dans une atmosphère uniforme.

3.2 Solution analytique pour un flux de vitesse dans un milieu uniforme

Dans cette partie, on va étudier l'interaction des ondes linéaires avec un flux de vitesse vertical uniforme dans une atmosphère uniforme et sans stratification gravitationnelle.

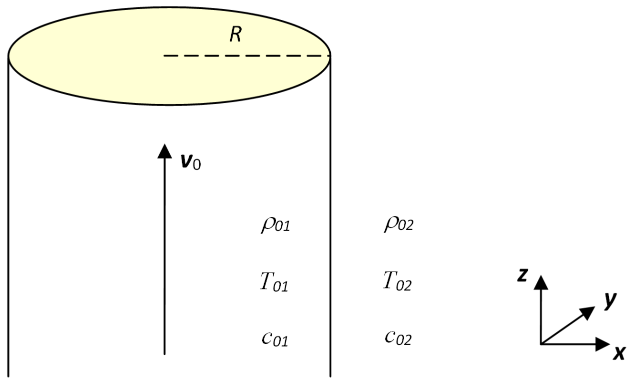


Figure 3.1: Un tube de flux de vitesse vertical $\boldsymbol{v}_0$ qui correspond à la région (1) ($r < R$). La région (2) correspond au milieu extérieur au tube ($r > R$).

3.2.1 Les équations de l'hydrodynamique

Commençons par écrire les équations de base de l'hydrodynamique pour une atmosphère uniforme sans stratification gravitationnelle. Ci-dessous l'équation de continuité, l'équation de la dynamique, l'équation de l'énergie et l'équation d'état respectivement

$$D_t\rho + \rho\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0, \tag{3.1}$$

$$\rho D_t\boldsymbol{v} + \nabla p = 0, \tag{3.2}$$

$$D_t p = c^2 D_t\rho, \tag{3.3}$$

$$p = \rho RT. \tag{3.4}$$

Afin de simplifier l'écriture mathématique, nous avons utilisé dans les équations ci-dessus l'operateur $D_t = \partial_t + \boldsymbol{v}\cdot\nabla$ qui est la dérivée materielle (description Lagrangienne). Les quatités ρ, p, $\boldsymbol{v}$ sont la densié, la pression et la vitesse respectivement. c est la vitesse acoustique, T est la température et R est la constante des gaz parfaits.

3.2.2 Equations des ondes linéaires

On considère maintenant deux milieux, le premier est un milieu qui comprend un tube de flux avec les caractéristiques suivantes: ρ_{01}, T_{01}, c_{01}. Le flux de vitesse du tube est uniforme $\boldsymbol{v}_0 = v_0\boldsymbol{e}_z$ et dirigé suivant la direction $\boldsymbol{z}$. L'atmosphère extérieure est une atmosphère uniforme avec les caractéristiques ρ_{02}, T_{02}, c_{02} (Figure 3.1).

On perturbe le système d'équations de 3.1 à 3.3 avec des perturbations spatiales et temporelles de pression $p'(r,t)$, densité $\rho'(r,t)$ et vitesse $\boldsymbol{v}'(r,t)$. Après la linéarisation et la séparation des équations en celles du milieu en équilibre et celles du milieu perturbé, on obtient les équations d'ondes linéaires dans la région (1) et la région (2)

région (1): $r < R$

$$D_t\rho' + \rho_{01}\nabla\cdot\boldsymbol{v}' = 0, \tag{3.5}$$

$$\rho_{01}D_t\boldsymbol{v}' + \nabla p' = 0, \tag{3.6}$$

$$D_t p' = c_{01}^2 D_t\rho', \tag{3.7}$$

région (2): $r > R$

$$\partial_t\rho' + \rho_{02}\nabla\cdot\boldsymbol{v}' = 0, \tag{3.8}$$

$$\rho_{02}\partial_t\boldsymbol{v}' + \nabla p' = 0, \tag{3.9}$$

$$\partial_t p' = c_{02}^2 \partial_t\rho'. \tag{3.10}$$

3.2.3 Les solutions exactes

Solutions pour $r < R$

Les équations 3.5, 3.6 et 3.7 seront combinées pour obtenir une équation différentielle pour la pression

$$D_t^2 p' - c_{01}^2 \triangle p' = 0. \tag{3.11}$$

On propose vu la gÃl'ométrie du problème que la perturbation p' est sous la forme

$$p' = p(\boldsymbol{r})\exp(ik_z z - i\omega t)e^{im\phi} \tag{3.12}$$

où m est le nombre azimutal, ϕ est l'angle azimutal, k_z est le vecteur d'onde perpendiculaire. En substituant la perturbation p' dans l'équation 3.11 et en utilisant les coordonnées cylindriques on obtient

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \left(k_1^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)p = 0, \tag{3.13}$$

c'est une équation de Bessel dont le vecteur d'onde horizontal k_1 satisfait

$$k_1^2 = \frac{(\omega - k_z v_0)^2}{c_{01}^2} - k_z^2. \tag{3.14}$$

La solution generale de l'équation 3.13 est de la forme $p_1(\boldsymbol{r}) = P\sum_m i^m B_m J_m(k_1 r)e^{im\phi} + A_m Y_m(k_1 r)e^{im\phi}$ où J_m et Y_m sont les fonctions de Bessel de première et seconde espèce respectivement, P est l'amplitude. A l'interieur du tube, on choisit la solution physique (Y_m présente une singularité à $r = 0$)

$$p_1(\boldsymbol{r}) = P\sum_m i^m B_m J_m(k_1 r)e^{im\phi}. \tag{3.15}$$

La composante radiale du vecteur perturbation de vitesse est obtenue en imposant que $\boldsymbol{v}'_r = v_r(\boldsymbol{r})\exp(ik_z z - i\omega t)e^{im\phi}\boldsymbol{e}_r$. De l'équation 3.6 on a finalement

$$v_{1r}(\boldsymbol{r}) = \frac{k_1 r}{i(\omega - k_z v_0)\rho_{01}} P\sum_m i^m B_m J'_m(k_1 r) \tag{3.16}$$

où $J'_m(k_1 r)$ désigne la dérivée par rapport à r.

Solutions pour $r > R$

Comme dans la région(1), les équations 3.8, 3.9 et 3.10 seront combinées pour obtenir une seule équation différentielle pour la pression

$$\partial_t^2 p' - c_{02}^2 \triangle p' = 0. \tag{3.17}$$

En substituant la perturbation de la pression sous la forme de l'équation 3.12, et en utilisant les coordonnées cylindriques, on obtient l'équation de Bessel pour la pression

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \left(k_2^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)p = 0 \tag{3.18}$$

où le vecteur d'onde horizontal k_2 satisfait

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c_{02}^2} - k_z^2. \tag{3.19}$$

La solution générale de l'équation 3.18 est sous la forme $p_2(\boldsymbol{r}) = P\sum_m i^m B_m J_m(k_2 r)e^{im\phi} + A_m Y_m(k_2 r)e^{im\phi}$.

On peut écrire également cette équation comme

$$p_2(\boldsymbol{r}) = P\sum_m i^m J_m(k_2 r)e^{im\phi} + P\sum_m i^m A_m H_m(k_2 r)e^{im\phi} \tag{3.20}$$

où $H_m = H_m^{(1)}$ est la fonction de Hankel de premier type d'ordre m. La composante radiale du vecteur perturbation de vitesse est obtenue en écrivant que

$\boldsymbol{v}'_r = v_r(\boldsymbol{r})\exp(ik_z z - i\omega t)e^{im\phi}\boldsymbol{e}_r$.

De l'équation 3.9 on a

$$v_{2r}(\boldsymbol{r}) = \frac{k_2 r}{i\omega\rho_{02}}\left[P\sum_m i^m J'_m(k_2 r)e^{im\phi} + P\sum_m i^m A_m H'_m(k_2 r)e^{im\phi}\right] \tag{3.21}$$

où $J'_m(k_2 r)$ et $H'_m(k_2 r)$ désignent la dérivée des fonctions de Bessel et Hankel par rapport à r.

La solution totale

La perturbation de pression donnée par les relations 3.15 et 3.20 et la composante radiale de la perturbation de la vitesse qui est donnée par les relations 3.16 et 3.21 doivent être égales au niveau de la frontière $r = R$. En formulant cette condition on obtient

$$P \sum_m i^m B_m J_m(k_1 R) e^{im\phi} = P \sum_m i^m J_m(k_2 R) e^{im\phi} + P \sum_m i^m A_m H_m(k_2 R) e^{im\phi} \tag{3.22}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{k_1 R}{i(\omega - k_z v)\rho_{01}} P \sum_m i^m B_m J'_m(k_1 R) e^{im\phi} &= \frac{k_2 R}{i\omega\rho_{02}} \left[P \sum_m i^m J'_m(k_2 R) e^{im\phi} \right. \\ &+ \left. P \sum_m i^m A_m H'_m(k_2 R) e^{im\phi} \right]. \end{aligned} \tag{3.23}$$

A partir de ces deux équations, on obtient les coefficients A_m et B_m

$$A_m = \frac{J_m(k_1R)J'_m(k_2R) - \left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}\right) J_m(k_2R) J'_m(k_1R)}{\left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}\right) J'_m(k_1R) H_m(k_2R) - J_m(k_1R) H'_m(k_2R)}, \tag{3.24}$$

$$B_m = \frac{H'_m(k_2R)J_m(k_2R) - H_m(k_2R)J'_m(k_2R)}{H'_m(k_2R)J_m(k_1R) - \left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}\right) H_m(k_2R) J'_m(k_1R)}. \tag{3.25}$$

En utilisant l'équation d'état 3.4, on obtient la condition entre les pressions de part et d'autre de la frontière $r = R$ d'équilibre

$$\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \frac{T_{01}}{T_{02}}. \tag{3.26}$$

Dans le cas où les deux milieux ont la même température, on aura $\rho_{02} = \rho_{01} = \rho$, $c_{01}^2 = c_{02}^2 = c^2$.

Pour un ω donné, on a

$$p'_\omega(\mathbf{r}, z, t) = \begin{cases} P \sum_m i^m B_m J_m(k_1 r) e^{im\phi + ik_z z - i\omega t} \\ P e^{ik_z z - i\omega t} \sum_m i^m e^{im\phi} [J_m(k_1 r) + A_m H_m(k_2 r)] \end{cases} \tag{3.27}$$

où

$$k_1(\omega) = \sqrt{(\omega - k_z v_0)^2 / c^2 - k_z^2} \qquad k_2(\omega) = \sqrt{\omega^2 / c^2 - k_z^2}. \tag{3.28}$$

Les coefficients A_m et B_m deviennent

$$A_m = \frac{J_m(k_1R)J'_m(k_2R) - \left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)}\right) J_m(k_2R) J'_m(k_1R)}{\left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)}\right) J'_m(k_1R) H_m(k_2R) - J_m(k_1R) H'_m(k_2R)}, \tag{3.29}$$

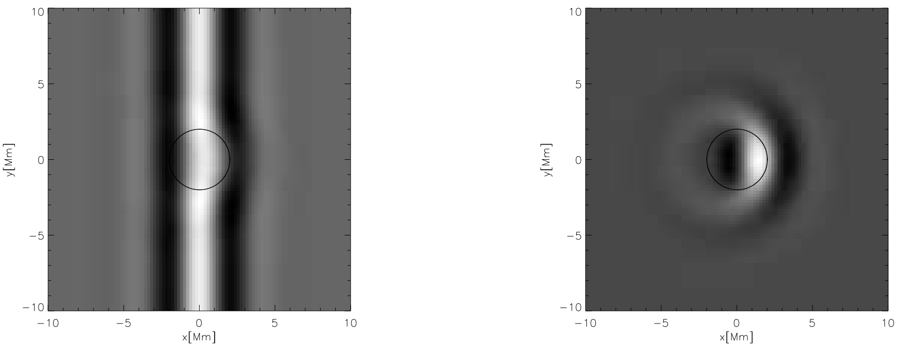


Figure 3.2: A gauche, le champ total de l'onde de pression en interaction avec le flux de vitesse dans le plan $x - y$. L'axe du tube de flux est suivant $\boldsymbol{z}$ et passe par les point $x = 0, y = 0$. Le rayon du tube est de 2 Mm et la vitesse du flux est de 1 km/s. A droite, c'est une image dans le plan $x - y$ qui montre le champ de diffusion de l'onde.

$$B_m = \frac{H'_m(k_2R)J_m(k_2R) - H_m(k_2R)J'_m(k_2R)}{H'_m(k_2R)J_m(k_1R) - \left(\frac{k_1\omega}{k_2(\omega - k_z v_0)}\right) H_m(k_2R)J'_m(k_1R)}. \tag{3.30}$$

On suppose que la propagation se fait suivant un vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ qui est incliné d'un angle $\theta = \pi/4$ par rapport à l'axe $\boldsymbol{z}$ (l'axe du tube), donc on peut écrire

$$k_z(\omega) = k\cos(\theta) = (\omega/c)\cos(\theta). \tag{3.31}$$

On veut représenter maintenant ces solutions exactes graphiquement (qualitativement) pour pouvoir les comparer avec des simulations réalisées avec le code SLiM. On construit un paquet d'onde comme une combination linéaire de p'_ω

$$p'(\boldsymbol{r}, z, t) = \mathrm{Re} \int_0^\infty e^{-(\omega-\omega_0)^2/2\sigma^2} p'_\omega(\boldsymbol{r}, z, t)\, d\omega \tag{3.32}$$

qui représente une onde acoustique Gaussienne qui se propage dans la direction $\boldsymbol{x}$ positive avec une fréquence qui est centrée autour de la fréquence dominante des ondes acoustiques observée à la surface solaire $\omega_0/2\pi = 3$ mHz. La fréquence de dispersion du paquet d'onde est donnée par $\sigma/2\pi = 1$ mHz. En l'absence d'inhomogénéités, p'_ω se réduit à une simple onde sinusoïdale de la forme $p'_\omega(\boldsymbol{r}, z, t) = P\cos(k_2x + k_zz - \omega t)$. En présence du flux de vitesse, la solution $p'_\omega(\boldsymbol{r}, z, t)$ est celle de l'équation 3.27. Ainsi, l'image du champ total de l'onde décrit par le paquet d'onde 3.32 est une superposition du champ de l'onde incidente sans inhomogénéité, avec le champ de diffusion de l'onde causé par la présence de l'inhomogénéité. Dans la représentation graphique de la solution exacte, le paquet d'onde ne se déplace pas, il est en permanant contact avec l'inhomogénéité au niveau du plan formé par $x = 0$ (figure 3.2 à gauche et figure 3.3). Ce qui évolue avec le temps, c'est la forme du paquet d'onde.

La figure 3.2 à gauche montre une image dans le plan $x - y$ du champ total de l'onde de pression en interaction avec le tube de flux de vitesse de 1km/s et de rayon de 2 Mm dont l'axe est suivant $\boldsymbol{z}$ et passe par le point $x = 0, y = 0$.

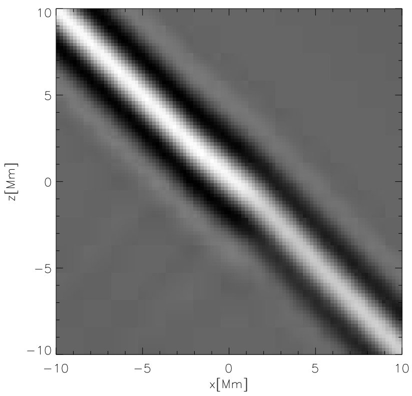


Figure 3.3: Une image dans le plan $x - z$ qui montre le champ total de l'onde en interaction avec le flux de vitesse. Le tube est situé entre -2 et 2 Mm.

La perturbation causée par le flux de vitesse est bien visible dans la figure 3.2 à droite qui montre le champ de diffusion de l'onde de pression (différence entre le champ total de l'onde et le champ de l'onde en absence du flux de vitesse). On peut observer également la forme circulaire du front d'ondes qui s'éloignent du flux de vitesse.

La figure 3.3 est une image dans le plan $x - z$ qui montre le champ total de l'onde en interaction avec le flux de vitesse. Le paquet d'onde est incliné d'un angle de $\pi/4$ par rapport à l'axe du tube qui est suivant $\boldsymbol{z}$. Les ondes réfléchies sont bien visibles mais avec une amplitude nettement inférieure à celle de l'onde incidente. Un important effet qui a été revélé par la vidéo de la simulation est l'augmentation de la vitesse de l'onde incidente à l'interieur du tube par rapport à la vitesse à l'exterieur, ce qui est un effet direct du flux de vitesse.

3.3 Solution analytique pour un cylindre magnétique

Dans ce paragraphe, on va chercher la solution analytique exacte au problème d'interaction des ondes linéaires avec un tube magnétique vertical $\boldsymbol{B}_0$ dans une atmosphère uniforme sans la présence d'un champ de vitesse. Les solutions analytiques ont été décrit par Wilson (1980), Gizon et al. (2006). Les équations des ondes linéaires sont

$$\partial_t \rho' + \rho \nabla \cdot \boldsymbol{v}' = 0, \tag{3.33}$$

$$\rho \partial_t \boldsymbol{v}' + \nabla p' = \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \boldsymbol{B}') \times \boldsymbol{B}_0 + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \boldsymbol{B}_0) \times \boldsymbol{B}', \tag{3.34}$$

$$\partial_t p' = c^2 \partial_t \rho', \tag{3.35}$$

$$\partial_t \boldsymbol{B}' = \nabla \times (\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{B}_0), \tag{3.36}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}' = 0, \tag{3.37}$$

avec l'équation d'état

$$p = \rho R T. \tag{3.38}$$

B_0 est le champ magnétique à l'intérieur du tube. La solution analytique (Gizon et al. 2006) a été obtenue de la même manière que dans le cas d'un tube de flux de vitesse (paragraphe 3.2)

$$p'_\omega(\boldsymbol{r}, z, t) = \begin{cases} P \sum_m i^m B_m J_m(k_1 r) e^{im\phi + ik_z z - i\omega t} \\ P e^{ik_z z - i\omega t} \sum_m i^m e^{im\phi} [J_m(k_1 r) + A_m H_m(k_2 r)] \end{cases} \tag{3.39}$$

où

$$k_2(\omega) = \sqrt{\omega^2/c^2 - k_z^2} \qquad k_1(\omega) = k_2 \sqrt{\frac{(\omega^2 - k_z^2 a^2)}{(1 + a^2/c^2)(\omega^2 - c_t^2 k_z^2)}} \tag{3.40}$$

$a = B_{tube}/(4\pi\rho_{tube})^{1/2}$ est la vitesse d'Alfvén, $B_{tube} = B_0$ est le champ magnétique à l'intérieur du tube, $c_t = ac(a^2 + c^2)^{-1/2}$ est la vitesse dans le tube.

Les coefficients A_m et B_m sont donnés par

$$A_m = \frac{(1 - a^2 k_z^2/\omega^2) J_m(k_1 R) J'_m(k_2 R) - [1 + (\gamma/2)(a^2/c^2)] J_m(k_2 R) J'_m(k_1 R)}{[1 + (\gamma/2)(a^2/c^2)] J'_m(k_1 R) H_m(k_2 R) - (1 - a^2 k_z^2/\omega^2) J_m(k_1 R) H'_m(k_2 R)}, \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned} B_m = -\frac{2i}{\pi k_2 R} \Bigg[& \frac{k_2}{k_1} \left(1 + \frac{\gamma}{2} \frac{a^2}{c^2}\right) J'_m(k_1 R) H_m(k_2 R) \\ & - \frac{k_2^2}{k_1^2} \left(1 - \frac{a^2 k_z^2}{\omega^2}\right) J_m(k_1 R) H'_m(k_2 R) \Bigg]^{-1}. \end{aligned} \tag{3.42}$$

3.4 Comparaison entre les solutions exactes et les solutions numériques

Dans cette partie, on va tester le code SLiM contre les solutions analytiques qu'on avait calculé dans les paragraphes précédents. Les solutions analytiques correspondent à des cylindres qui contiennent des champs magnétiques ou de vitesses baignant dans une atmosphère uniforme. Les caractéristiques du milieu extérieur sont telles que la denisté $\rho_0 = 5\times10^{-7}$g/cm^3, et le facteur adiabatique γ=5/3. On considère le milieu à l'interieur du tube comme uniforme, ceci donne naissance à une discontinuité au niveau de l'interface entre le tube et son environnement, ce qui nécessite l'utilisation de différentes résolutions spatiales pour assurer la convérgence des solutions dans cette limite. Les dimensions de notre cube de simulation est de 24 Mm dans chaque direction.

3.4.1 Flux de vitesse dans un milieu uniforme

On va tester le code par rapport aux solutions obtenues dans le paragraphe 3.2 qui concerne un flux de vitesse uniforme dans un milieu uniforme. Dans ce cas précis, la densité et la température sont les mêmes à l'intérieur et à l'extérieur du tube, la différence est au niveau du flux de vitesse qui est dirigé suivant l'axe du cylindre. Le paquet d'onde se propage dans la direction $\boldsymbol{x}$ à travers un tube de flux incliné d'un angle de $\pi/4$ par rapport à la direction de propagation. Le rayon du tube est de 2 Mm et la vitesse du flux est de 1km/s dans le tube. La vitesse du son dans le milieu est de 10 km/s. La discontinuité entre le tube et le milieu externe est résolue avec 200 points de grille dans chaque direction.

Les figures 3.4 et 3.5 montre une comparaison qualitative et quantitative entre la solution analytique et numérique (le champ de diffusion de l'onde de pression). Dans ces figures, la couleur blanche de l'onde correspond à une pression positive. L'amplitude de l'onde de pression incidente est égale à l'unité en absence d'inhomogénéité. D'abord on remarque que les deux solutions sont en raisonnable accord. La différence entre les deux solutions est due au fait que le traitement analytique et numérique n'est pas similaire. Comme on l'avait expliqué, la solution analytique est une image de l'onde qui est affectée en permanence par le tube, ainsi, la figure 3.5 représente la solution qu'à l'instant $t = t_{(x=0)}$. Par ailleur, dans le cas de la solution numérique, l'interaction de l'onde avec le tube commence à partir de $t = t_{(x=-12)}$ et continue jusqu'à $t = t_{(x=12)}$, par conséquent, dans cette solution il y'aura la contribution des ondes réflechie depuis le tube pour les instants $t \leq t_{(x=0)}$. On peut ajouter également la contribution des conditions périodiques dans la solution numérique comme on le voit dans la figure 3.4, en particulier lorsque le domaine de simulation n'est pas assez large comme dans ce cas.

Il est évident qu'à partir de ces résultats, si on augmente le domaine de simulation, les deux problèmes numérique et analytique deviennent similaires et les deux solutions vont converger.

3.4.2 Inhomogénéité de pression et de champ magnétique

On compare dans ce paragraphe les solutions analytiques et numériques dans le cas d'un cylindre de flux magnétique vertical se trouvant dans une atmosphère uniforme. Les solutions analytiques exactes de ce problème sont présentées dans le paragraphe 3.3. La vitesse du son dans l'atmosphère extérieure est $c = 11$km/s. Le rayon du tube R=2 Mm et le champ magnétique du tube $\boldsymbol{B}_{tube}$ est uniforme. La condition d'équilibre de pression implique que la pression à l'intérieur du tube égale à

$$P_{tube} = P_{ext} - B_{tube}^2/(8\pi). \tag{3.43}$$

On suppose également qu'il y a un équilibre thermique, c'est à dire la température est la même à l'intérieur et à l'extérieur du tube. Cette condition ainsi que la condition 3.43 implique que la densité à l'intérieur du tube sera réduite. Plus l'intensité du champ magnétique est grande, plus la densité dans le tube est réduite, et plus la discontinuié entre les deux milieux est accentuée. On va considérer ainsi dans les tests deux différentes intensités de champ magnétique B_{tube}, 1 kG et 3 kG.

Le traitement analytique et numérique de la discontinuité à travers le tube est différent. Dans le cas analytique, on suppose la continuité des solutions au niveau de cette limite, ce qui permet de calculer la solution totale exacte comme indiqué dans le paragraphe 3.3. Par ailleurs, cette singularité est problématique dans le cas du traitement numérique. On peut résoudre ce problème en considérant cette discontinuité comme une couche limite très fine où les propriétés du tube varient. On peut écrire cette limite comme

$$B_0 = \begin{cases} B_{tube} & r \leq R \\ B_{tube}\,(r_1 - r)/(r_1 - R) & R < r < r_1 \\ 0 & r_1 \leq r \end{cases} \tag{3.44}$$

où r est la distance par rapport à l'axe du tube, et on considère la limite $r_1 \rightarrow R$. En pratique, on résout la limite $r_1 - R$ en utilisant 5 points de la grille, après on utilise différentes résolutions spatiales jusquà la convergence de la solution.

Pour un cube de simulation de 12^3 Mm^3, une résolution de 200 pixels dans chaque direction suffit pour résoudre l'interaction de l'onde avec une discontinuité causée par un champ magnétique vertical B_{tube}=1kG. Les figures 3.6 et 3.7 montrent une comparaison entre la solution numérique donnée par le code SLiM et la solution analytique exacte dans le cas d'un champ magnétique vertical de 1 kG. A partir de ces figures, on peut observer qu'il y a un bon agrément entre les deux solutions en utilisant 200 modes de Fourier dans les directions x et y. Du moment où on a utilisé deux schémas numériques différents dans les deux directions spatiales; la méthode spectrale dans la direction horizontale, et la méthode de Lax-Wendroff dans la direction vertical, il est important de tester le code dans la direction horizontale également. Les figures 3.8 et 3.9 montrent les résultats numériques et analytiques pour un tube magnétique horizontal avec les mêmes caractéristiques que le tube vertical. Les deux solutions sont aussi en bon accord. Les figures 3.10 et 3.11 montrent une comparaison entre les deux solutions pour un tube magnétique très intense 3 kG en utilisant une faible résolution spatiale de 100 pixels dans chaque direction. On a utilisé seulement trois points de grille pour résoudre la couche limite qui sépare le tube du milieu extérieur alors qu'un tel champ magnétique réduit la densité à l'intérieur de 98 à 99%. Dans les figures de la solution numérique, on remarque que la faible résolution donne naissance à des bruits et artéfacts numériques au niveau de la discontinuité qui entoure le tube magnétique. La faible résolution qui est de 100 pixels fait que la taille de la cellule de la grille serait assez large par rapport à celle pour une résolution de 200 pixels, par conséquent, d'après la relation 2.80, la viscossité artificielle dans la direction horizontale va diminuer, ce qui favorise également l'apparition de ces oscillations locales. Cependant, les deux solutions analytiques et numériques sont en assez raisonnables accord loin des limites du tube.

3.5 Conclusion

Au cours du développement du code SLiM, en particulier durant la simulation de la propagation des ondes à travers des inhomogénéités, nous avons été confrontés à des problèmes d'instabilités numériques et d'oscillations découlant de la discontinuité qui sépare les deux milieux différents. Ce bruit numérique conduit à une perte d'informations physiques très précieuses. Pour mettre en avant la physique correcte émanant du code ainsi que les différentes lacunes, nous avons lancé une série de simulations tests de type hydrodynamiques et magnétohydrodynamique comme la propagation des ondes linéaire à travers un flux de vitesse vetical à la direction de propagation, ou à travers une dépression causée par un champ magnétique horizontal ou vertical. Nous avons comparé les solutions numériques aux solutions analytiques exactes qui ont été calculées pour ces types de problèmes. Les résultats numériques donnés par le code ont été en bon accord qualitativement et quantitativement avec les résultats exactes, en fonction de la résolution spatiale (ou la viscosité artificielle) utilisée. Le code SLiM peut ainsi être utilisé pour étudier l'interaction des ondes avec les différentes structures complexes du Soleil telle que les taches solaires, tubes magnétiques fins, granulations,...

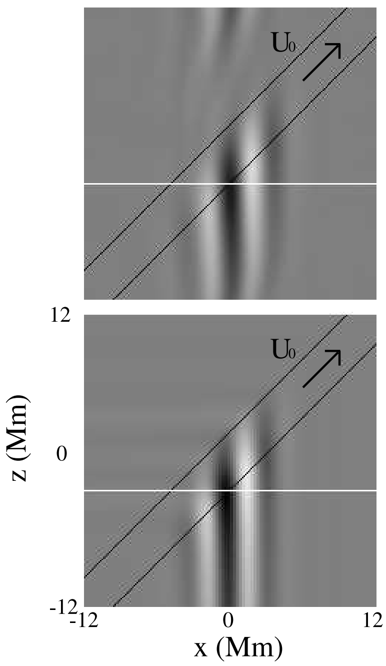


Figure 3.4: Un instantané du champ de diffusion de l'onde de pression dans le plan $x - z$ en interaction avec un tube de flux de vitesse de 1 km/s et de rayon de 2Mm, incliné d'un angle de $\pi/4$ (les lignes noires) par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente. Les lignes noires indiquent les frontières du cylindre. La figure en bas montre la solution analytique exacte, la figure en haut montre la solution numérique issue du code SLiM.

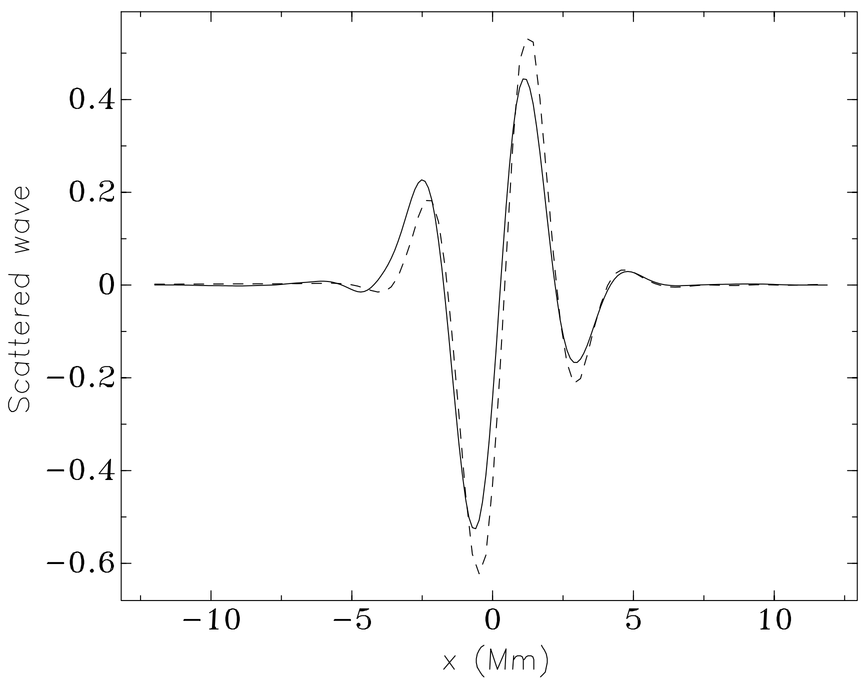


Figure 3.5: Une coupe à travers la ligne blanche visible dans la figure 3.4 qui montre la courbe de la pression diffusée. Une comparaison entre la solution analytique exacte (courbe en pointillé) et la solution numérique donnée par le code SLiM (courbe en continue).

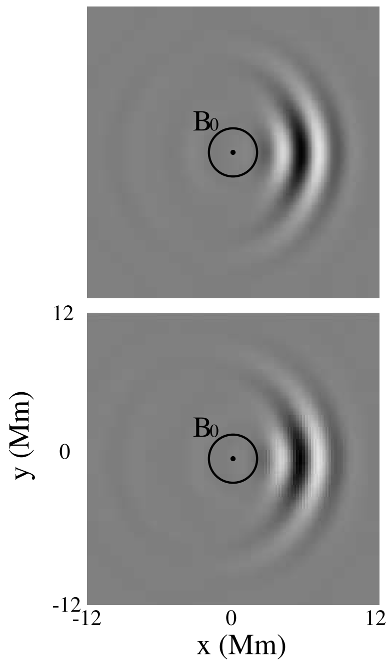


Figure 3.6: Une image du champ de diffusion de l'onde de pression pour un tube magnétique vertical de 1 kG avec un axe $x = y = 0$ et un rayon $R = 2$ Mm. L'image d'en haut montre la solution numérique, l'image en bas montre la solution exacte. La résolution est de 200 pixels pour chaque direction.

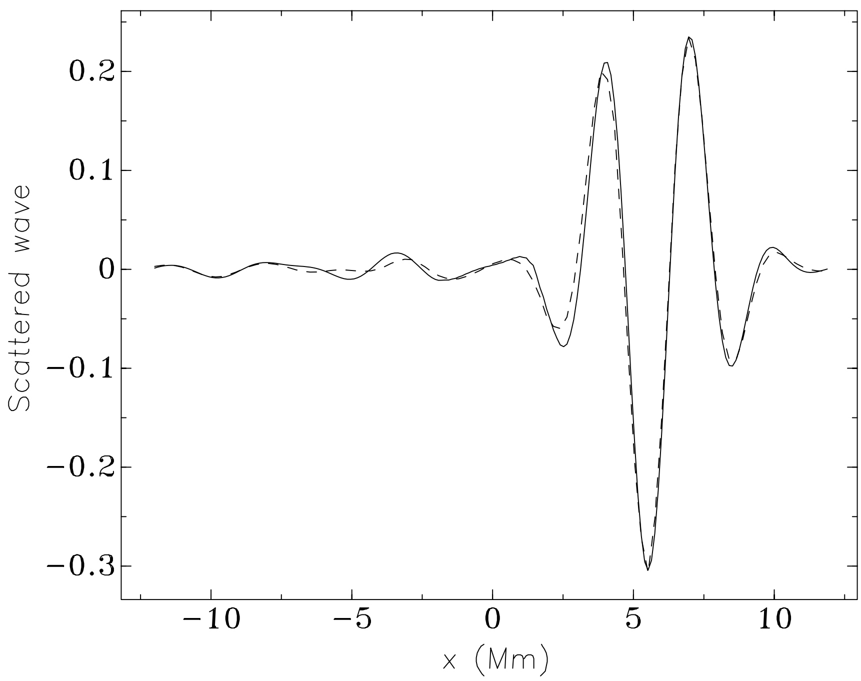


Figure 3.7: Une coupe à $y = 0$ à travers le champ de diffusion de l'onde de pression de la figure 3.6. La solution exacte correspond à la courbe pointillée, la solution numérique correspond à la courbe solide.

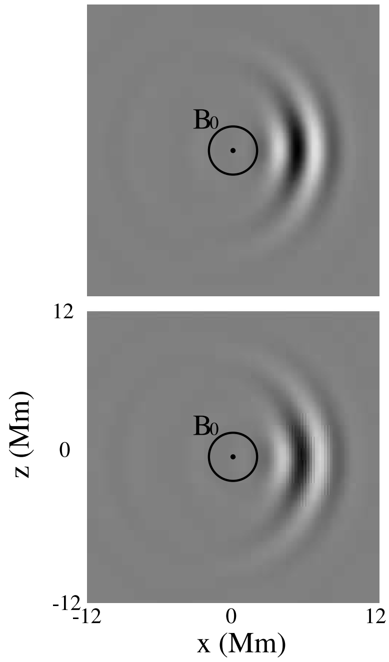


Figure 3.8: Une image du champ de diffusion de l'onde de pression pour un tube magnétique horizontal de 1 kG avec un axe $x = y = 0$ et un rayon $R = 2$ Mm. L'image d'en haut montre la solution numérique, l'image en bas montre la solution exacte. La résolution est 200 pixels pour chaque direction.

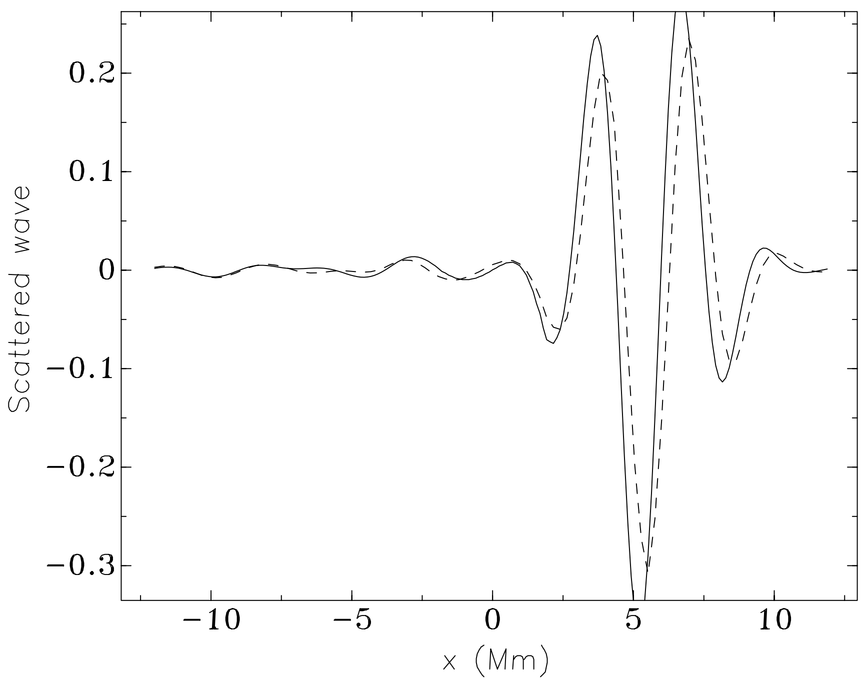


Figure 3.9: Une coupe à $y = 0$ à travers le champ de diffusion de l'onde de pression de la figure 3.8. La solution exacte correspond à la courbe pointillée, la solution numérique correspond à la courbe solide.

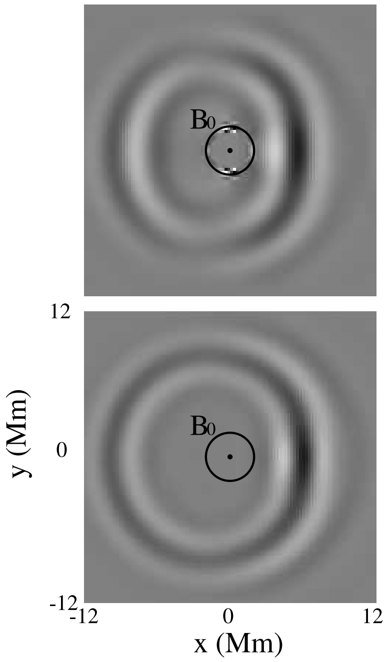


Figure 3.10: Une image du champ de diffusion de l'onde de pression pour un tube magnétique vertical de 3 kG avec un axe $x = y = 0$ et un rayon $R = 2$ Mm. L'image d'en haut montre la solution numérique, l'image en bas montre la solution exacte. La résolution est 100 pixels pour chaque direction. On résoud la discontinuité qui entoure le tube avec seulement 3 points.

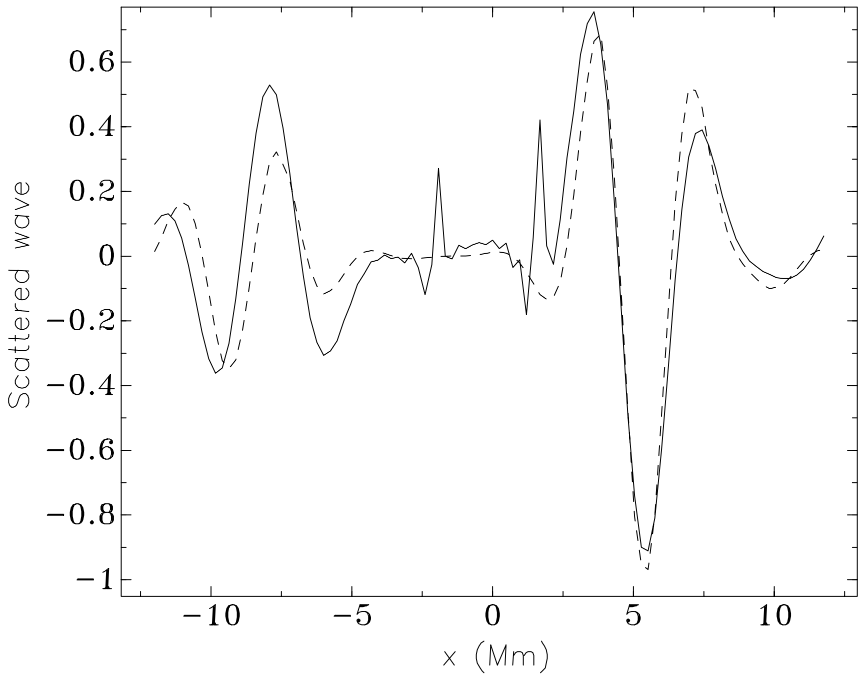


Figure 3.11: Une coupe à $y = 0$ à travers le champ de diffusion de l'onde de pression de la figure 3.10. La solution exacte correspond à la courbe pointillée, la solution numérique correspond à la courbe solide. Ce cas montre les effets d'une basse résolution.

4 Simulation de la propagation du mode-f à travers des tubes de flux magnétique

4.1 Introduction

Les tubes de flux magnétique sont des structures importantes dans l'atmosphère solaire. Ils ont une influence significative sur la dynamique de la chromosphère et de la couronne, et aussi sur l'activité magnétique solaire. Les tubes magnétiques sont des structures isolées qui constituent 90% de l'atmosphère solaire en dehors des taches solaires. Dans la photosphère, ces tubes sont classés des plus petits comme les tubes inter-granulaire (100-300 km) jusqu'aux plus larges comme les pores (1-5 Mm) qui peuvent se développer en taches solaires. Leur intensité magnétique est de l'ordre du kilogauss, ce qui laisse le tube pratiquement évacué. Ainsi, la poussée d'Archimède fait monter ces tubes verticalement à la surface solaire. Le réchauffement de la chromosphère et de la couronne peut être attribué en partie au transfert d'énergie des ondes qui se propagent à travers les lignes du champ magnétique. Ces dérniers sous la forme de tubes de flux magnétique assurent le couplage entre les différentes couches de l'atmosphère solaire. Ces ondes peuvent servir également à sonder les propriétés du milieu et la structure des tubes magnétiques. Spruit (1981, 1982) a étudié théoriquement les oscillations des tubes magnétiques dans la zone de convection et la chromosphère en utilisant une atmosphère isotherme stratifiée en deux dimensions et en faisant l'approximation des tubes magnétiques fins, c'est à dire en supposant que le diamètre du tube est inférieur à toutes les échelles caractéristiques du milieu ainsi que la longueur d'onde. D'abord la condition d'équilibre hydrostatique du tube magnétique s'écrit comme

$$p_i(r) + \frac{B^2(r)}{8\pi} = p_e \tag{4.1}$$

où p_i et p_e sont la pression cinétique des gaz à l'intérieur et à l'extérieur du tube respectivement, B est le champ magnétique à l'intérieur du tube.

On distingue deux cas :

$\boldsymbol{g} = 0$

En utilisant la condition 4.1 ainsi que les équations MHD linéarisées écrites en coordonnées cylindriques, et pour une perturbation qui est proportionnelle à $\exp(-\omega t + ikz + im\varphi)$, les modes fondamentaux d'ondes magnétohydrodynamiques qui caractérisent un tube magnétique fins sont (Figure 4.1) :
(1) Le mode longitudinal (sausage mode) avec le nombre d'onde azimutal $m = 0$. Ce mode est axisymétrique, il est excité par les fluctuations de pression.
(2) Le mode transversal (kink mode) avec $m = \pm\, 1$. Ce mode est non-axisymétrique, il décrit les oscillations incompressibles du tube qui sont générées par la tension magnétique.
Les deux modes se propagent avec la vitesse du tube c_t et la vitesse kink c_k respectivement données par (Defouw 1976, Spruit 1981)

$$c_t^2 = \frac{c^2 a^2}{c^2 + a^2}, \quad c_k^2 = \left(\frac{\rho_i}{\rho_i + \rho_e}\right) a^2 \tag{4.2}$$

où ρ_i est la densité à l'intérieur du tube, ρ_e est la densité à l'extérieur et a est la vitesse d'Alfvén ($a^2 = B^2/\mu_0\rho$). On remarque que la vitesse de propagation du mode

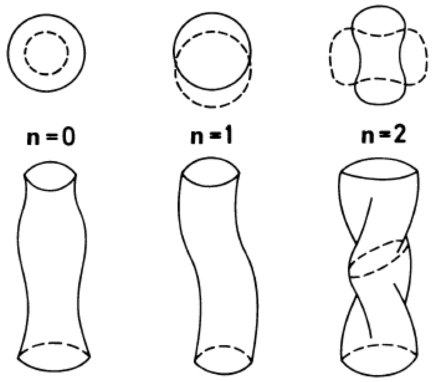


Figure 4.1: La distorsion d'un tube magnétique fin au passage d'une perturbation linéaire (Spruit 1982). On distingue trois modes d'oscillations, le mode longitudinal qui correspond au nombre azimutal $n = 0$ (monopole oscillation), et le mode transversal qui correspond à $n = 1$ (dipole oscillation) et $n = 2$ (quadrupole oscillation).

kink est inférieure à la vitesse d'Alfvén. On explique ceci par l'augmentation apparente de l'inertie du tube pour le mouvement transversal, c'est à dire durant son oscillation, le tube transporte avec lui une certaine quantité du fluide externe, ce qui augmente sa masse effective.

$\boldsymbol{g} \neq 0$

Dans ce cas, la force introduite par la gravité change les caractéristiques des oscillations du tube. En négligeant la compressibilté du milieu, l'équation du mode kink sécrit comme

$$\frac{\partial^2 \xi_\perp}{\partial t^2} = c_k^2 \frac{\partial^2 \xi_\perp}{\partial z^2} + g\left(\frac{\rho_i - \rho_e}{\rho_i + \rho_e}\right)\frac{\partial \xi_\perp}{\partial z}, \tag{4.3}$$

$\xi_\perp$ étant le déplacement transversal du tube. Le premier terme du membre droit de l'équation 4.3 représente la force de rappel causée par la courbure des lignes du champ magnétique. Les effets de la gravité ainsi que la stratification sont incluses dans le deuxième terme du membre droit qui est proportionnel à la poussée d'Archimède.

La solution de l'équation 4.3 donne pour l'amplitude de $\xi_\perp$

$$\xi_\perp \approx \exp(-i\omega t + ikz + z/4H), \tag{4.4}$$

tel que

$$kH = \pm\frac{1}{4}(\omega^2/\omega_c^2 - 1)^{1/2} \tag{4.5}$$

où H est l'échelle de hauteur de la pression. La fréquence de coupure est donnée par

$$(\omega_c^k)^2 = \frac{g}{8H}\left(\frac{1}{1+2\beta}\right) \tag{4.6}$$

β étant le rapport de pression cinétique sur la pression magnétique du gaz ($\beta = 8\pi p/B^2$).

Les oscillations longitudinales s'écrivent comme

$$\rho\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial t}+\rho v_{\parallel}\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial z}\approx-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g, \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho}{B}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho v}{B}\right)=0. \tag{4.8}$$

L'équation 4.7 est non linéaire, elle décrit le mouvement d'un flux de vitesse vertical le long d'un tube magnétique vertical. La force magnétique étant nulle dans la direction verticale, c'est simplement l'équation du mouvement d'un fluide compressible en une dimension. Ces équations avec la condition d'équilibre 4.1 donne la relation de dispersion

$$\omega^2=c_t^2k^2+(\omega_c^t)^2, \tag{4.9}$$

avec la fréquence de coupure $\omega_c^t=\frac{c_t}{4H}\left(9-\frac{8}{\gamma}+\frac{16(\gamma-1)}{\gamma^2}\frac{c^2}{a^2}\right)^{1/2}$. γ est le facteur adiabatique.

Les modes d'oscillations du tube sont excités par les fluctuations stochastiques de la convection solaire qui entourent le tube. Les oscillations longitudinales du tube sont affectées par l'amortissement radiatif alors que les oscillations transversales sont moins sensibles à l'amortissement et la dissipation. Les ondes dont la fréquence $\omega<\omega_c$ sont évanescentes. Les ondes se propagent lorsque $\omega>\omega_c$. La fréquence de coupure du mode kink étant très basse, ces ondes arrivent jusqu'à la chromosphère avec une amplitude qui croît avec la hauteur selon la relation 4.4. Ceci explique pourquoi le mode transversal joue un role important dans le processus de réchauffement de la couronne.

Dans une atmosphère similaire au précédente, et pour une perturbation qui se propage dans la direction verticale, les modes d'oscillations compressibles rapides et lents qui existent dans une tache solaire peuvent être attribués à des émissions de type monopole, dipole et quadrupole, alors que la composante incompressible des modes d'oscillations comme l'onde d'Alfvén peuvent être générée par des émissions de type dipole seulement (Musielak & Rosner 1987). Dans une atmosphère non isotherme, les oscillations du tube deviennent instables. Dans la zone covective, l'instabilité est alimentée par la force d'Archimède, d'où la nécessité d'un critère de stabilité (voir paragraphe 2.5.4).

Dans l'atmosphère solaire, ces perturbations peuvent être des ondes de surface comme les modes de gravité surfacique (mode-f), ou bien des modes acoustiques (mode-p). Ces ondes vont exciter les différents modes d'oscillations du tube magnétique. Bogdan et al. (1996) ont essayé de quantifier cette interaction en étudiant ce processus dans une atmosphère stratifiée et polytrope en supposant que le rayon du tube reste toujours inférieur à l'échelle de hauteur de la densité locale. Dans ce modèle, le "plasma béta" est supposé constant avec la profondeur. Les oscillations du tube sont complétement décritent par le déplacement transversal $\xi_{\perp}(z,t)$ (kink mode) et longitudinal $\xi_{\parallel}(z,t)$ (sausage mode). Ces auteurs ont trouvé que le mode-f est plus absorbé par le tube magnétique que le mode-p. Le mode kink est principalement excité par le mode-f, alors que le mode sausage est excité par les modes-p en particulier pour les tubes très évacués. Le tube atteint le plus haut degré d'oscillation lorsque l'intensité du champ magnétique est très grande, et lorsque la pression magnétique est comparable à la pression du gaz à l'extérieur ($\beta\approx0.1$). Le kink mode est le plus dominant mode du tube magnétique.

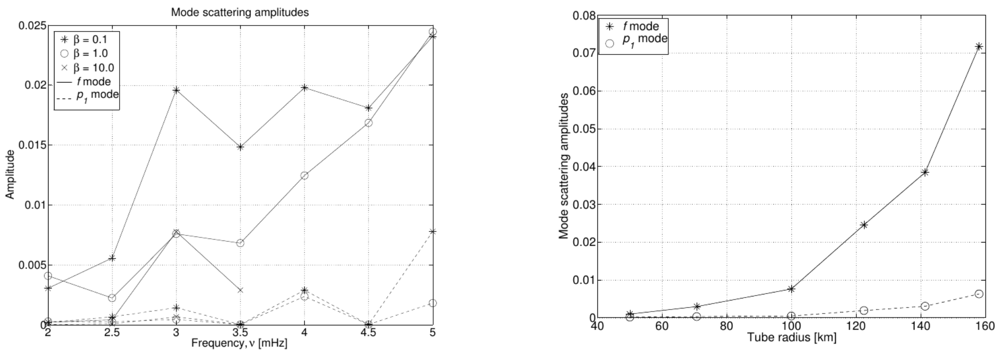


Figure 4.2: La figure à gauche montre l'amplitude de l'onde diffusée pour le mode-f (lignes solides) et le mode-p_1 (lignes pointillées) en fonction de la variation de la fréquence ν ainsi que le paramètre β. Il est claire que les coefficients de diffusion du mode-f sont plus grands que ceux du mode-p. La figure à droite montre l'amplitude de diffusion en fonction du rayon du tube magnétique R pour un cas typique où $\nu = 3$ mHz et β=1 (Hanasoge et al. 2008).

Hanasoge et al. (2008) ont utilisé une atmosphère similaire à celle de Bogdan et al. (1996) en adoptant toujours l'approximation du tube magnétique fin pour évaluer numériquement la matrice de diffusion qui est associée à l'interaction du mode-f avec un tube de flux magnétique. Leur calcul a montré que l'amplitude des ondes diffusées par le tube magnétique dépend du plasma-β et de la fréquence de l'onde incidente (Figure 4.2 à gauche). Ainsi, le couplage onde-tube devient assez fort lorsque la fréquence augmente. En outre, l'amplitude des ondes diffusées augmente également avec l'augmentation du champ magnétique du tube et donc du rapport plasma-β, ce qui favorise les oscillations de type kink et rend le tube plus rigide aux autres oscillations hydrodynamiques générées par l'onde incidente. L'effet inverse est observé pour les β élevées. Par ailleurs, il a été constaté que l'amplitude des onde diffusées augmente d'une façon non linéaire avec le rayon du tube (flux magnétique) pour une fréquence et un β fixe (Figure 4.2 à droite). Un autre résultat important est que le processus de diffusion est dominé par la diffusion $f - f$ alors que la conversion $f - p$ est très faible. Du moment où ce travail a été fait en utilisant l'approximation des tubes fins, le rayon maximum du tube a été limité à R=160 km (Figure 4.2 à droite).

Dans les travaux théoriques cités précédemment ou autres, des hypothèses et des simplifications ont été utilisées, comme l'approximation des tubes fins, des atmosphères isothermes ou non stratifiées, la non prise en charge des modes d'oscillations d'ordre m élevé, simplifications mathétmatiques, études en deux dimensions, etc.

Le traitement numérique direct de l'interaction des ondes avec les tubes magnétiques est une approche très efficace et robuste. Cette approche commence à donner de très intéressant résultats à la lumière du développement de codes de simulations numériques qui est favorisé par le perfectionnement des machines de calculs qui sont de plus en plus puissantes. Parmis les travaux récents dans ce contexte, on peut citer par exemple Cameron et al. (2007), Hanasoge et al. (2008), Khomenko et al. (2008), Cameron et al. (2008), Khomenko et al. (2009).

Dans ce travail, on va utiliser des simulations numériques en trois dimensions avec le code SLiM pour explorer la réponse de tubes magnétiques de différentes tailles (un rayon entre 200 km et 3 Mm) à la propagation d'un paquet d'onde qui représente le mode-f

dans la zone de convection solaire.

4.2 Le modèle de simulation

4.2.1 Le modèle d'atmosphère

La couche de convection ne présente qu'une très petite fraction du rayon du Soleil, dans ce cas bien précis, il en résulte une simplification intéressante de l'atmosphère :

- La courbure de l'atmosphère est négligée.
- La pesanteur est considérée comme constante.
- L'atmosphère ne participe pas à la " production" d'énergie de l'étoile, elle ne fait que transmettre ou transforme celle-ci vers l'extérieur à partir des zones internes.
- La force centrifuge équatoriale est faible devant la gravité locale dans cette même région, on peut négliger donc le mouvement de rotation.

Le modèle d'atmosphère à l'équilibre qu'on va utiliser est identique à celui de Cally & Bogdan (1997). Une atmosphère adiabatique polytrope et stratifiée avec un indice polytropique $m = 3/2$ ($\gamma = 5/3$ un gaz monoatomique) en présence d'un champ magnétique vertical d'intensité maximale B_0 (Figure 4.3).

Le profil initial de la densité, la pression et la température est décrit par les relations

$$\rho_0(z) = \rho_{00}(-z/z_0)^m, \tag{4.10}$$

$$P_0(z) = P_{00}(-z/z_0)^{m+1}, \tag{4.11}$$

$$T_0(z) = \frac{P_0 M_w}{R\rho_0} \tag{4.12}$$

où ρ_{00} est la densité à l'équilibre à la profondeur de 1 Mm, $P_{00} = \rho_{00} g z_0/(m+1)$, g est l'accélération de la gravité avec g =274 m/s^2, M_w=0.6 est la masse moléculaire moyenne, R est la constante des gaz parfaits. A partir de ce profil de température, le minimum (T=5775 K) correspond à z=-440 km, le maximum (T=9054 K) correspond à z=-200 km, ce qui définit le sommet de notre atmosphère.

On définit la profondeur L comme étant le lieu où on a l'égalité entre la vitesse d'Alfvén et la vitesse acoustique. En faisant l'égalité entre les deux vitesses on obtient l'intensité du champ magnétique B_0

$$B_0^2 = 10^6(\gamma - 1)\mu\rho_{00} g(L/10^6)^{5/2}. \tag{4.13}$$

En choisissant L =400 km et $\rho_{00} = 10^{-5}$ g cm^{-3}, on trouve B_0=4820 G. Le vecteur champ magnétique est vertical et dépend de la distance radiale $B_z(r)$. La pression magnétique qui en résulte est donnée par $P_B = B_z(r)^2/2\mu$.

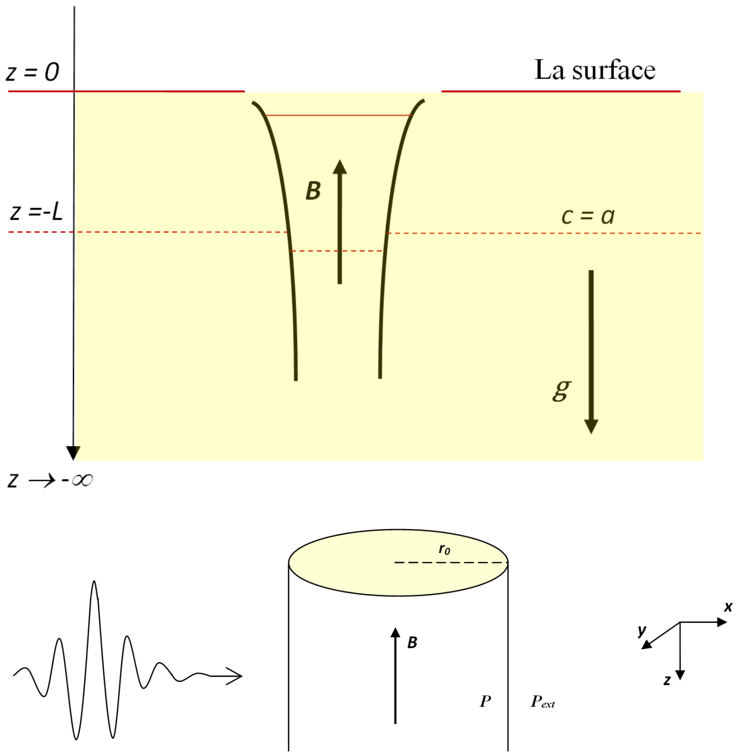


Figure 4.3: Le modèle atmosphérique à l'équilibre. Une atmosphère polytrope stratifiée avec un champ magnétique vertical. La perturbation sous la forme d'un paquet d'onde de mode-f se propage dans la direction x.

L'équilibre hydrostatique entre la pression interne et externe conduit à l'augmentation de la pression externe d'une valeur constante qui est $Max(P_B) = B_0^2/2\mu$ (enhanced polytrope). Du moment où la pression magnétique est une fonction continue de r et ne dépend pas de la coordonnée z, la pression externe sera donnée par $P_{ext} = P_0(z) + B_z^2(r)/2\mu$. La pression totale devient alors

$$P = P_0(z) + B_0^2/2\mu - B_z(r)^2/2\mu. \tag{4.14}$$

On peut constater que loin du tube ($r >> r_0$), r_0 étant le rayon caractéristique du tube, on a $B_z(r) = 0$, on retrouve ainsi le polytrope augmenté. A l'intérieur du tube, et pour ($r = 0$), on a $B_z(r) = B_0$, donc on retrouve la pression à l'équilibre $P_0(z)$. Ainsi la pression du polytrope s'écrit comme

$$P(z) = \begin{cases} P_0(z) = P_{00}(-z/z_0)^{m+1} & r = 0 \\ P_{ext} = P_0(z) + B_0^2/2\mu & r >> r_0 \end{cases} \tag{4.15}$$

La densité n'est pas affecté par l'addition du champ magnétique et demeure celle du polytrope

$$\rho(z) = \rho_0(z) = \rho_{00}(-z/z_0)^m. \tag{4.16}$$

La vitesse acoustique dans le polytrope est obtenue à partir de la relation

$$c(z)^2 = \frac{\gamma P(z)}{\rho(z)}. \tag{4.17}$$

La fréquence de coupure acoustique est approximativement donnée par $\omega_c = c/2H$ où H est l'échelle de la hauteur de densité définie comme $H = \frac{d\ln\rho}{dz} = z/m$, d'où l'expression

$$\omega_c = \frac{m}{2z}c. \tag{4.18}$$

La figure 4.4 montre une comparaison entre les profils verticaux de la pression, la densité et la vitesse acoustique dans le modèle solaire standard S (Christensen-Dalsgaard et al. 1996) et ceux du polytrope (équations 4.15, 4.16 et 4.17). Dans le modèle S, la surface $z = 0$ correspond à une profondeur de 400 km. On voit bien la différence entre la courbe du polytrope du Soleil calme (courbe bleu) et celle du polytrope le long de l'axe du tube (noire) qui est causée par l'effet du champ magnétique à la surface B_0. En comparant par rapport aux profils du modèle S (courbe en rouge), une atmosphère polytrope reste une approximation raisonnable pour une étude qualitative de la propagation des ondes dans la couche supérieure de la zone de convection.

4.2.2 Le profil magnétique initial du tube

Le tube magnétique initial est vertical et axisymétrique avec un profil radial qui prend la forme d'une Gaussienne au carré

$$B_z(r) = B_0 e^{-r^4/r_0^4}. \tag{4.19}$$

Ce profil s'adapte bien aux tubes magnétiques observés qui sont quasi-évacués et perpendiculaires à la surface solaire avec un champ central dominant et radial. Le tube est placé presque au sommet de l'atmosphère à $t = 0$. B_0 est le champ central et r_0 est le rayon caractéristique du tube, r est la distance radiale depuis l'axe du tube. Le champ magnétique tend vers zero d'une manière continue à la limite du cylindre. A $r = r_0$, $B \approx B_0/2$. La figure 4.5 montre le profil du champ magnétique pour des tubes de rayon 200 km et 3 Mm. On remarque que le champ magnétique du grand tube est plus large à la base et tend vers zero d'une manière continue et moins abrupte par rapport au petit tube.

4.2.3 Les équations, conditions initiales et aux limites

Les équations MHD du code SLiM sont les équations linéaires et idéales representées dans le paragraphe 2.5.1. Les perturbations du champ magnétique, de la vitesse, de la pression et la densité s'écrivent en terme du vecteur déplacement $\boldsymbol{\xi}$. L'accélération de la gravité reste constante. L'équation du vecteur déplacement est

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = -\nabla p' + \rho' \boldsymbol{g} + \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{J}' \times \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{J}_0 \times \boldsymbol{B}'). \tag{4.20}$$

Les perturbations sont

$$\rho' = -\nabla \cdot (\rho_0 \boldsymbol{\xi}), \tag{4.21}$$

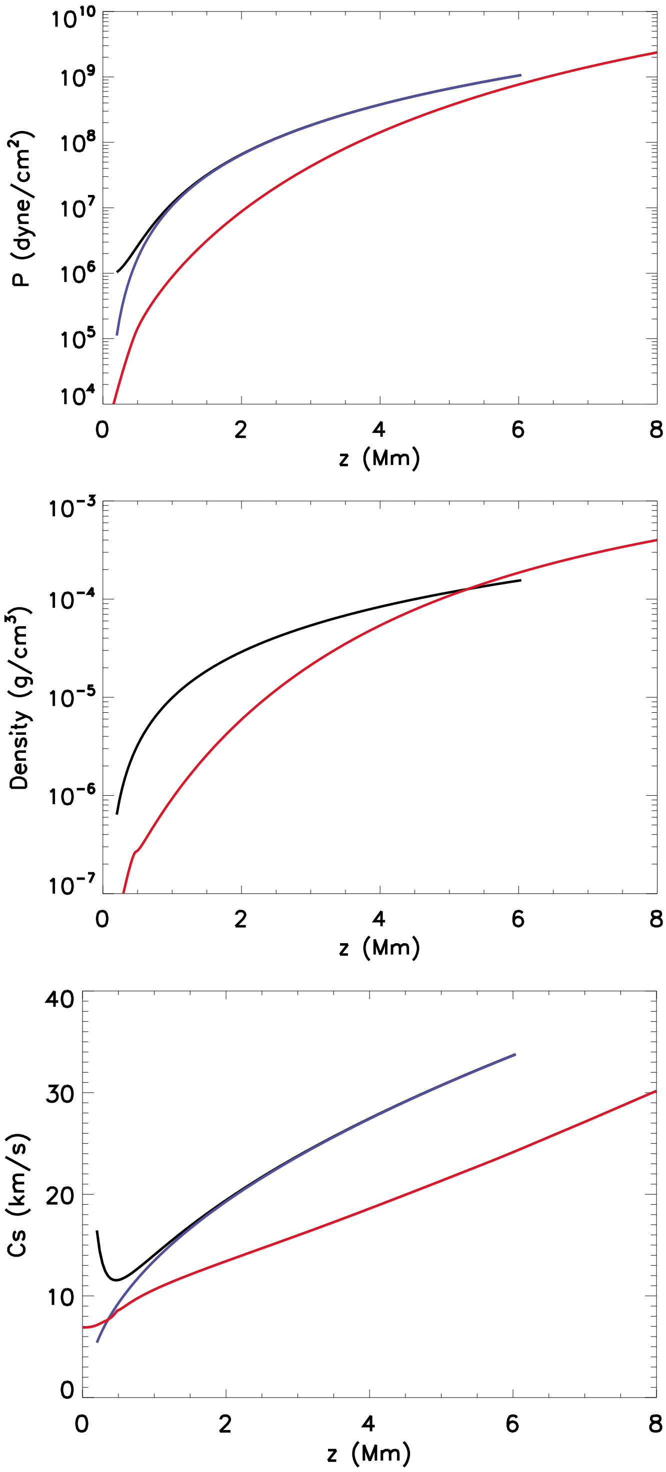


Figure 4.4: Les profils verticaux de la pression, la densité et la vitesse acoustique de l'atmosphère à l'équilibre. La courbe rouge est le profil du modèle standard S de Christensen-Dalsgaard. La courbe bleu est le profil du polytrope le long de l'axe du tube magnétique ($r = 0$). La courbe noire correspond au polytrope diminué dans un Soleil calme ($r >> r_0$).

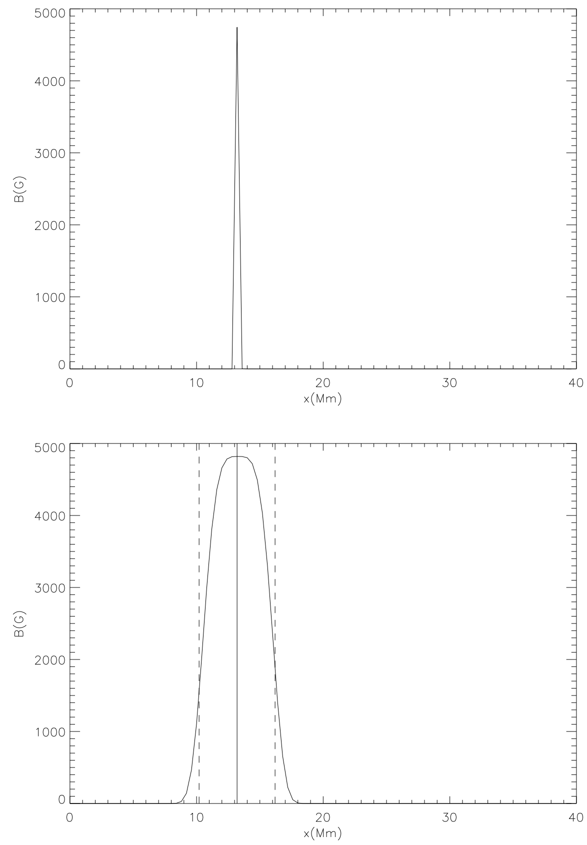


Figure 4.5: La configuration du tube magnétique vertical avec un champ central de 4820 G et un profil radial $B_z(r)$=4820 e^{-r^4/r_0^4} où r_0 est le rayon du tube. Les figures en haut et en bas montrent le champ magnétique de tubes de rayon 200 km et 3 Mm respectivement placés au niveau de la coordonnée x=13 Mm.

$$p' = c_0^2(\rho' + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla\rho_0) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p_0, \tag{4.22}$$

$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{B}_0), \tag{4.23}$$

$$\boldsymbol{J}' = \nabla \times \boldsymbol{B}'. \tag{4.24}$$

On utilise une géometrie Cartésienne définit par les coordonnées horizontales x et y. La coordonnée verticale qui est z augmente avec la profondeur . Cette dernière varie de 0.2 Mm jusqu'à 6 Mm au dessous de la surface solaire. Le domaine horizontal de la simulation est définit par $x \in$ [-20,20] Mm et $y \in$ [-10,10] Mm (40 Mm $\times$ 20 Mm).

L'axe du tube magnétique vertical passe par le point x=-7 Mm, y=0. On rappelle pour les conditions aux limites à la surface solaire que les ondes sont fortement réflechies par la limite supérieure de l'atmosphère, ce qui nous permet de ne considérer que les ondes dont la fréquence est au dessous de la fréquence acoustique de coupure. En fait, la fréquence de coupure acoustique dans notre modèle est presque infinie et les ondes incidentes considérées ont une énergie très faible. Les conditions horizontales restent périodiques (Paragraphe 2.5.2).

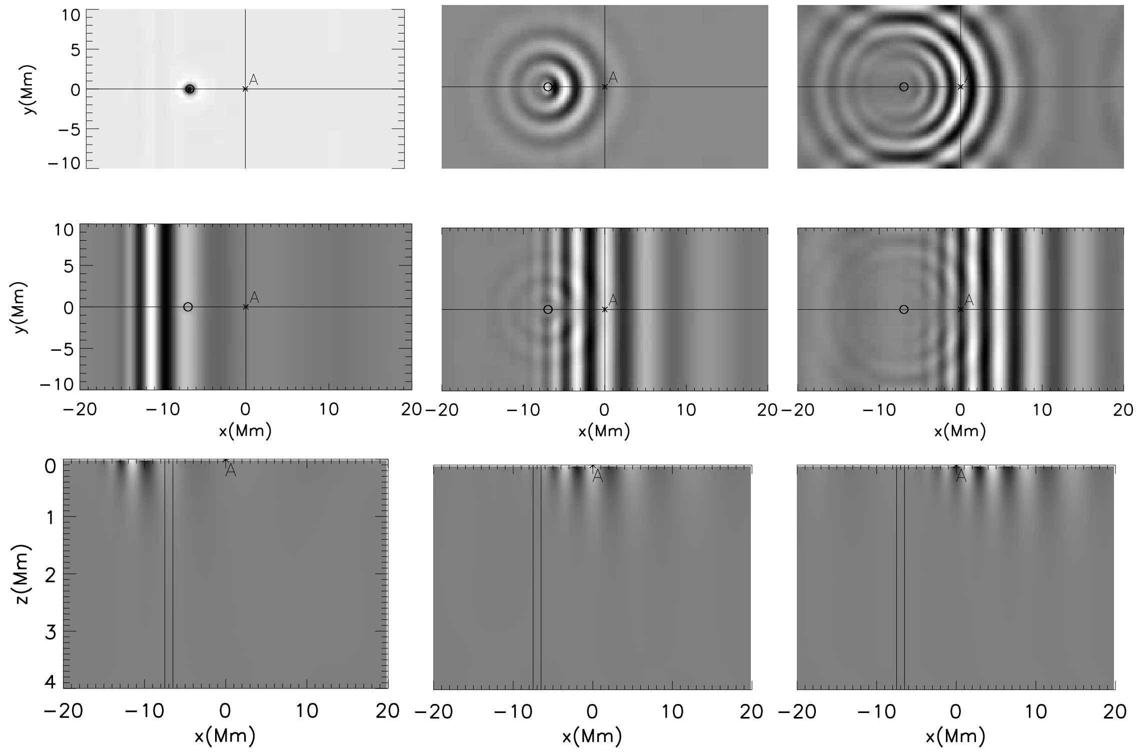


Figure 4.6: Propagation d'une onde en trois temps (1600, 3000, et 4000 secondes après le début de simulation), en présence d'un tube de flux magnétique d'un rayon de 500 km. Les figures en haut montrent le champ de diffusion de l'onde à la "surface solaire". Les figures du milieu montrent le champ total de l'onde. Les figures en bas représentent une coupe vertical. La position et la taille du tube sont indiquées par le cercle à x = -7 Mm, y = 0. Le point "A" est la position dans laquelle on a effectuer le test de résolution (Paragraphe 4.3)

A $t = t_0 = 0$, un paquet d'onde de mode-f avec un profil Gaussien dans l'espace de Fourier est situé à x_0=-20 Mm et se propage de gauche Ãă droite dans la direction $\boldsymbol{x}$ (Paragraphe 2.5.3). Tout les modes-f sont en phase à $x = -20$ Mm.

La distance du tube magnétique par rapport à la condition initiale est le résultat d'un compromis: d'un coté il est désirable que le paquet d'onde soit proche du tube magnétique pour que l'onde ne soit pas atténué durant sont trajet, d'un autre coté, si on veut comparer nos résultats numériques à des observations, il existe une distance minimum pour laquelle la fonction de corrélation (voir chapitre 1 paragraphe 1.4.4) des modes-f est moins bruitée (Cameron et al. 2008, Gizon et al. 2010). Ainsi, le tube magnétique se trouve à une distance de 13 Mm des conditions initiales.

Notre intérêt principal porte sur la composante verticale de la vitesse $\partial_t \xi_z$ au sommet du domaine de simulation car c'est cette composante qui est observée et mesurée avec un Dopplerogramme au centre du disque solaire au niveau de la surface. Les amplitudes de la vitesse surfacique sont des Gaussiennes avec une fréquence centrale de 3 mHz et une dispersion (largeur à mi-hauteur) du paquet d'onde de 1.18 mHz.

Nous avons aussi effectué des simulations sans la présence d'un tube magnétique, ce qui correspond à une atmosphère polytrope augmentée qui s'étend dans tout le domaine de simulation ($B_z(r) = 0$ dans la relation 4.14). Cette simulation va nous servir comme référence pour construire le champ de diffusion de l'onde qui est la différence entre la simulation avec présence du tube magnétique et la simulation sans présence du tube.

Un exemple d'un paquet d'onde de mode-f intéragissant avec un tube magnétique de rayon 500 km est representé dans la figure 4.6. Pour un tube de cette taille, la forme de l'onde diffusée est pratiquement circulaire dans la direction de l'onde incidente et dans la direction inverse, c'est ce qu'on voit dans les trois figures du haut qui représentent le champ de diffusion de l'onde. Dans le code SLiM, les conditions de bord horizontales sont périodiques, ce qui implique que le paquet d"onde va surgir du coté gauche après 4000 secondes, c'est ce qui est visible dans les trois figures du milieu qui montrent le champ total de l'onde.

Il est important de mentionner que le diamètre du tube peut être large ou petit par rapport à la longueur d'onde de l'onde incidente, ce qui permet d'exciter diffèfent types de modes à l'intérieur du tube.

4.3 Test de résolution

A cause de leur large diamètre, les taches solaires montrent une inclinaison graduelle de leur vecteur champ magnétique et une variation radiale continue et lisse du gradient du champ magnétique, contrairement aux tubes de flux magnétique fins où leur champ magnétique homogène varie brusquement au passage vers l'atmosphère non-magnétique. En outre, un champ magnétique avec une intensité de $B_0 = 4820$ G va créer une forte inhomogénéité de pression et une discontinuité assez remarquable.

La longueur de notre domaine de simulation est de 40 Mm dans la direction de la propagation de l'onde. Le rayon r_o des tubes qu'on va simuler varie de 200 km à 3 Mm. Du fait que le profil du champ magnétique à la surface est $B(r) = B_0 \exp(-r^4/r_0^4)$, les deux limites du tube sont souvent très proches et tres abrupte (Figure 4.5). Dans ce cas, une question s'impose qui est combien de modes de Fourier dans la direction horizontale sont nécessaires pour résoudre le tube de flux.

Dans la direction verticale, nous avons trouvé que 200 points de grille sont suffisants pour les différents tailles, probablement par ce que le tube magnétique ne présente aucune structure particulière dans la direction z. Les rayons des tubes qu'on a simulé sont 200 km, 500 km, 1 Mm, et 3 Mm. On a considéré trois différents choix de nombre de modes de Fourier horizontaux: 50×25, 100×50, 200×100.

Les données du champ de diffusion de l'onde au point "A" sont representées en fonction du temps dans les quatre courbes en haut de la figure 4.7. Les différentes couleurs correspondent aux trois différentes résolutions.

On remarque que l'onde diffusée au point "A" est résolue pour des rayons r_0 de 1 Mm à 3 Mm pour les trois modes de Fourier. La convergence dans le cas $r_0 = 500$ km est assez raisonnable, en particulier pour les deux hautes résolutions 100×50 et 200×100. Le cas du tube de $r_0 = 200$ km est loin de la convergence pour les deux basses résolutions 50×25 et 100×50. La basse résolution peut résoudre des tubes de l'ordre de 40 Mm/50 = 800 km, soit un rayon de 400 km, ce qui explique pourquoi le paquet d'onde dans ce cas ne voit pas le tube de r_0=200 km et par conséquent l'absence de l'onde diffusée. La

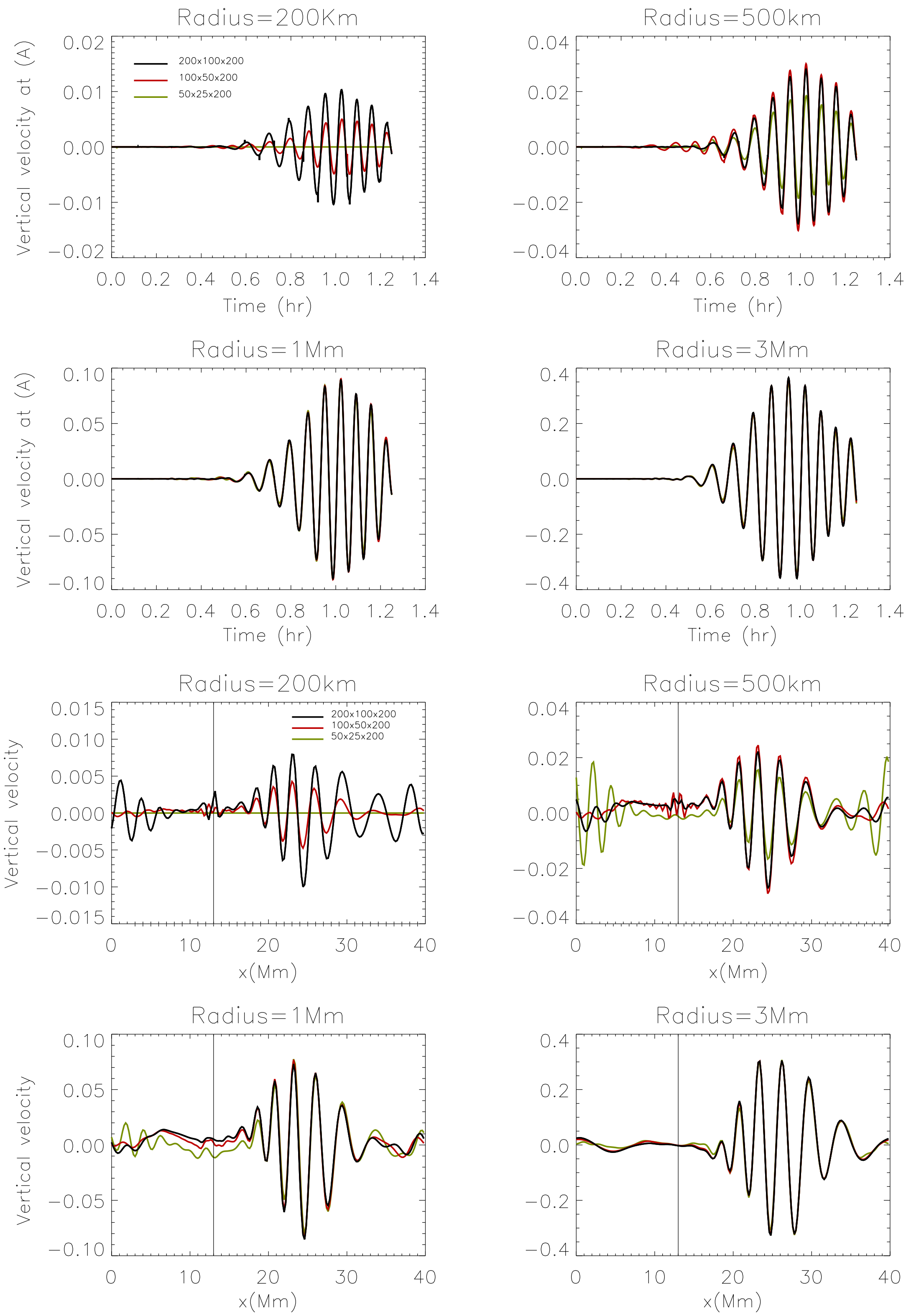


Figure 4.7: Comparaison entre des courbes de différentes résolutions pour les différentes tailles des tubes. Les quatre figures en haut montrent la vitesse verticale diffusée au point de coordonnées spatiales fixe ("A" dans la figure 4.6) en fonction du temps. Les quatres figures en bas montrent la variation de la vitesse verticale diffusée en fonction de la coordonnée x pour un temps fixe (Le milieu de la figure 4.6). La ligne verticale montre la position du centre du tube dans l'axe des x.

résolution moyenne de 100 modes apparaît plus raisonnable que celle de 50 modes pour r_0=200 km, mais l'amplitude du signal est de moitié par rapport à celle où la résolution est de 200 modes. La résolution de 100 modes devient très proche de celle de 200 modes pour le tube de 500 km. Ainsi, les résultats qui correspondent à la résolution de 200 modes semblent plus proches de la valeur de convergence.

Les quatre courbes en bas de la figure 4.7 montrent l'onde diffusée le long de la ligne $y = 0$ en fonction de la coordonnée x à un temps fixe. On remarque que les propriétés de la convergence de ces courbes sont les mêmes que celles pour une position fixe "A".

Afin de quantifier l'erreur causée par les résolutions, on introduit une mesure de différence entre les simulations. On compare les séries temporelles des vitesses verticales au point "A", que ce soit dans le cas de la résolution basse ou moyenne v_z, avec la simulation de haute résolution v_z^h

$$\epsilon = \frac{\sum_t [v_z(t) - v_z^h(t)]^2}{\sum_t v_z^h(t)^2}. \tag{4.25}$$

On construit également une mesure d'erreur des vitesses verticales en fonction de la coordonnée x à un temps fixe. Cette erreur est donnée par

$$\epsilon = \frac{\sum_x [v_z(x) - v_z^h(x)]^2}{\sum_x v_z^h(x)^2}. \tag{4.26}$$

La figure 4.8 montre la mesure d'erreur dans les deux cas. Les courbes à gauche montrent que l'erreur diminue rapidement avec la croissance de la taille du tube. Les courbes de gauche montrent que une augmentation de la résolution d'un facteur deux diminue la mesure d'erreur par un facteur de dix approximativement. Ceci suggére que l'erreur associée à la résolution la plus haute (200 modes) appliquée au plus petit tube (R=200 km) est approximativement 3%, soit dix fois meilleure que la simulation avec 100 modes qui a une erreur de 30%

4.4 Oscillation des tubes et diffusion des ondes

La réponse de tubes magnétiques de différentes tailles à la propagation d'un mode de gravité surfacique (mode-f) dans une atmosphère stratifiée et polytrope sera étudiée en utilisant le code SLiM. La fréquence de l'onde incidente est de 3 mHz. La taille du tube magnétique est très importante car elle conditionne les ondes excitées dans le tube, en même temps elle détermine l'amplitude de l'onde diffusée. Du moment où on est pas limiter par l'approximation des tubes de flux fins, on peut étudier la propagation des ondes à travers un large nombre de rayons.

Les variations de l'amplitude de diffusion avec les rayons du tube sont visibles dans la figure 4.9 où le champ total ainsi que le champ de diffusion de l'onde sont représentés pour des tubes de rayons 200 km, 500 km, 1 Mm et 3 Mm. Une coupe verticale à travers le tube magnétique le long de l'axe x est représentée dans la figure 4.10 pour les mêmes rayons cités ci-dessus. On observe bien que l'amplitude de l'onde diffusée augmente avec le rayon du tube.

En comparant entre le champ total de l'onde des différents tubes dans la figure 4.9, on remarque que la diffusion est maximum pour les tubes entre 500 km et 1 Mm. Cepen-

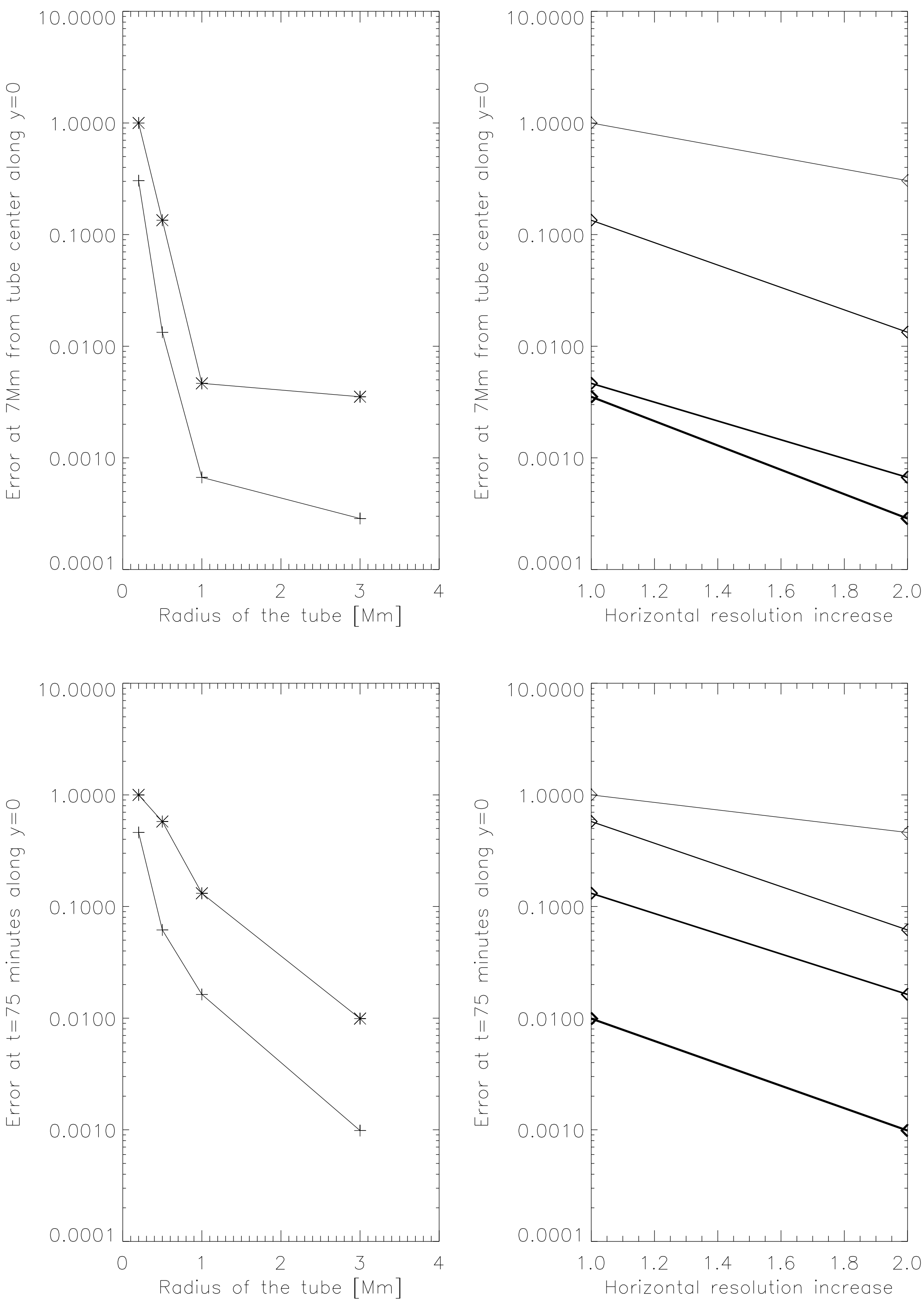


Figure 4.8: La fonction d'erreur du champ de diffusion de la vitesse verticale. La figure en haut montre cette fonction mesurée à 7 Mm du centre du tube le long la ligne $y = 0$ (le point "A"). La figure en bas montre l'erreur à $t = 75$ minutes le long de $y = 0$. A gauche, les courbes avec les étoiles correspondent à la différence basse-haute résolution, les courbes avec des croix correspondent à la différence moyenne-haute résolution. A droite, les courbes montrent la variation de l'erreur pour les difféńts rayons du tube lorsque la résolution horizontale augmente.

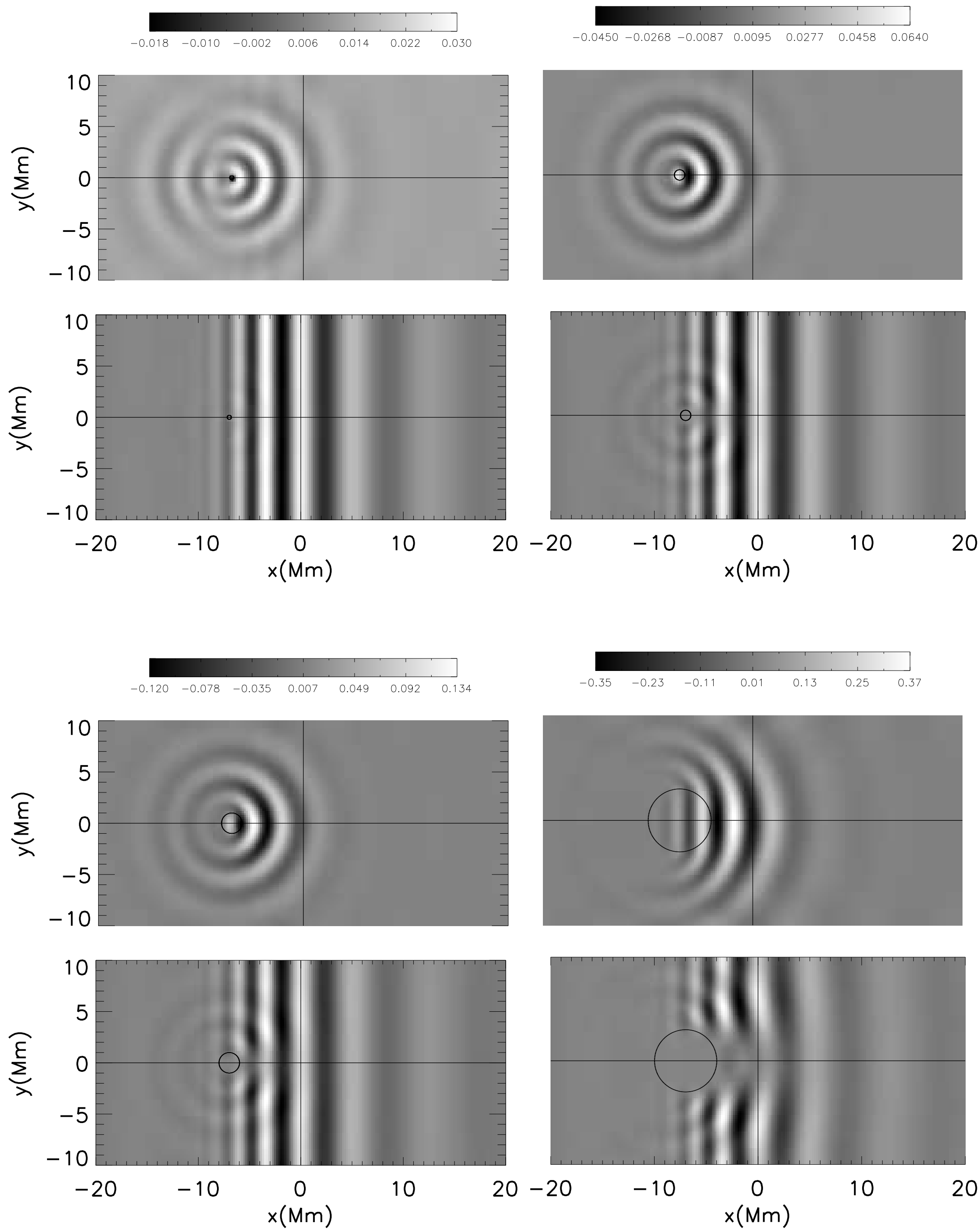


Figure 4.9: La propagation d'une onde à traver des tubes magnétiques de différentes tailles. Les images sont des instantanés de la vitesse verticale prisent à 3000 secondes après le début de la simulation. Les quatre images en haut montrent le champ de diffusion de l'onde (en haut) ainsi que le champ total de l'onde (en bas) pour des tubes de rayons 200 km et 500 km. Les quatres images en bas sont pour des tubes de rayons 1 Mm et 3 Mm. Les cercles indiquent la taille de ces tubes.

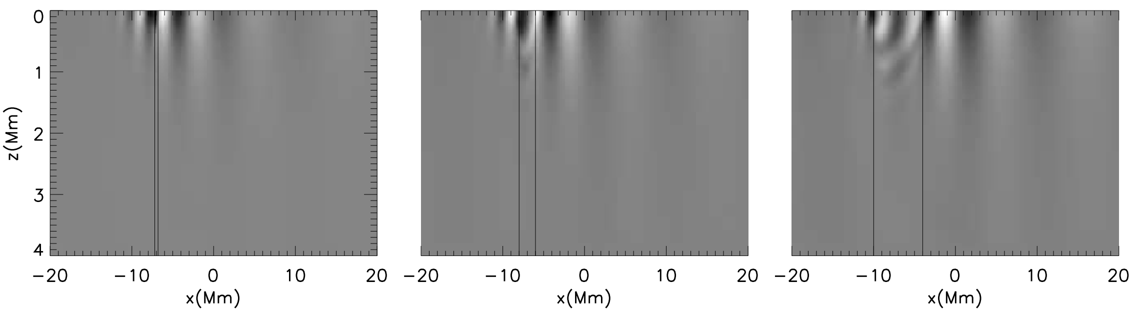


Figure 4.10: Une coupe verticale le long de l'axe x qui passe par le centre de tubes de rayons 200 km, 1 Mm et 3 Mm. Toutes les images sont des instantanés de la composante x de la vitesse prisent à t = 2000 seconds.

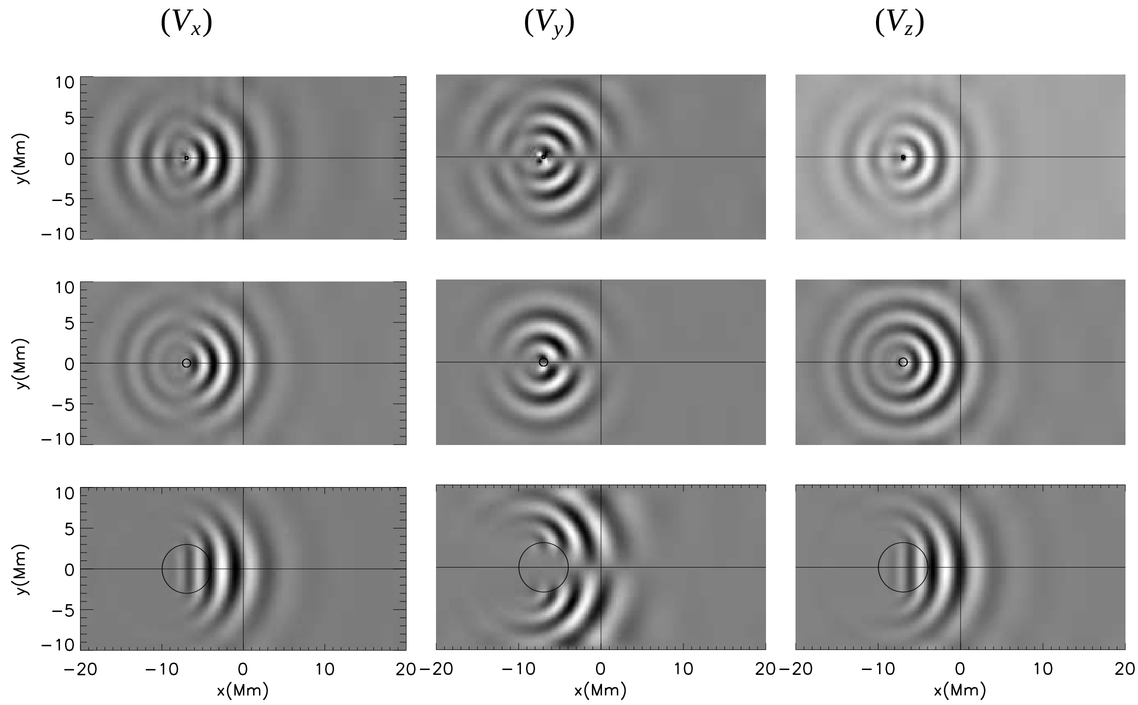


Figure 4.11: Images instantanées du champ de diffusion de l'onde à t=3000 secondes. Les rayons du haut vers le bas: 200 km, 500 km, 3 Mm. Les composantes de vitesse de gauche vers la droite: V_x, V_y, V_z.

dant, la simulation nous permet de voir les trois composantes du vecteur vitesse V_x, V_y et V_z, comme le montre la figure 4.11, ce qui est nécessaire à la compréhension et l'interprétation des mouvements des tubes magnétiques dans les trois dimensions de l'espace.

La figure 4.11 montre que le champ de diffusion de l'onde est différent selon la composante du vecteur vitesse et selon la taille du tube. On voit clairement que le champ de diffusion de l'onde est constitué principalement de modes $m = 0$ et $m = 1$ pour les différents rayons. Le champ de diffusion de la vitesse horizontale V_x a la même forme pour les tubes de rayon 200 km et 500 km; les tubes de rayon inférieur à 500 km oscil-

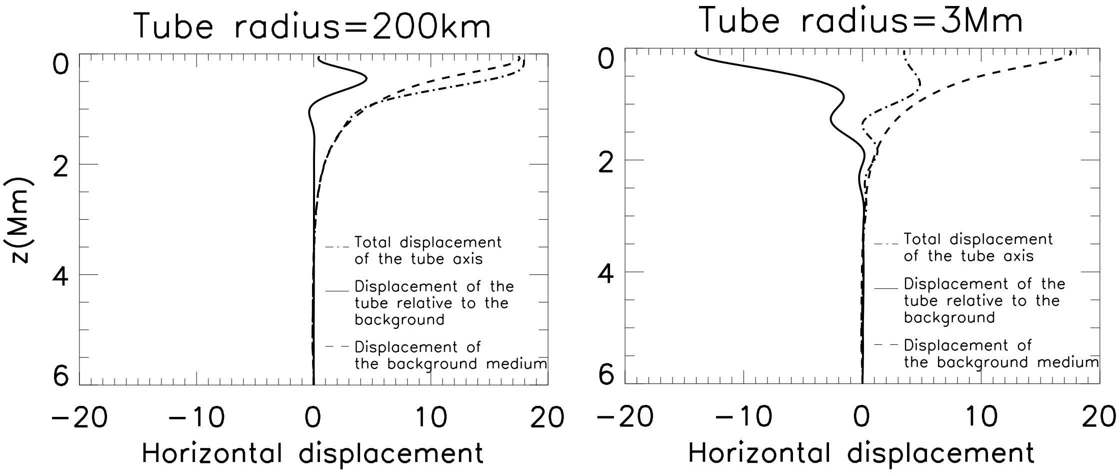


Figure 4.12: Déplacement horizontal dans la direction x en unités arbitraires de l'axe du tube et l'atmosphère environnante en fonction de la profondeur z. Les courbes sont prisent à t=2000 secondes après le début de la simulation pour un tube de rayon 200 km à gauche, et un tube de rayon 3 Mm à droite.

lent en avant et en arrière avec l'onde incidente, ce qui donne naissance à des oscillations dipolaires $m = \pm 1$ (oscillations transversales ou le mode kink). Les tubes de rayon entre 500km et 2 Mm oscillent avec un mélange de modes $m = \pm 1$ et $m = 0$, mais ils sont excités principalement avec le mode monopole $m = 0$ (oscillations longitudinales ou mode sausage); le sommet du cylindre se dilate et se contracte et permet ainsi la propagation de cette perturbation locale vers le bas. Cependant, il est difficile d'identifier l'oscillation du tube de rayon 3 Mm, probablement des modes d'ordre élevé m sont excités. La corrélation entre les deux composantes de la vitesse V_x et V_y est bien visible dans la figure 4.11, ceci est prévisible si l'on regarde les équations Magnéto-acoustique-gravité (Scheuer & Thomas 1981) où les composantes horizontales et verticales de la vitesse sont couplées

$$\left(\omega^2 - k^2(c^2 + a^2) + a\frac{d^2}{dz^2}\right)v_x + ik\left(-g + c^2\frac{d}{dz}\right)v_z = 0, \tag{4.27}$$

$$\left(c^2\frac{d^2}{dz^2} - \gamma g\frac{d}{dz} + \omega^2\right)v_z + ik\left(c^2\frac{d}{dz} - (\gamma - 1)g\right)v_x = 0. \tag{4.28}$$

On considère maintenant le déplacement du tube par rapport au milieu environnant. Le déplacement horizontal x de l'axe du tube ainsi que le déplacement de l'atmosphère en fonction de la profondeur z sont représentés dans la figure 4.12 pour des tubes de rayon 200 km et 3 Mm. On remarque que le déplacement du milieu de l'atmosphère ne suit pas le déplacement de l'axe du tube de rayon 3 Mm, contrairement à l'axe du tube de rayon 200 km qui se déplace dans la même direction que le milieu atmosphèrique. En effet, les tubes fins de rayon inférieur à 500 km sont efficacement couplés au plasma environnant par la force de traînée, alors que les tubes de rayon supérieur à 500 km peuvent se mouvoir par rapport au milieu extérieur à cause de l'action de la force magnétique par analogie avec un corp solide flexible plongé dans un fluide (Solanki et al. 2006).

Afin de mieux comprendre les modes qui sont excités dans le tube, on va tracer la

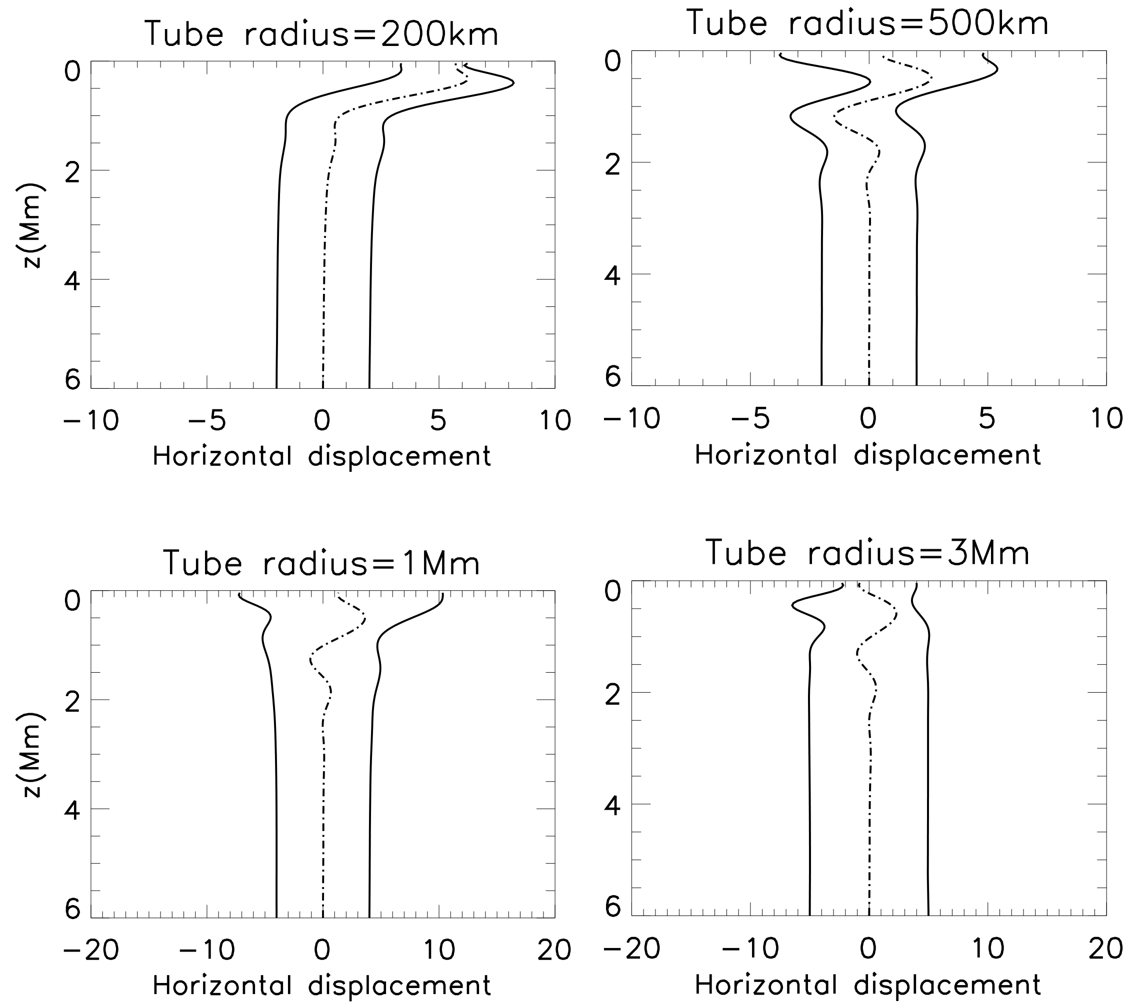


Figure 4.13: Le déplacement horizontal dans la direction x en unités arbitraires de l'axe du tube (la ligne pointillée) ainsi que les extrémités latérales du tube (la ligne solide droite et gauche) en fonction de la profondeur z. Les courbes sont prisent à t=1600 secondes après le début de la simulation pour des tubes de rayon : 200 km, 500 km, 1 Mm, et 3 Mm respectivement.

courbe du déplacement x de l'axe du tube, en même temps le déplacement des extrémités latérales du tube en fonction de la profendeur z, c'est ce qui est représenté dans la figure 4.13.

En cohérence avec les résultats précédents, on remarque d'abord que l'oscillation transversale est visible pour les tubes de rayon inférieur à 500 km. Le changement dans la forme du tube commence à être visible entre r_0=500 km et r_0=1 Mm, on peut expliquer ceci par le fait que cette valeur du rayon est de l'ordre de l'échelle de distance caractéristique du mode-f (g/ω^2) qui est de 771 km pour la fréquence centrale du packet d'onde (3 mHz). Pour des tubes plus larges, des modes m plus élevés commencent à dominer, ce qui explique la non cohérence des oscillations le long du tube. On peut se poser la question pourquoi on observe pas le mode axisymétrique longitudinale dans cette figure alors que ce mode est visible dans les figures 4.9 et 4.11? Le paquet d'onde n'arrive pas du coté bas ou du coté haut pour qu'il se propage uniformément à travers le tube, mais il se propage de

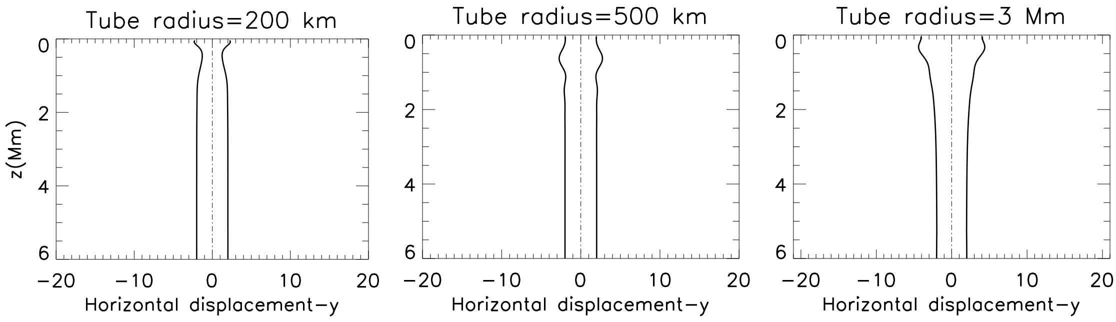


Figure 4.14: Images à temps fixe du déplacement (y) pour des tubes de rayons 200 km, 500 km et 3 Mm.

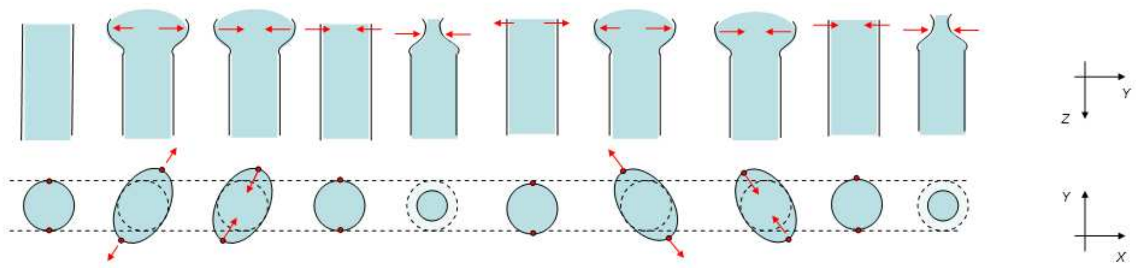


Figure 4.15: Un schéma qui montre les oscillations quadrupolaires et longitudinales des tubes de rayon inférieur à 500 km. Les amplitudes sont exagérées pour l'illustration.

la gauche vers la droite, ce qui explique la différence entre les deux cotés tube, ceci n'est pas le cas du déplacement du tube dans la direction y; le paquet d'onde atteint la section transversale du tube (y) dans le même temps. La figure 4.14 montre bien ce déplacement synchronisé du tube dans la direction y avec la propagation de l'onde. Mais avant de détailler cette partie, on revient à la figure 4.11 où on remarque dans les images de V_y un autre type d'oscillations, le mode quadrupolaire $m = \pm 2$; la partie supérieure de la section latérale du tube se contracte et se dilate le long des axes diagonaux dans quatre directions préfées. La figure 4.14 montre des instantannés du déplacement-y pour des tubes de rayon 200 km, 500 km et 3 Mm respectivement. On peut interpréter ce mouvement par le mode longitudinal, mais aussi par la projection du mode quadrupolaire dans la direction y. Pour les tubes larges, on interpréte ces oscillations par la projection dans la direction y des perturbations locales. A partir des résultats précédents, on peut schématiser les oscillations des tubes de rayon inférieur à 500 km dans la figure 4.15.

L'interprétation de la diffusion des ondes par le tube de rayon 3 Mm est un peu particulière. Dans ce cas, le tube est assez large par rapport au front de l'onde incidente, on ne doit plus considérer le tube comme un objet compact qui diffuse les ondes, mais l'onde incidente va pouvoir intéragir avec chaque point du pourtour du tube. Ainsi, l'interaction va dépendre de l'angle d'incidence: l'angle d'incidence du packet d'onde le long de la ligne $y = 0$ tend vers un angle droit, l'onde va être diffusée directement dans la direction horizontal, par conséquent, l'onde diffusée dans l'axe $y = 0$ tend vers une onde plane plutot que une onde circulaire comme pour les tubes moins larges, ce qui explique la forme du champ de diffusion à droite pour le tube de 3 Mm (Figures 4.9 et 4.11). Pour les autres direction autour du tube où l'onde incidente n'est pas perpendiculaire à la surface du tube, les ondes sont diffusées dans les différentes direction par symétrie à la ligne y=0. Dans la partie gauche du champ de diffusion de l'onde, on observe que les ondes diffusées par le tube en oscillation sans la contribution de l'onde incidente. Ces onde s'étendent dans tout l'espace et s'ajoutent au champ de diffusion droit. Ceci explique également la différence d'intensité de l'onde diffusée entre le champ droit et gauche.

Dans la figure 4.16 en bas à gauche, nous avons presenté les mesures de l'amplitude maximum de la composante V_z du champ de diffusion gauche mesurée au point (-14,0) en fonction du rayon du tube. Ce point est le symétrique du point “A” par rapport à la position du tube. La courbe de diffusion présente un maximum pour des rayons entre 500 km et 1 Mm. Un tube de cette taille entre en résonance avec le paquet d'onde incident dont la longueur d'onde moyenne est de 771 km, ce qui donne naissance à de telles amplitudes pour ces rayons, en particulier pour les oscillations longitudinales qui sont dominante dans ce cas. Le champ total de l'onde pour les tubes de rayons 500 km et 1 Mm dans la figure 4.9 montre bien cette résonance où on peut voir dans la partie gauche une amplification de l'onde diffusée. C'est un effet purrement géométrique lié à la taille du tube.

La figure 4.16 en bas à droite montre les mesures au point “A” de l'amplitude maximum de l'onde (V_z) diffusée directement par les différents tubes dans la direction droite du champ d'onde. L'amplitude de l'onde diffusée dans cette direction est beaucoup plus grande que celle du coté gauche, ce qui explique la différence d'intensité qu'on voit dans les images instantanées du champ de diffusion des différents tubes magnétiques. On constate que la diffusion directe par un tube de rayon 200 km est assez faible, elle est non négligeable pour un tube de rayon 1 Mm où elle représente environ 10% de l'onde incidente, enfin elle va être autour de 40% de l'onde incidente pour un tube de rayon 3 Mm. On distingue également une différence de phase entre les ondes diffusées du coté gauche par les tubes, mis à part les ondes émises par les tubes de rayon 500 km et 1 Mm qui présentent la même phase. Ces deux tubes semblent être en résonnce avec l'onde incidente, ainsi, ils vont osciller avec la même fréquence que celle de l'onde incidente, d'où leur synchronisation. En revanche, les ondes diffusées directement par les différents tubes coté droit présentent toutes la même phase et une même fréquence. Plus le tube est large, plus il y a de modes qui sont excités à l'intérieur. En contrepartie, on remarque dans la figure 4.16 que la diffusion par le tube de rayon 3 Mm dans la direction de l'onde incidente est prépondérente et laisse peu d'énergie aux oscillations propres du tube qui sont visibles dans la partie gauche du champ de diffusion, avec une amplitude maximum assez faible par rapport aux autres tubes.

Afin de comprendre l'évolution du champ de diffusion de la composante V_y pour les tubes larges ($r_0 \geq 500$ km), on a besoin de considérer la partie supérieure du tube comme une membrane circulaire qui vibre. A t=1200 secondes, le paquet d'onde se situe du coté gauche du tube et commence à interagir avec lui. Dans ce cas, la surface du tube va vibrer avec le mode (2,1). Ce mode possède deux noeuds diamètres séparés par un angle droit et un noeud cercle qui est le pourtour du disque (Figure 4.17 à droite). En

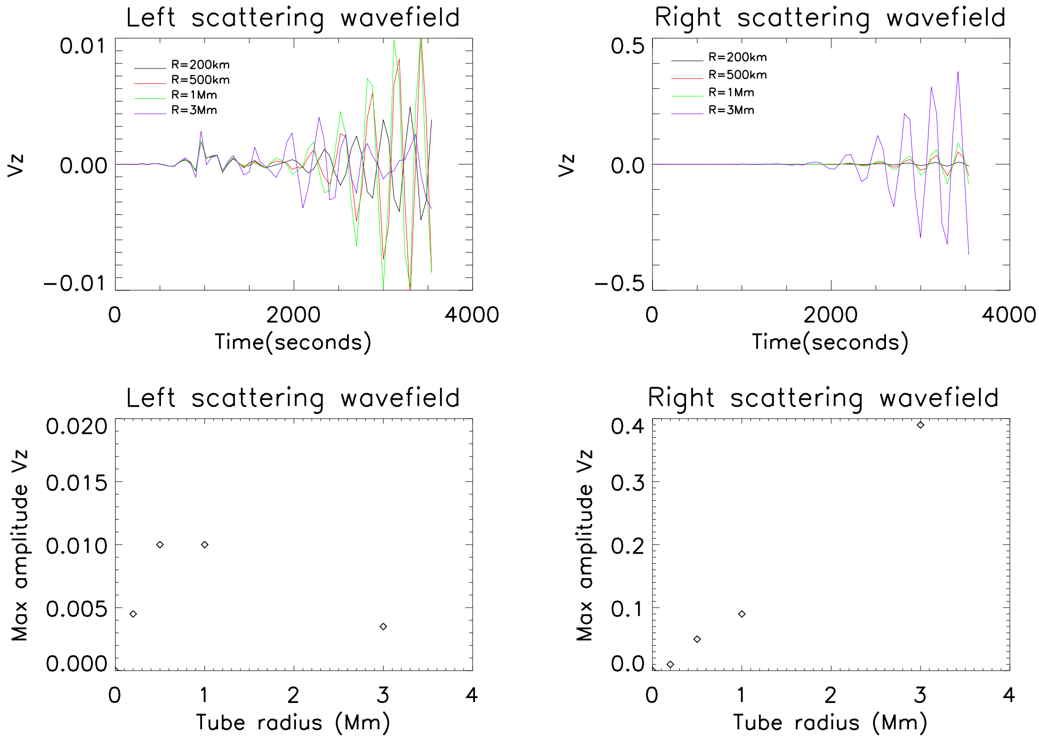


Figure 4.16: En haut à gauche c'est la courbe de $V_z(t)$ diffusée par les différentes tubes et mesurée à un point situé du coté gauche par rapport au tube (le symétrique du point "A"). En bas à gauche se sont les mesures de l'amplitude maximum de l'onde dans le champ de diffusion gauche. En haut à droite est la courbe de $V_z(t)$ mesurée au point "A" et qui correspond à la partie de l'onde qui est diffusée directement par le tube vers le coté droit après le passage de l'onde incidente. Cette partie de la diffusion est obtenue en soustrayant la diffusion gauche (qui est symétrique) à la diffusion droite initiale.

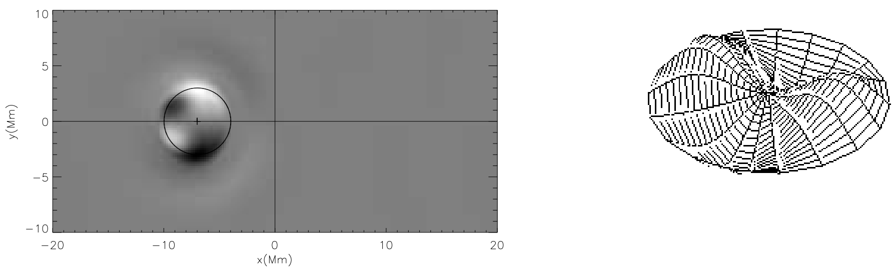


Figure 4.17: A gauche, une image de la composante V_y du champ de diffusion d'un tube de rayon 3 Mm à t=1200 secondes après le début de la simulation. Cette membrane circulaire du tube vibre avec le mode (2,1) au début comme montre l'illustration à droite, mais seulement les parties supérieure et inférieure de la membrane qui vont osciller au fur et à mesure que le paquet d'onde se propage.

principe, lorsque le mode (2,1) vibre, la membrane circulaire oscille comme une source quadrupole, mais du moment où la surface n'est pas excitée uniformément par le paquet d'onde Gaussien, on observe une oscillation de type dipole dominant le coté droit du tube. Des instantanés de la surface circulaire de t=2400 à t=3000 secondes montrent une vibration de type dipole est générée au début du coté droit du tube par deux surfaces de polarités opposées (Figure 4.11 pour $r_0 = 500$ km), mais avec la propagation de l'onde, la source d'oscillation augmente dans les parties supérieure et inférieure de la membrane circulaire donnant naissance à la forme observée dans la figure 4.11 pour le tube de rayon 3 Mm.

Une source de type monopole oscille et émet des ondes acoustiques très efficacement. Le tube transfert rapidement l'énergie des vibrations aux ondes acoustiques qui sont émises, ce qui conduit à l'arret des oscillations. Le mode dipole émet des ondes moins efficacement que le mode monopole, d'où un amortissement plus faible. Une source de type quadrupole mode est la plus mauvaise en émission d'onde acoustique par rapport aux deux modes précédents, ce qui signifie que la durée de vie de ce mode est plus longue. Comme application, on peut dire que les pores vont osciller avec le mode monopole, alors que les tubes inter-granulaires vont vibrer avec le mode dipolaire. Ceci implique que les oscillations longitudinales pour les pores sont accessibles à l'observation par dopplerogramme (V_z) mais avec une durée de vie moins que celles des oscillations dipolaires (ou quadrupolaires) qui caracterisent les tubes inter-granulaires, mais ces derniers seront plus difficile à observer (V_x) car le tube magnétique doit être résolu à proximité du limbe solaire (Solanki et al. 2006). C'est probablement moins difficile si on prend en compte l'effet possible d'une multitude de diffuseurs d'onde (chapitre 5).

Le rayon du tube	**Les modes d'oscillation**	
$r_0 \leq 200$km	m =0	Oscillation longitudinale de faible amplitude.
	$m = \pm 1$	Oscillation transversale dans la direction x.
	$m = \pm 2$	Oscillation de type quadrupole.
500km $\leq r_0 \leq$ 1Mm	m=0	Oscillation longitudinale.
	$m = \pm 1$	Oscillation transversale dans la direction x, faibe pour R=1Mm.
r_0 >1Mm	m=0	Oscillation longitudinale.
		Oscillations d'ordre m élevé .

Table 4.1: Modes d'oscillation des tubes magnétiques de diffŕentes tailles observés dans la simulation.

4.5 Conversion de mode

Nous avons tronqué le sommet de l'atmosphère près de la "surface solaire" où le plasma-$\beta \geq 1$. Dans cette région, il existe deux types d'onde magnéto-acoustique: Le mode quasi-transversal rapide (fast mode) de nature acoustique avec une vitesse de groupe proche de la vitesse d'Alfvén, et le mode quasi-longitudinal lent (slow mode) avec une vitesse de groupe de l'ordre de la vitesse acoustique. Le mode lent se propage toujours dans la direction des lignes du champ magnétique alors que le mode rapide est indépendant de cette direction (voir annexe D) . Dans notre cas, le mode magnétique qui se propage le long des

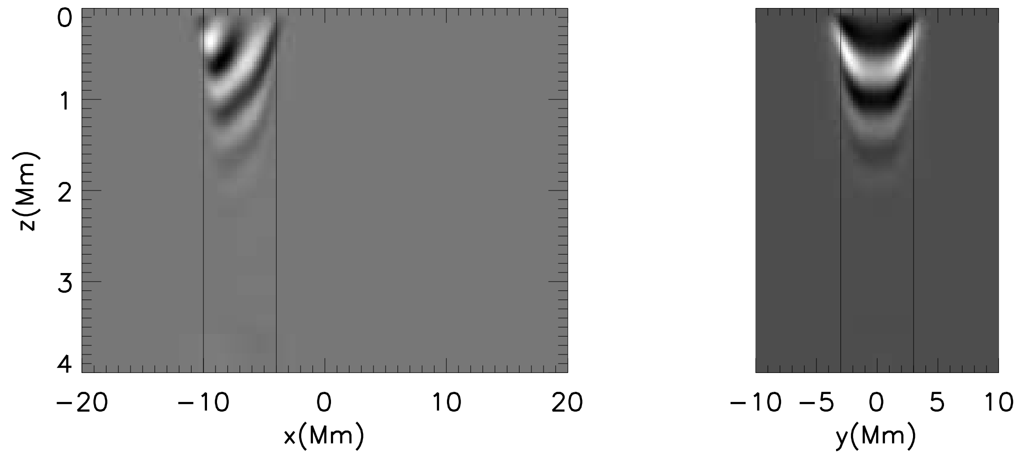


Figure 4.18: Une image instantanée dans le plan $x - z$ (à gauche) et le plan $y - z$ (à droite) qui montre la composante x de la perturbation du champ magnétique induite par le passage du paquet d'onde à travers l'axe du tube. L'oscillation visible dans le tube qui se propage vers le bas correspond au mode acoustique lent qui se propage le long des lignes du champ. Cette image est prise à t=2280 secondes pour un tube de rayon 3 Mm.

lignes du champ va drainer une partie de l'énergie de l'onde incidente. Musielak & Rosner (1987) ont démontré que dans un milieu turbulent et stratifié en présence d'un champ magnétique uniforme, et pour une propagation d'onde dans la direction perpendiculaire, les émissions de type monopole, dipole et quadrupole sont responsables de la génération de la composante compressible des ondes magnéto-atmosphériques rapides et lentes.

Dans la simulation, on a observé la conversion d'une part des ondes incidentes en une onde magnéto-gravité-acoustique lente (mode-s) qui se propage le long du champ magnétique vertical. Ceci est bien visible dans la figure 4.12 qui montre la composante horizontale x du déplacement. Des oscillations dans la direction perpendiculaire qui se propagent le long de l'axe du tube par rapport au milieu environnant sont une forte signature des modes-s. La nature magnétique de ces ondes est facilement visible dans la figure 4.18 où on voit la perturbation du champ magnétique causée par le mode-s qui se propage verticalement. La forme "V" de la perturbation est le résultat de l'augmentation de la vitesse d'Alfvén au centre de la distribution du champ magnétique où le champ est au maximum, ce qui signifie que le mode-s se propage plus rapidement dans cette région.

Dans la simulation de Cally & Bogdan (1997) et Cameron et al. (2008), on peut observer la conversion des modes f et p en modes-s dans la tache solaire, seulement cette conversion était plus forte et bien visible à cause du diamètre de la tache solaire qui est de 30 Mm et 20 Mm respectivement, alors que pour notre cas le diamètre n'est que de 6 Mm. On retrouve une partie des résultats de Hanasoge et al. (2008) concernant l'augmentation de l'amplitude des ondes diffusées avec le rayon du tube, mais on peut pas affirmer que cette augmentation est exponentielle vu le nombre réduit de mesures, bien que les résultats de Hanasoge et al. (2008) sont limités par l'approximation des tubes fins. Nos simulations confirment aussi le fait que le processus de diffusion est dominé par la diffusion $f - f$ pour les tubes de taille petite où les ondes diffusées se propagent principalement à la surface, alors qu'on observe que le processus de conversion $f - s$ modes commence à prendre de l'ampleur pour les tubes de taille large mais on ignore à quelle proportion par rapport à la diffuison de l'onde incidente par le tube qui est très importante comme on l'avait vu dans le paragraphe 4.4.

Nous constatons dans nos simulations que le mode-f peut exciter le mode longitudinal (sausage) et pas uniquement le mode transversal (kink) comme il a été suggéré par Bogdan et al. (1996), en particulier les tubes larges où ce mode est favorisé. La conversion au mode-s peut renforcer également les oscillations longitudinales, d'autant plus que le mode-s est lié directement au mode sausage (Defouw 1976).

4.6 Les observations

Coté observations, il a été clairement démontré qu'il y a une interaction significative entre les ondes acoustiques solaire et les tubes magnétiques. Thomas et al. (1982) ont suggéré que des observations indirectes peuvent répondre à la question concernant la structure du champ magnétique sous la tache solaire. Ils ont expliqué que les ondes acoustiques solaires interagissent avec les taches solaires, et du moment où on peut pas observer directement l'intérieur du Soleil, on peut étudier le champ de l'onde acoustique autour et à l'intérieur de la tache solaire. Ceci va permettre de sonder cette structure en se basant sur les théories de l'interaction des ondes. Effectivement, Braun et al. (1987, 1988) ont réalisé des observations détaillées concernant l'interaction des modes-p avec les taches solaires. Leur observation indique qu'il y a un déficit important dans l'intensité acoustique de l'onde incidente sur une gamme large des fréquences du mode-p et en particulier le mode-f. Ce résultat a permis de développer la sismologie des taches solaires, une discipline déjà introduite par Thomas et al. (1982) et qui a pour but le développement d'outils théoriques pour l'interprétation physique des observations de l'interaction des ondes acoustiques avec les taches solaires. Nous avons constaté dans les simulations la conversion des modes-f en mode magnétique-s particulièrement pour les tubes larges. Ce processus peut être interprété comme un mécanisme d'absorption des ondes acoustiques incidentes par les taches solaires qui sont considéré dans ce cas comme un tube de flux magnétique monolithique assez large.

Dans nos simulations, Nous avons déterminé également les modes d'oscillations qui sont excités à l'intérieur de tubes magnétiques de différentes tailles ainsi que la nature des ondes diffusées par ces derniers, ce qui constitue un diagnostic d'informations suffisant afin de connaitre la nature du champ magnétique, au moins la taille du tube magnétique ainsi que la configuration du champ dans notre cas.

Les oscillations qui sont les mieux accessibles par l'observation sont les ondes longitudinales. Afin d'observer les autres modes, le tube magnétique doit être résolu au niveau du bord solaire, ce qui est souvent plus difficile par rapport au centre du disque solaire à cause de la présence de plusieurs éléments magnétiques pour la même résolution angulaire. Dans le cas des ondes de torsion, l'élément magnétique doit être complètement résolu (Solanki et al. 2006). En utilisant les données héliosismiques de l'instrument MDI de l'observatoire spatiale SOHO, Duvall et al. (2006) ont estimé la phase et l'amplitude du mode-f diffusée par des milliers de petits tubes magnétiques isolés à la surface solaire qu'ils assimilent à des points diffuseurs. Cette étude est basée sur le fait que les ondes émises par les éléments magnétiques fins est une combinaison d'oscillations de type dipole et monopole qui sont les plus dominants selon Bogdan et al. (1996). Ces paramètres statistiques de l'onde diffusée vont donner des informations sur un tube magnétique "moyenné". Récement, en utilisant les données de l'instrument SOT/SP au bord du téléscope spatiale *Hinode*, Fujimura & Tsuneta (2009) ont observé des fluctuations qui peuvent être des ondes magnétohydrodynamiques qui se propagent dans des tubes de flux magnétique au niveau de l'atmosphère solaire. Les auteurs ont observé plusieurs pics de puissance spectrale pour des pores, pour des structures magnétiques intregranulaires ainsi que pour des concentrations de flux magnétique. Ces oscillations observées peuvent être attribuées à un mode longitudinal (sausage mode) et/ou un mode transversal (kink mode) au niveau des tubes magnétiques, ce qui est conforme aux résultats de nos simulations. Cependant, leur observation était faite pour une seule hauteur (line-of-sight l.o.s), ce qui est insuffisant pour identifier qu'elle est exactement le mode d'oscillation qui est excité. Ils ont constaté également que le flux de Poynting des ondes observées est assez important pour réchauffer la couronne et la chromosphère.

4.7 Conclusion

Nous avons effectué une série de simulations numériques de la propagation d'une onde plane à travers des tubes de flux magnétique de différentes tailles. Dans la première partie de cette étude, nous avons testé la convergence afin de trouver la taille minimum du tube qu'on peut simuler d'une manière fiable avec les résolutions dont nous disposons. Nous avons ensuite étudié la réponse en trois dimensions des différents tubes à la propagation d'un paquet d'onde incident de mode-f dans une atmosphère polytrope stratifiée qui représente la couche convective solaire. Différentes formes du champ de diffusion de l'onde ont été observées pour des tubes de différents rayons, ce qui implique que des modes de différents ordres sont excités. Nous avons démontré à travers les simulations que lorsque la taille du tube est petite par rapport à la longueur d'onde du mode-f, principalement le mode transversal kink (m=± 1) qui est excité. Pour les tubes de taille moyenne, le mode transversal kink (m=± 1) et le mode longitudinal sausage (m=0) sont excités. Pour les tubes les plus larges, des modes avec différent ordre m sont excités.

L'énergie de l'onde incidente est accumulée dans le tube de flux magnétique sous la forme d'oscillations. Un tube en résonance rayonne cette énergie sous la forme d'ondes diffusées. L'amplitude de cette diffusion est au maximum pour les tubes magnétiques de taille comparable à la longueur d'onde. Une partie de l'énergie de l'onde incidente peut se dissiper dans le tube par le processus de conversion du mode-f en mode magnétique s qui se propage le long des lignes du champ, et ce pour les tubes les plus larges.

Nos simulations confirment aussi le fait que le processus de diffusion est dominé par la diffusion $f-f$ pour les tubes de taille petite où les ondes diffusées se propagent principalement à la surface.

Connaitre les modes d'oscillations qui sont excités dans une tache solaire est un moyen très utile et efficace pour sonder les caractéristiques et la structure de ces inhomogénéités qui sont observées à la surface solaire. Ainsi, nous avons démontré que les simulations peuvent nous fournir des informations très riches pour la compréhension des futures observations qui seront plus précises.

5 Interaction du mode-f avec un ensemble de tubes de flux magnétique

5.1 Introduction

Une des longues controverses dans la physique solaire concerne la nature du champ magnétique des taches solaires. Les observations directes de ces taches n'ont pas pu résoudre ces controverses à cause de la résolution spatiale non suffisante, mais aussi à cause de la structure du champ magnétique qui est cachée sous la surface visible du Soleil. Le modèle le plus simple stipule que le champ magnétique reste plus ou moins homogène avec l'augmentation de la profondeur (Cowling 1953), c'est le modèle monolithique d'un tube de flux magnétique (Chapitre 4). Une des difficultés de ce modèle est comment le flux d'énergie est fourni à la base de la tache solaire pour que le champ magnétique puisse résister à la convection. Ce problème et d'autres ont motivé Parker (1979) à suggérer un modèle alternatif où le champ magnétique de la tache solaire se fragmente en plusieurs tubes magnétiques discrets au dessous de la surface visible du Soleil, c'est le modèle de "méduse" ou "spaghetti" (Figure 5.1). Ce dernier fournit déjà des explications physiques satisfaisantes à l'observation de l'augmentation ou le rétrécissement de la taille des taches solaires.

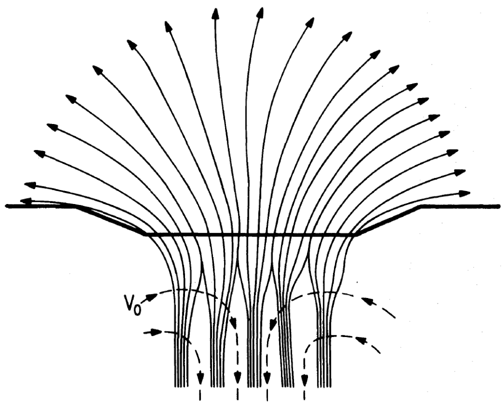


Figure 5.1: Schéma de la configuration du champ magnétique proposé par Parker (1979). Le champ se divise en une multitude de tubes de flux magnétique séparés au dessous de la surface visible du Soleil. Les flèches pointillées représentent le champ de vitesse convective déscendant et qui permet une cohésion entre les tubes magnétiques séparés afin de former le cluster qui constitue la tache solaire.

Le problème de l'interaction des ondes avec une tache solaire monolithique a été largement traité dans le chapitre 4 où on a simulé l'interaction des modes-f avec des tubes magnétiques monolithiques solitaires de différentes tailles dans une atmosphère stratifiée (Daiffallah et al. 2011).

Il a été établit que l'absorption résonante par une multitude de surfaces peut augmenter considérablement le coefficient d'absorption de l'énergie acoustique totale. Un modèle fibreux produit une absorption importante à travers une large gamme de paramètres plausibles qu'on peut adjuster contrairement au modèle monolithique. Cependant, le problème de la diffusion multiple par des tubes de flux magnétique a été ignoré durant les études passées à cause de la complexité du problème. En plus de la structure interne d'une tache solaire, il est important également de comprendre le phénomène de diffusion (et d'absorption) des ondes par les plages faculaires, ces dernières apparaissent comme des

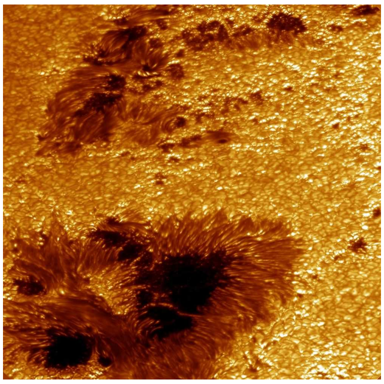


Figure 5.2: Image à haute résolution prise par le Swedish Solar Telescope (SST) de 1 m de diamètre qui montre une région active à la surface solaire avec des taches solaires et des facules qui apparaissent sous forme de taches blanches autour des taches solaires.

zones brillantes autour des taches solaires et qui sont constituées d'un ensemble de tubes magnétiques fins et compacts (Figure 5.2), ce qui est très important pour comprendre le mécanisme de transmission de l'énergie vers la couronne (Bogdan et al. 1996, Hindman & Jain 2008).

Les premières investigations concernant l'interaction des ondes acoustiques avec un ensemble de tubes magnétiques ont été limitées aux cas où un nombre important de tubes magnétiques sont distribués plus ou moins uniformement et aléatoirement à travers une atmosphère homogène et infinie (Ryutov & Ryutova 1976, Zweibel & Daeppen 1989). Cependant, ces études adoptent une approche statistique qui va moyenner les équations gouvernantes, ce qui est moins difficile, mais des informations physiques précieuses seront perdues car les résultats obtenus ne concernent que la composante cohérente de l'interaction de l'onde avec les tubes magnétiques. Aussi, dans une tache solaire fibreuse, la densité et la fonction de corrélation des tubes magnétiques dans les régions périphériques varient rapidement et deviennent probablement anisotropiques.

La diffusion multiple a été traitée en utilisant un formalisme développé par Bogdan & Fox (1991). Ces derniers ont étudié la diffusion des ondes acoustiques par une paire de tubes magnétiques uniformes pour une série de séparation entre les deux et dans un milieu non stratifié. En se basant sur le même formalisme, Keppens et al. (1994) ont étudié l'intercation des ondes avec un ensemble de tubes magnétiques de différentes géométries. Cette méthode consiste à chercher des solutions pour chaque tube magnétique du cluster en considérant à la fois l'onde acoustique incidente mais aussi l'onde diffusée par tout les autres tubes magnétiques.

L'absorption résonante pour chaque tube est calculée à partir d'une analyse asymptotique développée par Sakurai et al. (1991). Une des conséquences importantes de cette étude est que lorsqu' on rassemble les tubes magnétiques pour former un cluster, ces derniers sont plus efficaces en absorption acoustique que l'ensemble des tubes magnétiques lorsqu' ils sont isolés. L'explication physique n'est pas difficile à comprendre. Pour un tube isolé, l'excitation de ce dernier est conditionnée uniquement par l'onde acoustique incidente et va dépendre que de la géometrie et le rapport entre le rayon du tube et la longueur d'onde de l'onde incidente R/λ. Cependant, pour un cluster de tubes magnétiques, l'excitation doit tenir compte des multiples diffuseurs des ondes. Si la distance typique entre les tubes à l'intérieur du cluster est inférieure à la longueur d'onde acoustique incidente, on peut dire que l'excitation acoustique dominante pour chaque tube est fournie plutôt par les ondes qui sont diffusées par les tubes voisins que par la contribution de l'onde incidente, c'est à dire chaque tube est situé dans la zone d'induction des tubes voisins.

Lorsque les deux tubes sont proches, les différentes phases des ondes diffusées par les deux tubes commencent à influencer la section efficace totale qui est calculée pour un champ lointain. Dans ce cas, le champ de diffusion va interagir et la section efficace de diffusion du cluster peut augmenter ou diminuer (diffusion multiple).

Lorsque les deux tubes sont très loin l'un de l'autre ($d \gg \lambda$), ils vont se comporter comme des diffuseurs individuels. Dans ce cas, le champ de diffusion va interférer de façon destructive en général dans le champ lointain, et la section efficace de diffusion du cluster ne sera pas loin de la somme des sections efficaces des deux tubes isolés (diffusion incohérente).

Pour une séparation intermédiaire entre les deux tubes, une cohérence de phase va s'établir entre les ondes acoustiques diffusées par les tubes individuels (diffusion cohérente).

Bogdan & Fox (1991) et Keppens et al. (1994) ont évoqué également un nouveau élément pertinent qui s'ajoute au régime de la diffusion multiple, ce sont les canaux fins qui sont intercalés entre les tubes magnétiques adjacents. Les auteurs ont constaté que ces canaux peuvent influencer le processus de diffusion et peuvent même augmenter l'ordre des modes d'oscillations m. Aussi, le degré élevé d'absorption pour un couple de deux tubes est causé en partie par la résonance dipolaire du canal. La vitesse de phase des modes d'oscillations associée à ces canaux peut atteindre la vitesse d'Alfvén. La vitesse du fluide très dense dans ces canaux peut augmenter rapidement lors des oscillations longitudinales des tubes. Ces canaux n'ont pas d'équivalent dans le modèle monolithique, par conséquent, les phénomènes associés décrits ci-dessus peuvent être à l'origine des points lumineux observés dans l'ombre d'une tache solaire connus par les grains d'ombres ou umbral dots (Figure 5.3). Cependant, dans le cadre de la magnétoconvection non linéaire, d'autres auteurs ont démontré que le modèle monolithique peut expliquer également les grains d'ombres mais d'une manière assez compliquée, notamment dans les simulations de Schüssler & Vögler (2006) où l'on voit l'apparition de ces points, ce qui laisse le débat entre ces deux modèles de tache solaire ouvert.

Les efforts cités ci-dessus ont été limités au cas non stratifié, principalement à cause de la complexité mathématique qu' introduit la stratification gravitationelle. Le traitement analytique est encore plus compliqué concerant la diffusion et l'absorption des ondes par un ensemble de tubes magnétiques, alors qu'il est déjà assez compliqué pour la cas d'un seul tube magnétique. En utilisant la même approche théorique qu'a utilisé Hanasoge et al. (2008) pour décrire la matrice de diffusion d'un tube magnétique fin et solitaire, Hanasoge & Cally (2009) ont étudié les modes d'oscillations ainsi que la diffusion dans le cas d'un système de deux tubes dans une atmosphère stratifiée. Ces auteurs ont trouvé que le couplage entre les ondes et les tubes est maximum pour le mode-f. L'échelle de distance dominante qui gouverne la zone d'induction est approximativement la moitié de la longueur d'onde horizontale du mode incident, soit π/k. Ils ont constaté aussi que les valeurs des coefficients de diffusion des ondes par le couple sont assez larges pour des petites séparations des tubes magnétiques. D'après cette étude où l'on a introduit

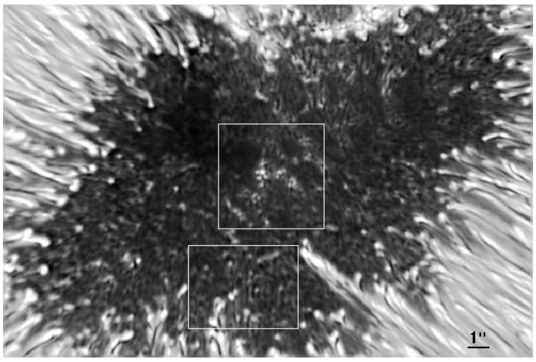


Figure 5.3: Image à haute résolution prise par le 1-m Swedish Solar Telescope (SST) qui montre une large ombre dans la région active NOAA 10634. Le rectange en haut contient un groupe de grains d'ombre dans le centre. Le rectangle en bas montre un champ de grains d'ombre périphériques avec des extensions.

la gravité pour étudier la diffusion multiple des ondes par des tubes magnétiques, on peut admettre que non seulement la gravité empêche l'absorption résonante mais aussi empêche toute interaction forte entre deux tubes magnétiques très proches. Ceci peut être causé par le fait que la gravité va créer une différence structurale entre l'intérieur et l'extérieur du tube. Malgré cela, il a été constaté qu'il y a un changement significatif des coefficients de diffusion pour de très petites séparations de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètres. Ces résultats rejoignent celles de Bogdan & Fox (1991) et Keppens et al. (1994) pour affirmer qu'un couple (ou un ensemble) de tubes magnétiques absorbe efficacement les ondes par rapport à une tache solaire monolithique et la diffusion par une tache monolithique est pratiquement la même que celle d'une multitude de tubes magnétiques compactés du même flux.

Animés par la même motivation que les études précédentes, et disposons d'un outil de simulation puissant et efficace, nous tentons dans cette partie de répondre à la question comment à partir de l'interaction du mode-f discerner entre deux structures de champ magnétique, une qui est une structure monolithique et qui a été étudiée au chapitre 4, et l'autre une structure fibreuse composée d'un ensemble de tubes magnétiques. Nous allons présenter dans ce chapitre les résultats préliminaires de la première simulation en trois dimensions de l'interaction des modes-f avec un ensemble de tubes magnétiques dans une atmosphère stratifiée. Dans la première partie, on va simuler l'interaction du mode-f avec un couple de tubes magnétiques identiques de séparations variables et de configuration géométrique horizontale et verticale par rapport à la direction de propagation de l'onde. Dans la deuxième partie, on va étudier la propagation des ondes à travers un cluster de sept tubes magnétiques identiques de configuration hexagonale compact. Enfin, la troisième partie sera consacrée à l'interaction du mode-f avec un cluster de neuf tubes magnétiques identiques et séparés.

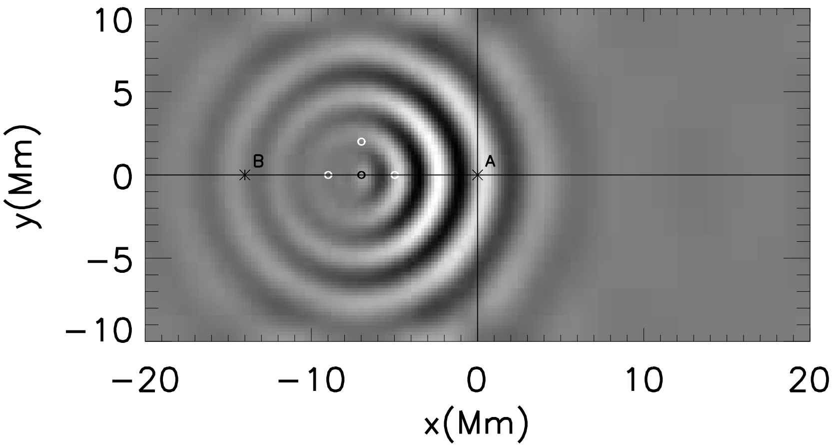


Figure 5.4: Schéma qui montre les positions successives du second tube (de couleur blanche) par rapport au tube central qui sert de référence (de couleur noire). Celui à droite correspond à l'angle $\chi = 0$, celui à gauche correspond à $\chi = \pi$, celui dans la direction verticale y correspond à $\chi = \pi/2$. La distance d entre le tube de référence et le second tube change également de $d = 2R$ à $d = 10R$ (le cas de la figure) où R est le rayon du tube de référence R=200 km. Les deux tubes sont identiques. La composante V_z de l'onde de diffusion est mesurée au niveau du point B(-14,0) qui est le symétrique du point A(0,0) par rapport à la position du tube de référence.

5.2 Interaction du mode-f avec un couple de tubes magnétiques identiques

Afin de comprendre l'interaction des ondes avec un ensemble de tubes magnétiques, il est fondamental d'étudier le cas le plus simple comme un couple de tubes avec une configuration géométrique horizontale ou verticale (dans le plan $x - y$) par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente. Ainsi, et à la lumière des résultats obtenus, on peut mieux interpréter les cas les plus compliqués comme le cluster. Dans cette partie, on va considérer que tout les tubes sont identiques de rayon 200 km. Ceci va nous faciliter l'interprétation des résultats vu qu'on a fixé le paramètre rayon du tube, au moins dans cette première étape de cette étude.

La figure 5.4 montre la disposition des couples de tubes magnétiques horizontaux et verticaux. Le tube de référence est de couleur noire est situé à la même position (-7,0) que les tubes solitaires dans le chapitre 4. Les tubes de couleur blanche représentent les positions successives du second tube. On définit χ comme étant l'angle compris entre la direction de propagation de l'onde incidente et la ligne joignant le tube de référence au second tube. Les tubes qui se situent du coté droit et gauche correspondent à $\chi = 0$ et $\chi = \pi$ respectivement. Celui qui se trouve dans la direction y correspond à $\chi = \pi/2$. La distance séparant les centres successifs des tubes qui forment le couple varie comme suit $d = 2R, 3R, 4R, 5R$ et enfin $d = 10R$ (R=200 km). Nous avons analysé le signal de la vitesse verticale de diffusion au niveau du point B(-14,0) qui se trouve dans

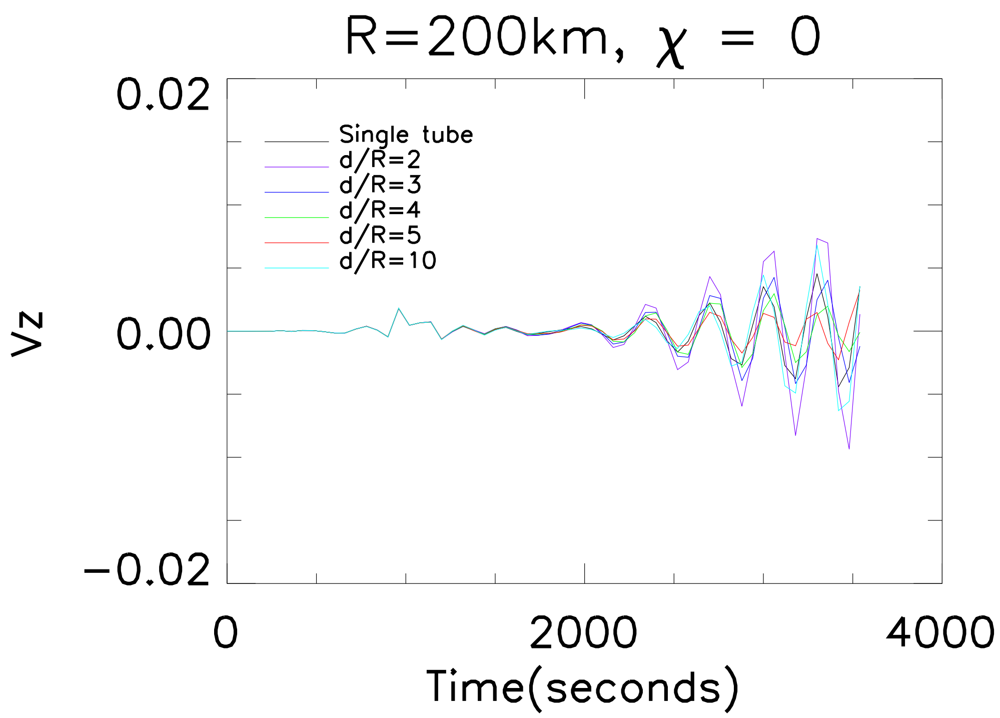


Figure 5.5: Cette figure montre la variation de la vitesse de diffusion verticale V_z en fonction du temps et mesurée au point B pour un couple de tubes magnétiques horizontaux (χ=0). Le point B est indiqués dans la figure 5.4. Les différentes courbes en couleurs correspondent aux différentes séparations d entre le tube de référence et le second tube.

le champ de diffusion gauche, ce dernier est plus interessant à analyser car il reflète les oscillations propres de la structure magnétique sans la contribution de l'onde incidente. Les caractéristiques du tube magnétique ainsi que le modèle atmosphérique restent les mêmes que dans le chapitre 4.

5.2.1 Un couple de tubes horizontaux

χ=0

Dans ce paragraphe, on va étudier l'interaction du mode-f avec un couple de tubes magnétiques horizontaux (χ=0). La figure 5.5 montre la variation de la vitesse verticale de diffusion V_z qui résulte de cette interaction en fonction du temps pour les différentes distances d qui séparent les tubes. Les courbes montrent la mesure de V_z au point B.

D'abord on constate que les courbes de diffusion des différents couples sont légèrement déphasées, ce qui signifie que le comportement du couple de tubes change avec la distance de séparation. Les courbes montrent que le couple compact ($d/R = 2$) présente la plus grande amplitude de diffusion par rapport aux autres. Ainsi, l'amplitude diffusée par ce couple est équivalente à celle d'un tube solitaire de 400 km de rayon (Figure 4.16 à gauche).

Le cas $d/R = 10$ se distingue aussi avec une amplitude assez marquée par rapport au

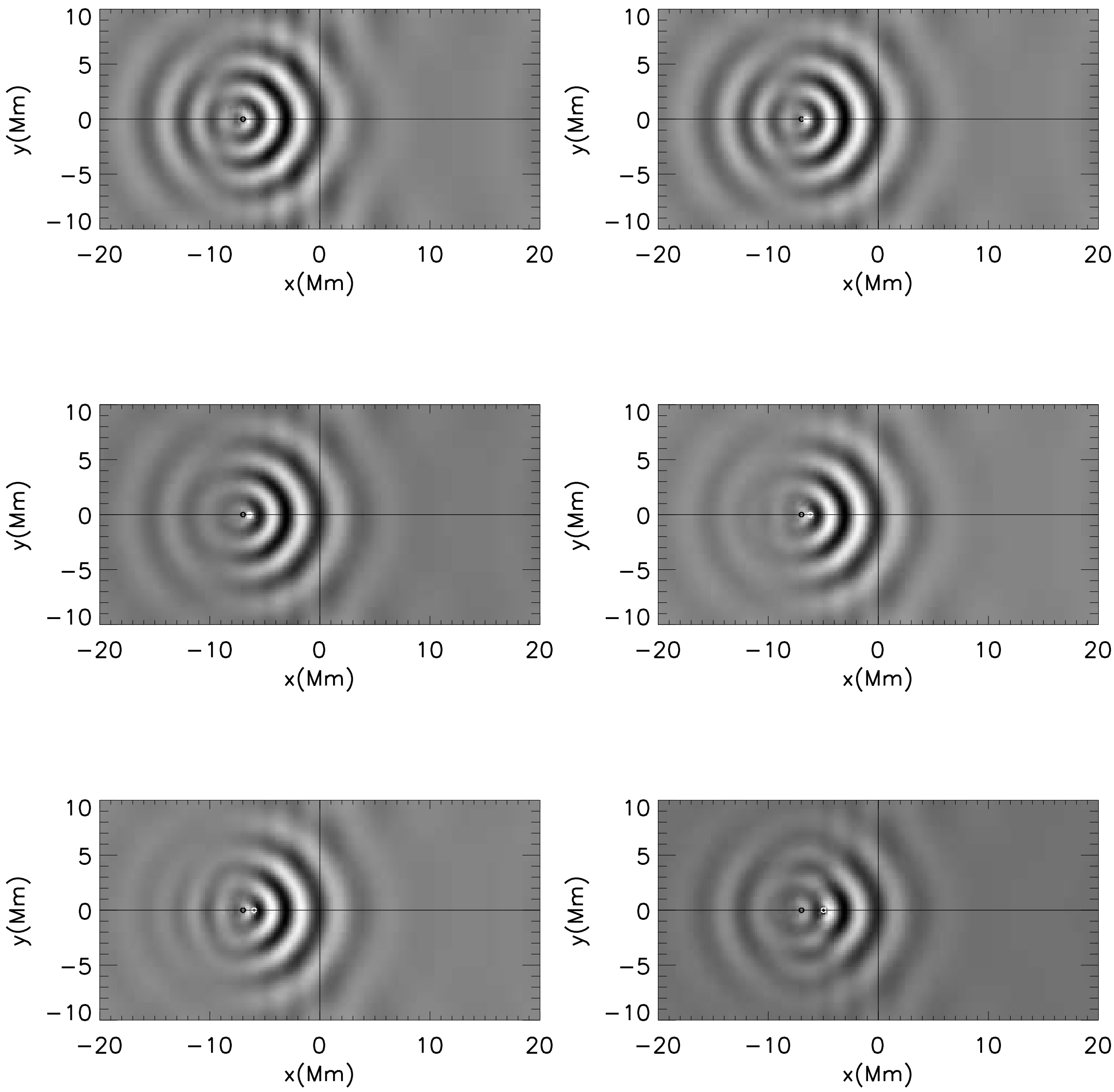


Figure 5.6: Le champ de diffusion de la composante V_z de l'onde à $t = 3300$ secondes pour un couple de tubes magnétiques horizontaux χ=0. Le tube de référence est en contour noir et le second tube est en contour blanc. La figure de haut à gauche correspond au champ de diffusion d'un tube seul qui sert de référence. Les figures qui suivent montrent l'effet de la variation de la distance d entre les deux tubes sur le champ de diffusion. La distance de séparation varie comme $d = 2R, 3R, 4R, 5R, 10R$.

tube solitaire. La distance qui sépare les deux tubes (d=2 Mm) n'est pas très supérieure à la longueur d'onde du paquet incident, on est donc sur des séparations intermédiaires. Dans ce cas, les différentes phases des ondes diffusées par les deux tubes commencent à s'influencer pour donner naissance à une diffusion cohérente.

Les courbes qui correspondent à $d/R = 3, 4, 5$ se succèdent respectivement au dessous de la courbe de diffusion du couple $d/R = 2$. La diffusion maximum aura lieu lorsque la

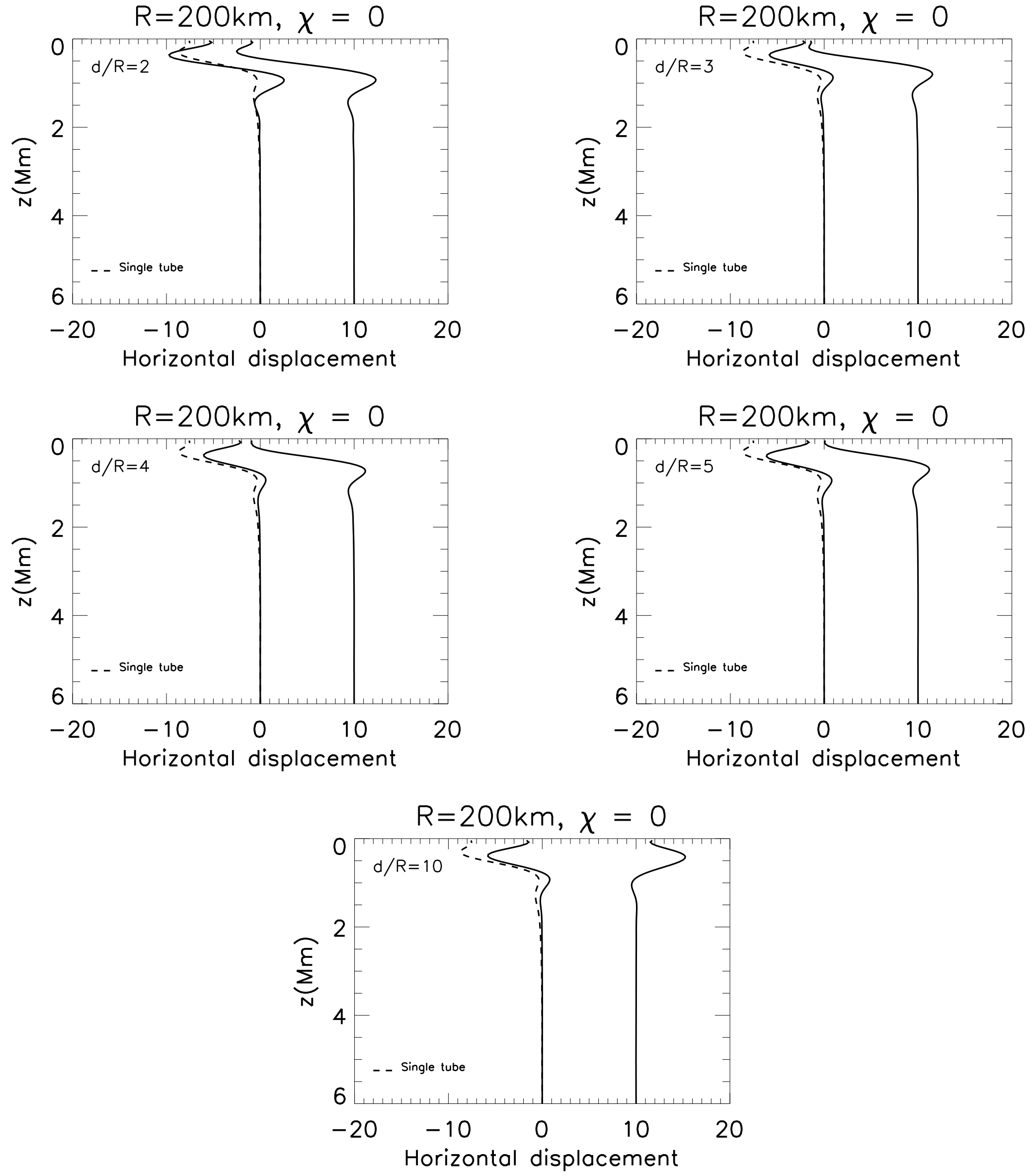


Figure 5.7: Le déplacement horizontal x en unités arbitraires des axes des deux tubes (Le trait plein) en fonction de la profondeur z. La courbe en pointillée montre le déplacement du tube de référence lorsqu'il est solitaire. Les courbes sont prisent à t=2100 secondes après le début de la simulation. Les différentes figures montrent la variation des oscillations des deux tubes magnétiques horizontaux ($\chi = 0$) en fonction du rapport d/R où d est la distance qui sépare les deux tubes (R=200 km).

séparation se réduit à $d/R = 2$ où les deux tubes sont compacts.

La figure 5.6 montre le champ de diffusion des différents couples horizontaux à $t = 3300$ secondes. On voit que l'allure globale du champ de diffusion droit reste pratiquement la même pour les distances $d/R = 2, 3, 4, 5$. C'est à partir de $d/R = 10$ que l'influence du second tube commence à être aperçu dans le champ droit à cause de la diffusion cohérente.

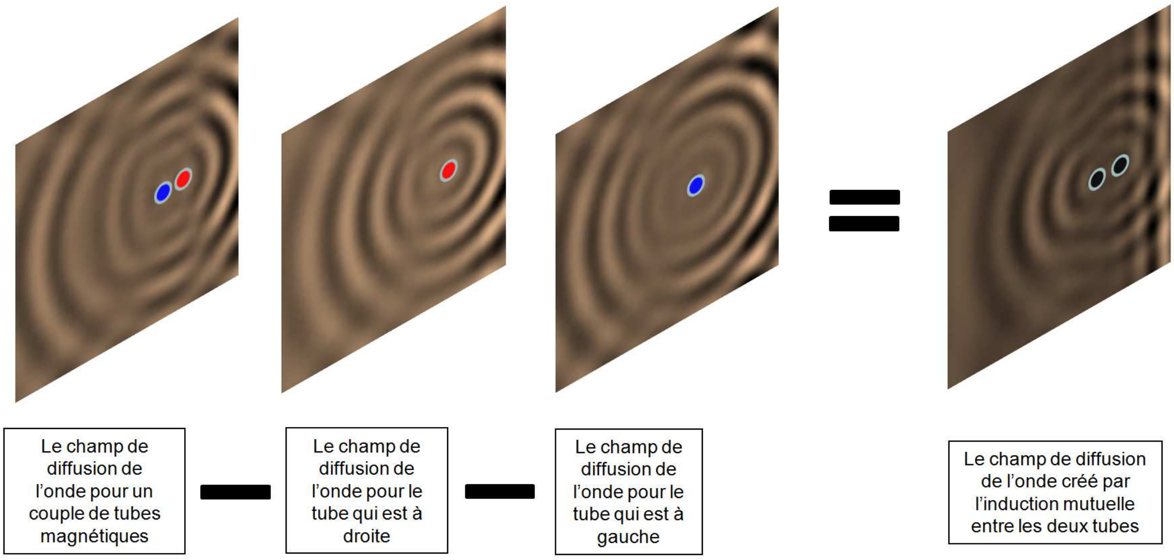


Figure 5.8: Schéma qui illustre la procédure pour laquelle on a obtenu l'image de l'induction mutuelle par les deux tubes: il suffit de soustraire de l'image du champ de diffusion des deux tubes ensemble l'image du champ de diffusion du tube de référence et le second tube lorsque ils sont solitaires. Ainsi, l'image obtenue est celle qui correspond à l'effet de l'interaction mutuelle entre les deux tubes seulement.

Le champ de diffusion gauche est totalement influencé par les oscillations des deux tubes. Pour une distance $d/R = 2$, le champ de diffusion est très similaire à celui d'un tube solitaire, on ne voit d'ailleur que des oscillations transversales émises par le couple de tube, ce qui indique un fort couplage entre les deux tubes. Pour les autres distances, la forme du champ de diffusion change selon l'interaction mutuelle entre les tubes. Pour $d/R = 10$, on commence à distinguer clairement les ondes émises par les deux tubes séparement.

Il est interessant de tracer le déplacement horizontal x de l'axe des tubes en fonction de la profondeur z afin de voir l'influence mutuelle des deux tubes. La figure 5.7 montre un instantané de ce déplacement à $t = 2100$ secondes. Les courbes avec un trait plein sont celles des deux tubes qui forment le couple. La courbe en pointillée montre l'oscillation du tube de référence lorsque il est solitaire. On distingue bien dans le cas $d/R = 2$ que l'amplitude du déplacement du tube de référence est supérieure à celle du tube lorsqu'il est solitaire. Ceci témoigne de la présence du second tube et par conséquent l'augmentation de l'amplitude pour la séparation la plus petite. A cause de la distance très proche, on voit que les courbes des deux tubes sont pratiquement en phase par rapport aux autres cas où d/R augmente. La figure qui correspond à $d/R = 10$ montre que le déplacement horizontal des deux tubes est totalement en opposition. Comme nous l'avons expliqué, la distance qui sépare les deux tubes fait que leur déplacement ne sera pas synchronisé au passage du packet d'onde. Ainsi, une partie des ondes émises donne naissance à la diffusion cohérente qui est mesurée dans le champ lointain où se situe le point B.

5.2.1.1 Effet d'induction entre les deux tubes horizontaux

Dans la figure 5.6, le champ de diffusion créé par le couple de tubes cache l'interaction mutuelle induite entre les deux tubes. Cette induction est très importante pour comprendre la nature et le degré de l'influence des tubes l'un sur l'autre en fonction de la distance de séparation d/R, et ce en dehors du mouvement collectif que entraine le paquet d'onde incident. Ainsi, nous avons procédé à une méthode pour extraire le champ de diffusion total, ce qui permet de ne voir que le champ d'induction qui resulte de l'influence mutuelle entre les deux tubes. La figure 5.8 illustre bien cette procédure qui consiste à soustraire de l'image du champ de diffusion du couple, le champ de diffusion des tubes individuels lorsque chacun d'eux serait solitaire. Cette procédure fait resurgir également une partie de l'onde incidente dans le champ de diffusion droit, mais ceci ne va pas nous gener du moment où on peut visualiser la champ de diffusion gauche qui nous intéresse le plus. La figure 5.9 montre le champ d'induction pour des couples dont la séparation est $d = 3R, 5R, 10R$ respectivement. Les images à gauche montrent la composante V_z et celles à droite montrent la composante déplacement vertical ξ_z.

Dans ces images, on distingue clairement les différents régimes de diffusion qu'on a observé dans les figures précédentes. Dans les cas $d/R < 5$, nous avons vu que les tubes sont si proches que leur déplacement reste synchronisé, de ce fait, les ondes diffusées par les deux tubes présentent pratiquement les mêmes caractéristiques. Par conséquent, l'effet que produit le tube de référence sur le second tube est presque le même que produit le second tube sur le tube de référence lors du passage de l'onde incidente.

On peut observer cet effet dans la figure 5.9 pour le cas $d/R = 3$. Dans cette image, les ondes diffusées par le tube de référence dans la direction gauche sont le résultat des oscillations du second tube et vice versa, ce qui explique que l'onde diffusée dans les deux cotés sera la même et symétrique. L'aplatissement de l'onde dans la direction y est causé par le déplacement des deux tubes qui s'ajoute principalement dans la direction horizontale. Dans le cas $d/R = 5$, la forme symétrique de l'onde diffusée par les deux tubes reste inchangée pour le champ proche. Mais le champ d'induction commence à changer dans le champ lointain. La distance entre les deux tubes qui augmente fait que le déplacement du tube de référence sera différent par rapport à celui du second tube, par conséquent, l'induction mutuelle entre les deux tubes sera différente également, d'où l'aspect non symétrique du champ de diffusion du coté droit et gauche qui est bien visible dans le cas $d/R = 10$. Des interférences entre les ondes diffusées sont visibles dans le champ lointain à partir de $d/R = 5$, ceci marque le début du régime de la diffusion cohérente.

La mesure de l'amplitude des ondes qu'induisent les tubes mutuellement montre que cette dernière est minimum pour les séparations d/R les plus faibles et augmente légèrement avec l'augmentation du rapport d/R. Ceci est en bon accord avec les résultats précédents où l'amplitude des ondes diffusées par les couples de tubes diminue avec l'augmentation du rapport d/R. En effet, lorsque la séparation entre les tubes est très faible comme dans le cas du couple compact, ce dernier va osciller comme un seul bloc au passage de l'onde incidente ne laissant qu'une petite énergie aux oscillations individuelles des tubes, ce qui explique le maximum de diffusion et la faible induction. Pour des séparations plus grandes, les tubes individuels qui forment le couple commencent à osciller plus efficacement par rapport à l'oscillation globale du couple, donc une partie de

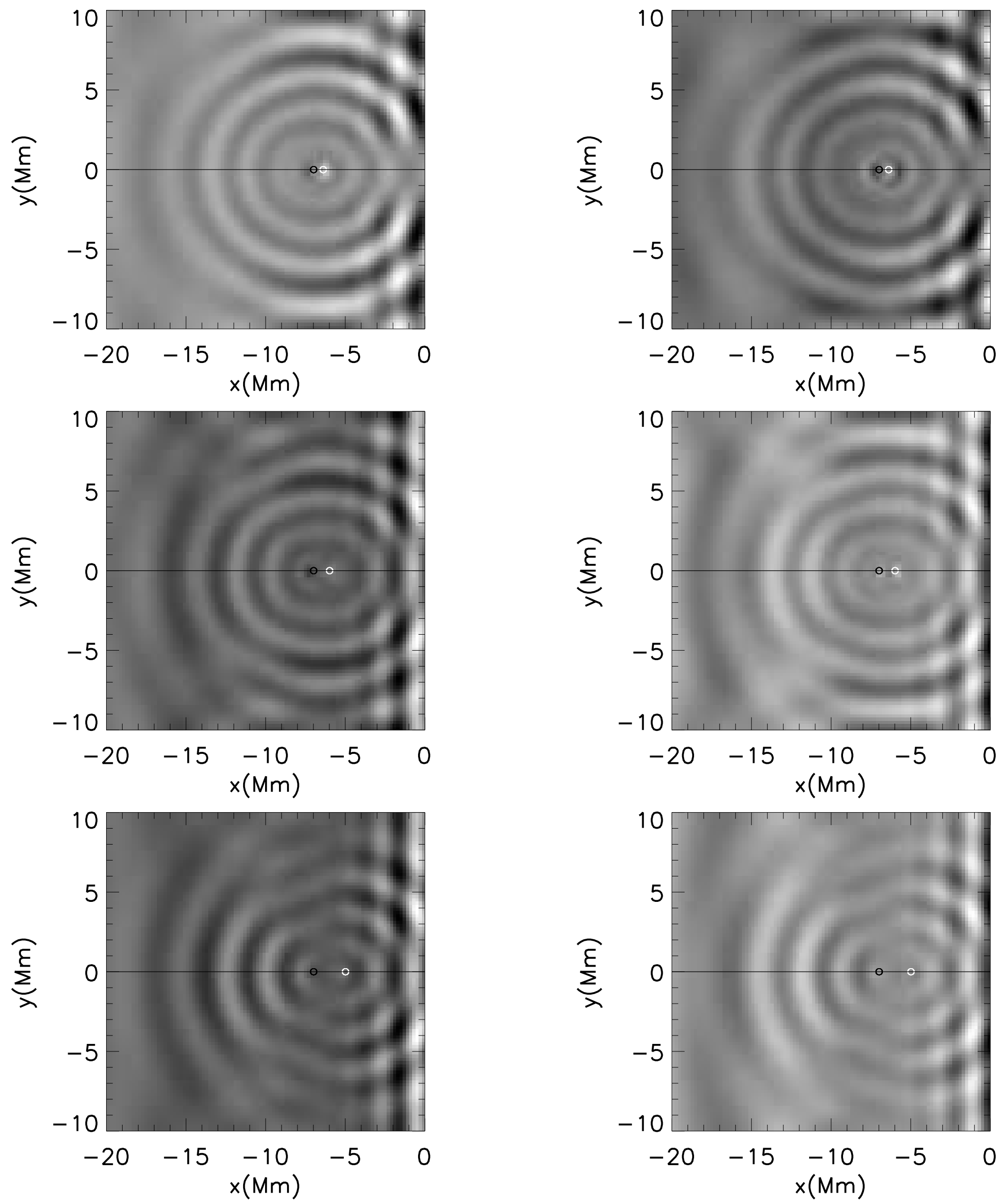


Figure 5.9: Images qui montrent le champ d'induction de deux tubes horizontaux ($\chi = 0$): V_z pour les images à gauche et le déplacement vertical ξ_z pour les images à droite. Ces figures montrent la variation de l'interaction mutuelle entre deux tubes horizontaux obtenue par la procédure de la figure 5.8 en fonction de la distance qui les sépare d. Du haut vers le bas $d = 3R, 5R, 10R$ respectivement.

l'énergie de l'onde incidente va alimenter ces oscillations propres et l'interaction mutuelle entre les tubes, d'où la diminution de la diffusion mesurée au point B et évidemment une induction plus importante, Ceci reste valable pour $d/R \leq 5$. Cependent, Dans le régime de la diffusion cohérente qui correspond à $d/R = 10$, les ondes diffusées par les deux tubes commencent à s'influencer dans le champ lointain, ce qui explique l'augmentation de la diffusion mesurée au point B par rapport à la diffusion dans les cas $d/R \leq 5$.

Ces résultats sont à l'encontre de l'idée que plus les tubes sont proches plus l'interaction

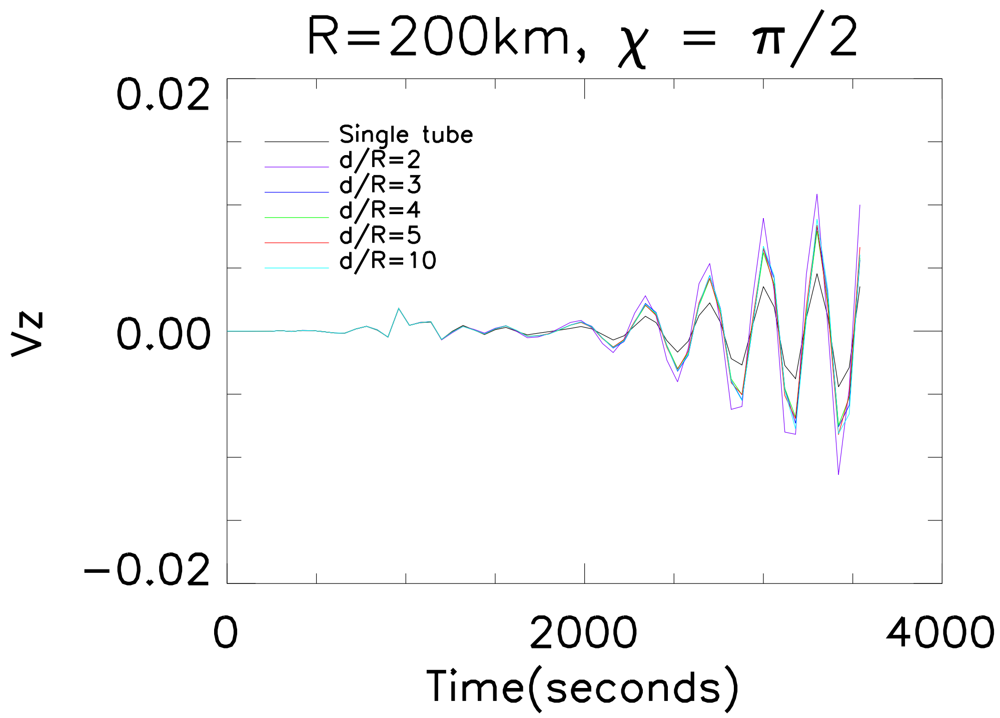


Figure 5.10: Cette figure montre la variation de la vitesse de diffusion verticale V_z en fonction du temps et mesurée au point B pour un couple de tubes magnétiques verticaux ($\chi = \pi/2$). Les différentes courbes en couleurs correspondent aux différentes distances d qui séparent les deux tubes.

mutuelle est grande par rapport à l'onde incidente (par exemple Keppens et al. (1994)). Ceci peut être valable que si on a affaire à un cluster assez dense qui absorbe la quasi-totalité de l'onde incidente et par conséquent les tubes qui sont à l'intérieur ne reçoivent que les ondes diffusées par les tubes avoisinante de ce dernier, mais pour un couple horizontal de tubes identiques de petite échelle, l'onde incidente reste la plus dominante.

5.2.2 Un couple de tubes verticaux

$\chi = \pi/2$

Cette partie est consacrée à l'interaction du mode-f avec un couple de tubes magnétiques disposé d'une manière perpendiculaire ($\chi = \pi/2$) à la direction de propagation du paquet d'onde (Figure 5.4). La figure 5.10 montre la courbe de la vitesse de diffusion verticale V_z en fonction du temps et mesurée au point B. D'abord on voit que les courbes sont en phases. Ceci est normal vu que l'onde incidente arrive à la position des tubes en même temps et donc l'interaction se fasse simultanément. Les courbes de V_z montrent qu'on a un maximum d'amplitude pour le couple qui correspond à $d/R = 2$ comme dans le cas horizontal.

En première approximation, on peut assimiler cette configuration de deux tubes compacts dans la direction y à un tube de rayon 400 km comme on l'avait fait dans le cas

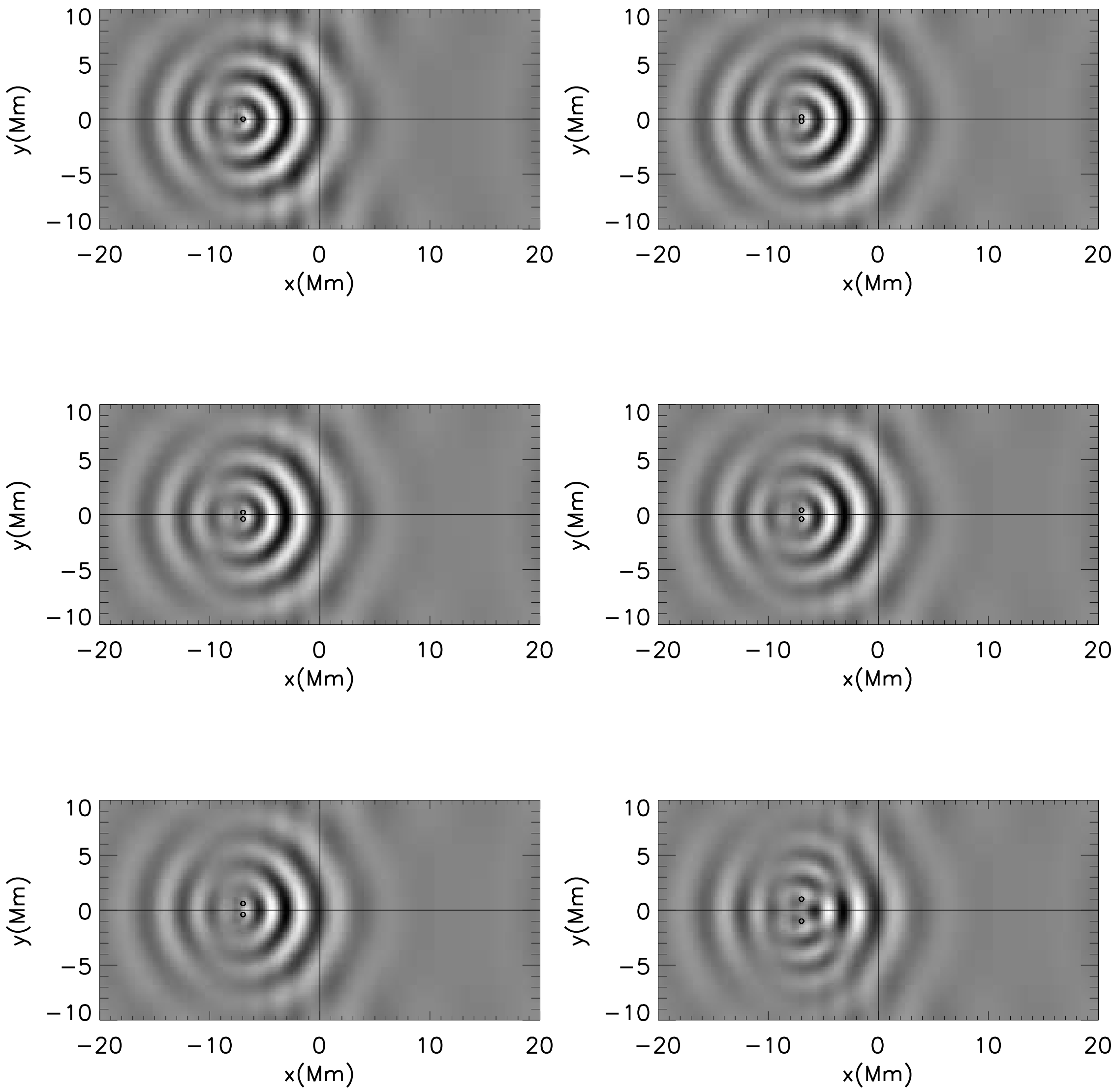


Figure 5.11: Le champ de diffusion de la composante V_z de l'onde à $t = 3300$ secondes pour un couple de tubes magnétiques verticaux $\chi = \pi/2$. Les deux tubes sont symétriques par rapport à la direction de propagation du paquet d'onde incident. La figure de haut à gauche correspond au champ de diffusion d'un tube seul qui sert de référence. Les figures qui suivent montrent l'effet de la variation de la distance d entre les deux tubes sur le champ de diffusion. La distance de séparation varie comme $d = 2R, 3R, 4R, 5R, 10R$.

précédent, ce qui explique une amplitude double par rapport au tube solitaire. Cependant, on remarque que cette amplitude dépasse même celle du cas $\chi = 0$, ce qui implique d'autres contributions. On peut expliquer cette différence par le fait que dans le cas $\chi = 0$, le point B reçoit le signal du couple émanant seulement du tube individuel qui est en face, alors que dans le cas $\chi = \pi/2$, le point B reçoit le signal issu du couple mais émanant des deux tubes.

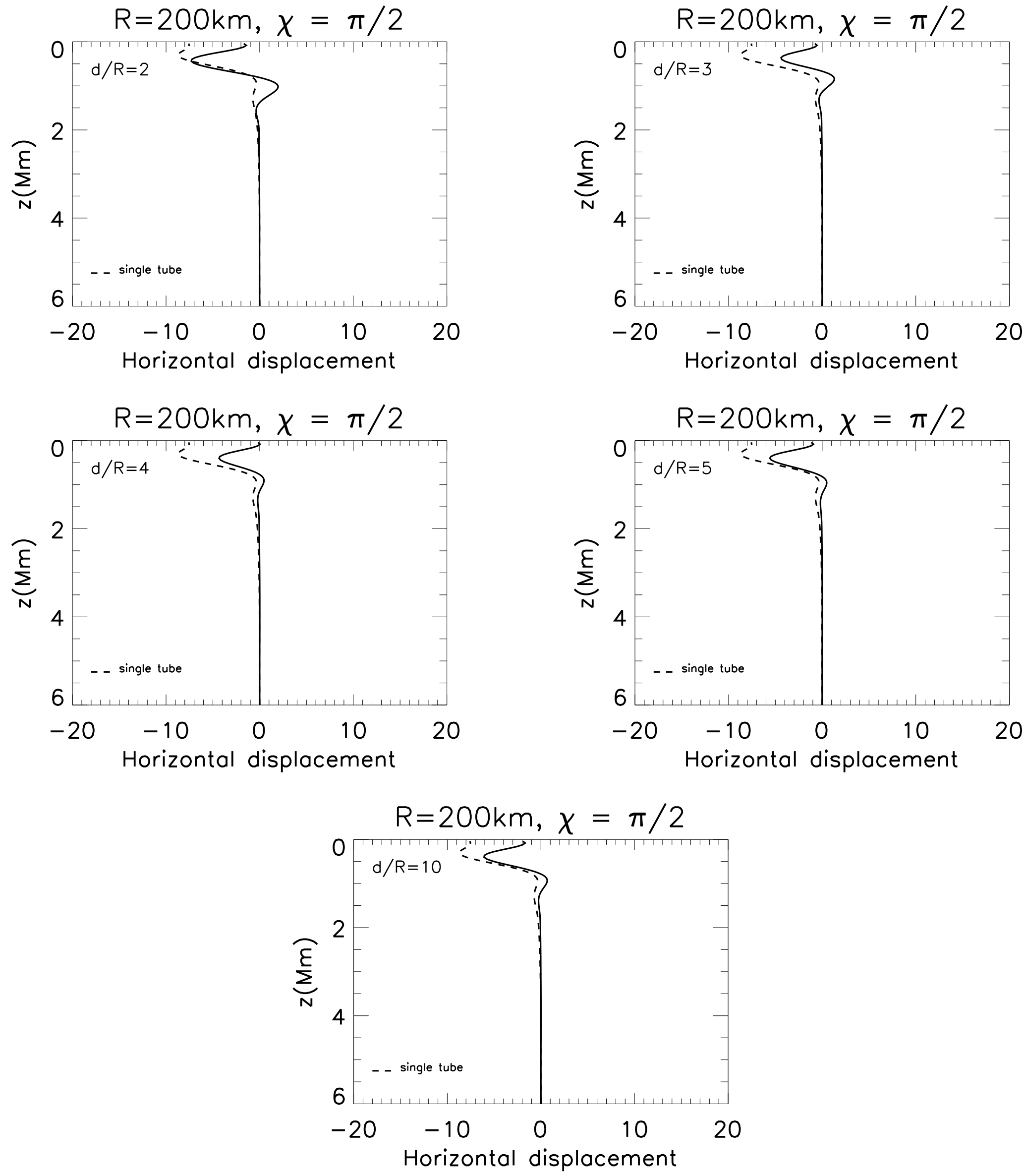


Figure 5.12: Le déplacement horizontal x en unités arbitraires de l'axe du tube de référence (Le trait plein) en fonction de la profondeur z. La courbe en pointillée montre le déplacement du tube de référence seul. Les courbes sont prisent à t=2100 secondes après le début de la simulation. Les différentes figures montrent la variation des oscillations de l'un des deux tubes magnétiques verticaux ($\chi = \pi/2$) en fonction du rapport d/R où d est la distance qui sépare les deux tubes.

La figure 5.11 montre le champ de diffusion en fonction de la distance qui sépare les tubes. On remarque que contrairement au cas précédent, le champ de diffusion gauche pour $d/R = 2, 3, 4, 5$ présente une similitude avec celui du tube solitaire. Dans le cas $d/R = 10$, la contribution individuelle de chaque tube commence à apparaitre. La dissymétrie entre le champ gauche et droit est toujours causée par la diffusion de l'onde incidente dans la direction de propagation.

Le déplacement horizontal d'un tube présenté dans la figure 5.12 montre clairement

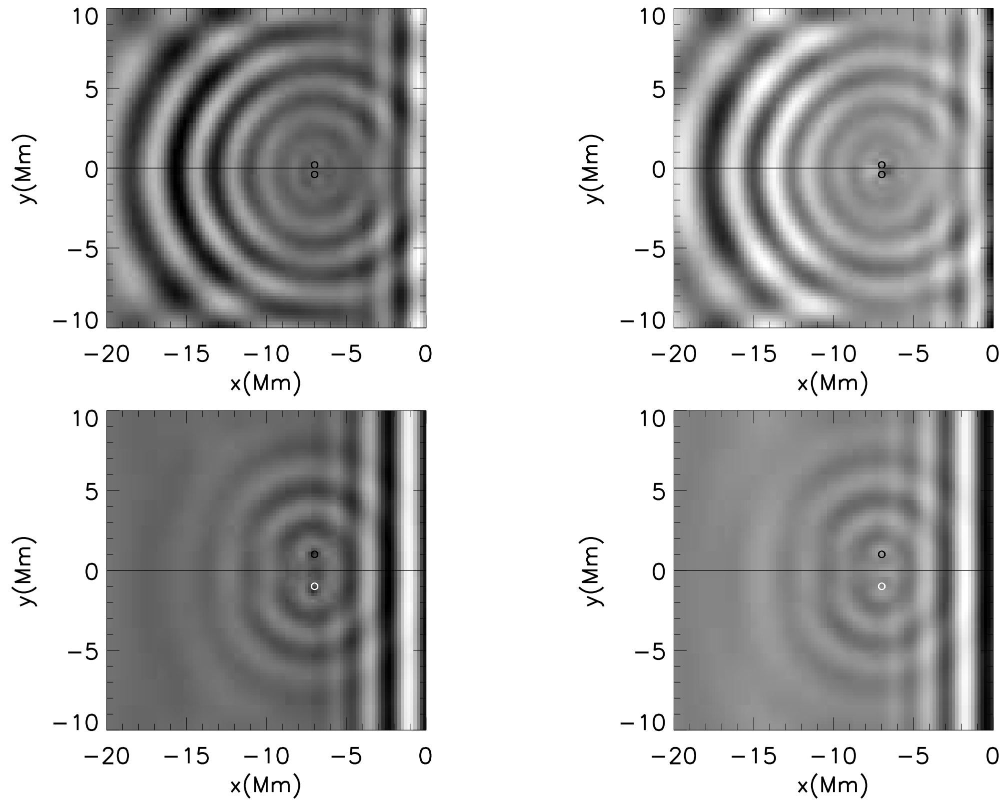


Figure 5.13: Images qui montrent le champ d'induction de deux tubes verticaux: V_z à gauche et le déplacement vertical ξ_z à droite. Ces images montrent la variation de l'interaction mutuelle entre deux tubes verticaux obtenue par la procédure de la figure 5.8 en fonction de la distance qui les sépare d. Du haut vers le bas $d = 3R, 10R$ respectivement.

que l'amplitude est maximum pour le cas $d/R = 2$ par rapport au tube solitaire et par rapport aux autres couples. L'amplitude diminue par la suite jusqu'à $d/R = 4$, puis elle augmente légèrement pour $d/R = 5$ puis $d/R = 10$.

5.2.2.1 Effet d'induction entre les deux tubes verticaux

Dans la figure 5.13 est représenté le champ d'induction des couples de tubes verticaux pour les cas $d/R = 3, 10$. Dans les deux cas, le champ d'induction reste symétrique par rapport à la ligne $y = 0$, ce qui indique un comportement similaire des deux tubes lors du passage du paquet d'onde. Dans cette configuration verticale des tubes magnétiques, on mesure l'amplitude maximum d'induction dans la direction y et non plus dans la direction x comme c'est le cas du point B. La figure 5.13 montre que l'induction pour le couple $d/R = 3$ est plus importante par rapport au couple $d/R = 10$. Ceci est confirmé par la mesure de l'amplitude maximum d'induction qui est légèrement supérieure dans le cas $d/R = 3$ par rapport au cas $d/R = 10$.

Paradoxalement, ce résultat va dans le sens inverse par rapport au cas $\chi = 0$ où l'induction entre les tubes est maximum pour des séparations plus grandes. L'explication réside toujours dans la géométrie; lorsque le couple est dans direction horizontale ($\chi = 0$),

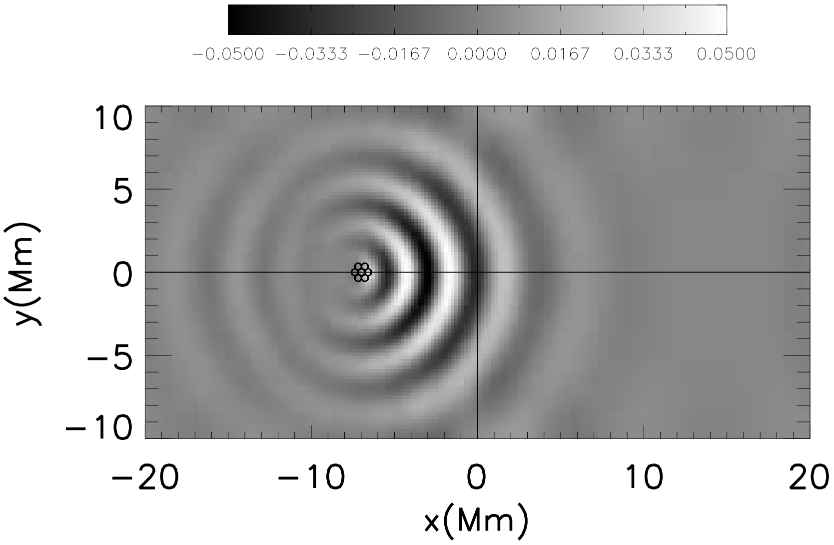


Figure 5.14: La figure en haut montre le champ de diffusion de l'onde (V_z) à t = 3300 secondes pour un un cluster de sept tubes magnétiques compacts de rayon 200 km chacun. La figure en bas montre un seul tube magnétique de rayon équivalent au rayon total du cluster qui est de 600 km.

le mouvement des deux tubes est très sensibles à la longueur d'onde du paquet incident. Ainsi, pour $d < \lambda$, les tubes oscillent comme un seul tube, et pour $d > \lambda$, les deux tubes oscillent individuellement, ce qui se traduit par l'augmentation de l'induction avec d. Lorsque le couple est dans la direction verticale ($\chi = \pi/2$), ces derniers sont insensibles à la longueur d'onde dans la direction y quelque soit la séparation d, par conséquent, leurs oscillations et l'induction mutuelle dans la direction y ne vont pas changer avec d en principe.

Le comportement d'un tube magnétique ou celui du couple de tubes ($\chi = \pi/2$) dans la direction y face à une onde incidente horizontale (x) est un peu similaire au cas où les tubes

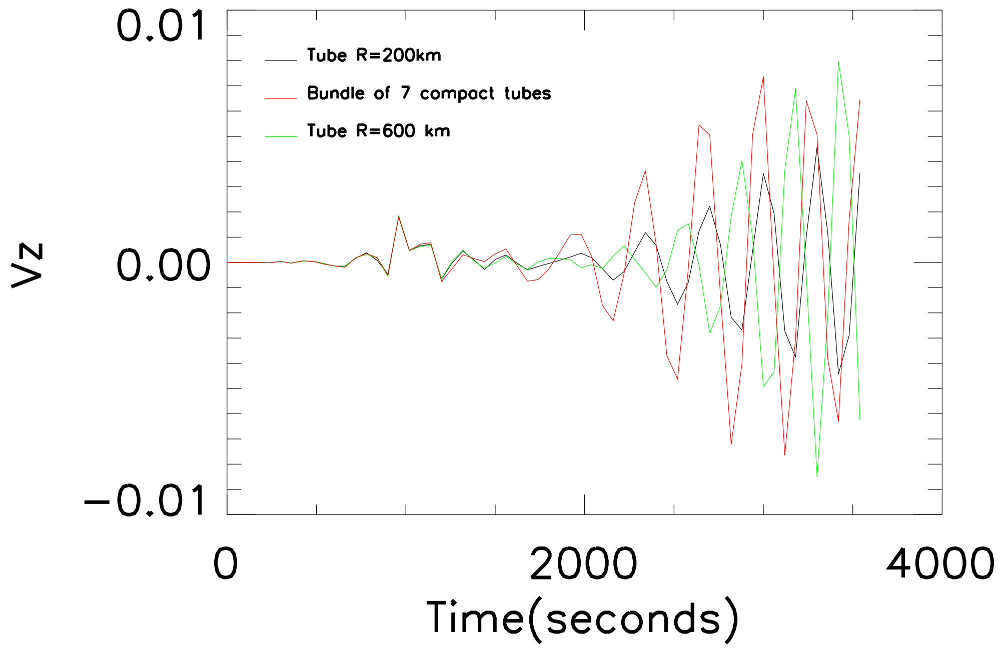


Figure 5.15: Cette figure montre la variation de la vitesse de diffusion verticale V_z en fonction du temps et mesurée au point B pour un cluster de sept tubes magnétiques compacts de rayon 200 km chacun (figure 5.14 en haut). Les courbes en noir et vert correspondent à des tubes solitaires de rayon 200 km et 600 km (tube monolithique équivalent) respectivement, situés à la même position que le tube central du cluster. La courbe en rouge correspond au signal du cluster.

sont abordés par une onde incidente qui arrive en dessous. Dans les deux cas, le tube est excité mais il est insensible à la longueur d'onde du paquet incident. Ainsi, l'oscillation du couple dans la direction y n'est plus conditionnée dans ce cas par le rapport d/λ vu que les tubes vont osciller simultanément en restant synchronisés. Dans la direction x, les deux tubes semblent osciller comme un seul tube malgré les oscillations dans la direction y qui sont apparement moins importantes que dans la direction x. A partir de $d/R = 10$ qu'on peut distinguer les oscillations de chaque tube.

5.3 Interaction du mode-f avec un cluster de sept tubes magnétiques compacts

Dans cette partie, on va étudier l'interaction du mode-f avec un ensemble de tubes magnétiques identiques de configuration géometrique hexagonale compacte. Cette structure est la plus simple qu'on peut construire pour simuler une tache solaire de modèle “spaghetti”. La figure 5.14 en haut montre le champ de diffusion de la composante V_z crée par un ensemble de sept tubes compacts. L'image en bas montre le champ de diffusion d'un tube magnétique monolithique de rayon 600 km qui est équivalent au rayon moyen du cluster.

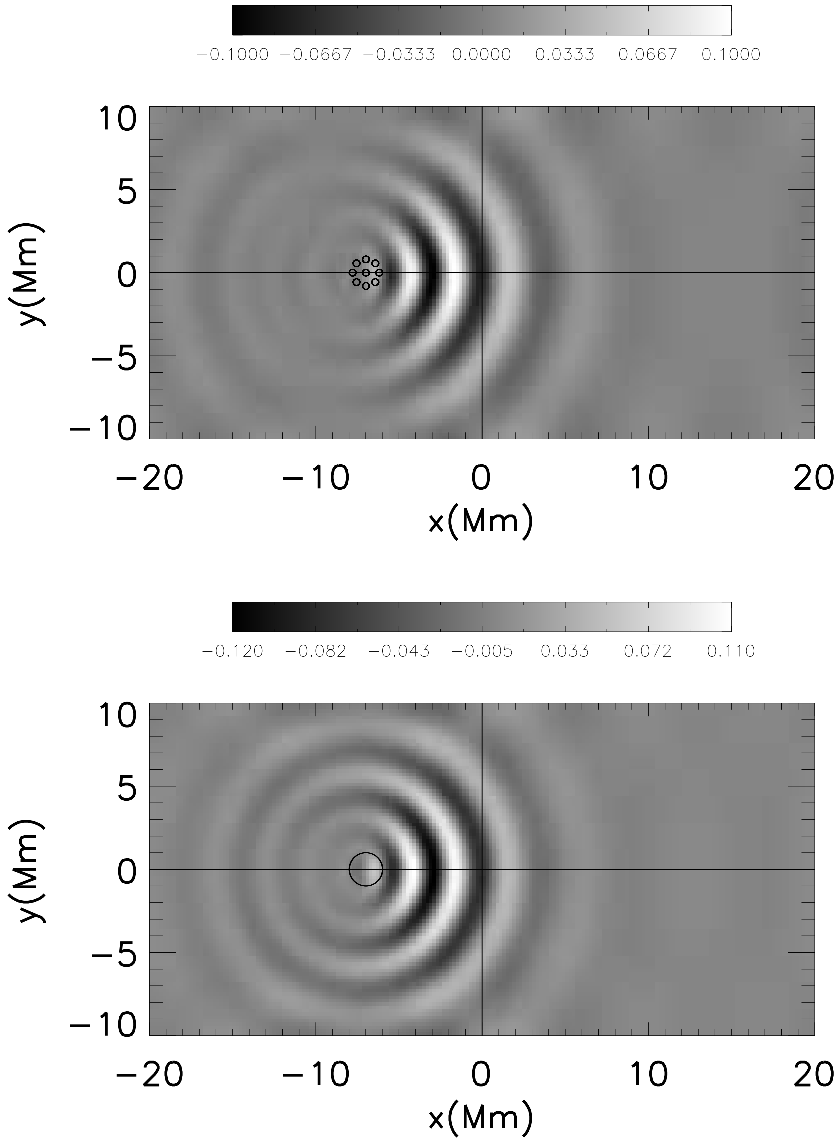


Figure 5.16: La figure en haut montre le champ de diffusion de la composante V_z à $t = 3300$ secondes pour un cluster de neuf tubes magnétiques de rayon 200 km chacun. La distance qui sépare le tube central aux autres tubes est de 800 km. La figure en bas montre le champ de diffusion d'un tube magnétique monolithique et solitaire de rayon équivalent au rayon total du cluster qui est de 1 Mm.

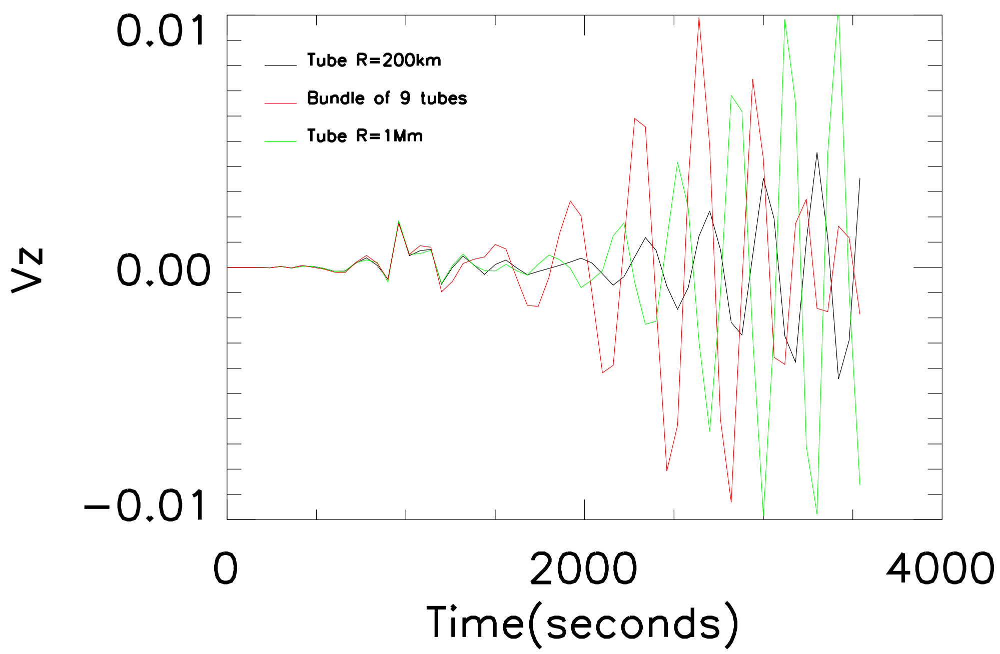
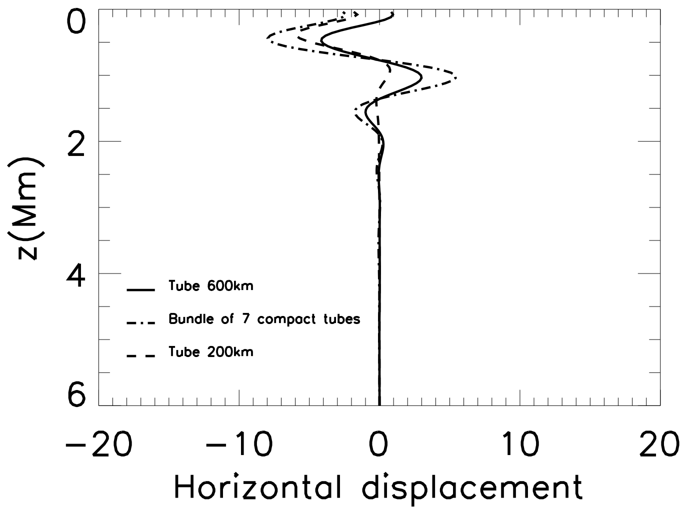


Figure 5.17: Cette figure montre la variation de la vitesse de diffusion verticale V_z en fonction du temps mesurée au point B pour un cluster de neuf tubes magnétiques de rayon 200 km chacun (figure 5.16 en haut) . Les courbes en noir et vert correspondent à des tubes solitaires de rayon 200 km et 1 Mm (tube monolithique équivalent) respectivement situés à la même position que le tube central du cluster. La courbe en rouge correspond au signal du cluster.

Le champ de diffusion du cluster est plus étendu dans la direction y à cause de la diffusion par les tubes qui sont disposés verticalement dans le cluster.

La figure 5.15 montre la variation de la composante de diffusion de l'onde V_z au point B en fonction du temps pour un cluster (courbe en rouge) ainsi que pour un tube monolithique solitaire de rayon 600 km qui est équivalent à celui du cluster (courbe en vert).

La courbe en noir est celle d'un tube monolithique solitaire de rayon 200 km. On remarque d'abord que le cluster présente une amplitude assez élevée par rapport au tube solitaire de rayon 200 km. Cette amplitude est pratiquement la même avec celle du tube solitaire de rayon 600 km. Cependant, la courbe du cluster est pratiquement en phase avec celle du tube de 200 km alors qu'elle est déphasée avec celle du tube de 600 km. Ce résultat confirme que le cluster compact oscille comme un seul bloc à l'image d'un tube solitaire de 200 km. C'est ce qu'on peut observer également dans le champ de diffusion gauche du cluster dans la figure (5.14). Cependant, une interprétation plus adéquate nécessite d'autres expérimentations comme la procédure d'obtenir le champ d'induction des différents tubes.



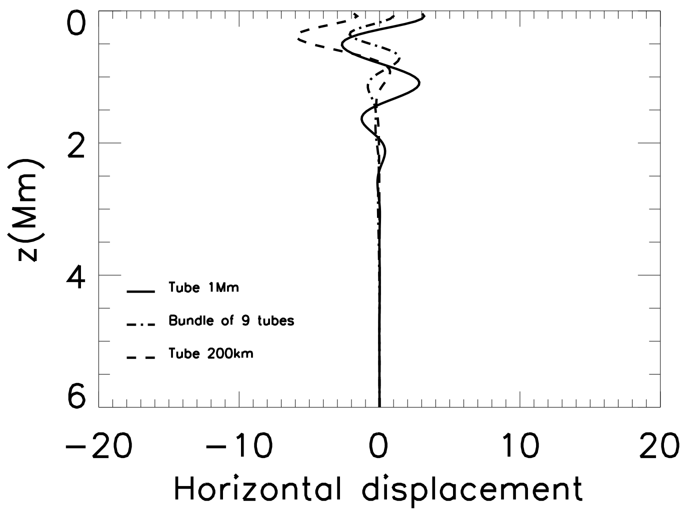


Figure 5.18: Le déplacement horizontal x en unités arbitraires de l'axe du tube magnétique central qui est situé dans le cluster (la courbe en points et traits) en fonction de la profondeur z. La courbe en traits montre le déplacement d'un tube solitaire de rayon R=200 km. La courbe avec un trait plein correspond à un tube solitaire monolithique de rayon équivalent au rayon total du cluster qui est de 600 km pour un cluster de 7 tubes (Figure en haut), et de 1 Mm pour un cluster de 9 tubes (Figure en bas). Les courbes sont prisent à t=2100 secondes après le début de la simulation.

5.4 Interaction du mode-f avec un cluster de neuf tubes magnétiques identiques

Dans cette partie, on va étudier la diffusion par un ensemble non compact de neuf tubes magnétiques de rayon 200 km chacun. Il est interessant de voir l'effet de la compacité sur la diffusion par une tache solaire fibreuse. La distance qui sépare le tube central des autres tubes est de 800 km, soit d/R=4. La figure 5.16 en haut montre le champ de diffusion (V_z) des ondes par ce cluster. L'image en bas montre le champ de diffusion d'un tube magnétique monolithique solitaire de rayon équivalent au cluster, soit R =1 Mm. Le proche champ de diffusion gauche montre la contribution de plusieurs ondes de diffusions contrairement au cas du cluster compact. Ce qui indique la présence d'oscillations propres des tubes qui forment le cluster.

On peut ajouter également la contribution des ondes émises par le tube central et diffusées à travers les espaces séparant les autres tubes, en particulier si $d/R \geq 5$, mais l'interprétation du champ de diffusion reste assez compliquée sans d'autres expérimentations numériques.

Dans la figure 5.17 sont représentées les courbes de variation de la vitesse verticale de diffusion en fonction du temps et mesurées au point B. On remarque d'abord que l'amplitude de diffusion du cluster et du tube de rayon 1 Mm est pratiquement la même.

Contrairement au cas précédent, la courbe du tube de 200 km et celle du cluster ne sont plus en phase, ce qui confirme la diffusion par les tubes individuels qui forment le cluster.

La figure 5.18 montre le déplacement horizontal de l'axe du tube central en fonction de la profondeur pour le cluster de 7 tubes en haut, et le cluster de 9 tubes en bas. Pour le cluster de 7 tubes, l'amplitude du déplacement du tube central domine largement l'amplitude du déplacement des tubes solitaires monolithiques de 600 km et de 200 km, alors que l'amplitude de déplacement du tube central du cluster de 9 tubes est moins que celles des tubes solitaires de 200 km et de 1 Mm. Nous avons vu dans les paragraphes précédents que l'amplitude du déplacement pour les couples compacts ($d/R = 2$) est supérieure à celle des autres couples de différentes séparations, ce qui explique les amplitudes élevées obtenues pour le tube central du cluster compact par rapport à celles du tube central du cluster ouvert.

5.5 Conclusion

Motivés par la problématique de la nature du champ magnétique des taches solaires, le but de ce travail préliminaire est de pouvoir distinguer entre une tache solaire monolithique et une tache solaire fibreuse en observant les ondes linéaires de surface qui sont diffusées par la tache solaire. Dans un premier temps, et afin de pouvoir interpréter les résultats vu la complexité du problème, nous avons simulé la propagation du mode-f à travers un couple de tubes magnétiques identiques de rayon R = 200 km disposés horizontalement puis verticalement (dans le plan $x - y$) par rapport à la direction de propagation du paquet d'onde. En variant la distance d qui sépare les deux tubes, nous avons montré pour le couple de configuration horizontale que lorsque la distance d est inférieure à la longueur d'onde du paquet incident, le couple de tubes va osciller comme un seul bloc au passage de l'onde incidente, ce qui donne une amplitude de diffusion maximum, en particulier pour le couple compact (d/R=2). L'amplitude de diffusion diminue avec l'augmentation de la séparation. Pour des séparations pas très supérieures à la longueur d'onde du paquet incident, les tubes qui forment le couple commencent à osciller individuellement par rapport à l'oscillation globale du couple. Ainsi, une partie de l'énergie de l'onde incidente va être absorbée par les tubes pour alimenter ces oscillations propres. Dans ce cas, les différentes phases des ondes diffusées par les deux tubes commencent à s'influencer dans le champ lointain pour donner naissance à une diffusion cohérente, ce qui permet à l'amplitude de diffusion d'augmenter à nouveau pour arriver à une amplitude légèrement inférieure à celle du couple compact.

Pour le couple qui est disposé verticalement, les tubes vont osciller simultanément dans la direction y indépendament de la longueur d'onde du paquet incident.

Dans une seconde étape, et afin de se rapprocher plus de la réalité, nous nous sommes intéressés à l'interaction de l'onde avec un ensemble (cluster) de tubes magnétiques. Nous avons étudié deux cas de cluster, un qui est compact et l'autre qui est ouvert. Cependant, l'interprétation du champ de diffusion reste assez compliqué à cause de la diffusion multiple qui caractérise ce modèle de tache solaire. En outre, les résultats obtenus pour cette partie ne peuvent être géneralisés et restent insuffisants et limités aux cas particuliers étudiés. De ce fait, les futurs investigations nécessitent plus de simulations en utilisant différentes tailles de tubes magnétiques, des configurations géometriques variées, et également l'étude du champ d'induction du cluster.

6 Conclusion générale

Dans cette première partie de la thèse, nous avons étudié la propagation des ondes sismiques solaires à travers des inhomogénéités dans la couche de convection telles que les taches solaires ou les tubes de flux magnétique. Le but est de comprendre d'abord la physique qui est derrière l'interaction des ondes avec ces milieux magnétiques et pouvoir par la suite déduire la structure et les propriétés internes de ces inhomogénéités à partir des données héliosismiques issues des observations.

L'héliosismologie locale est un récent outil très puissant pour sonder l'intérieur du Soleil en trois dimensions en observant les signatures de possibles perturbations sur les ondes à la surface. Cependant, malgré les résultats obtenus, cette technique n'a pas encore atteint sa maturité et il reste beaucoup de questions ouvertes sur l'analyse des données et les méthodes d'interprétation (**Chapitre 1**). D'autres complications sont liées à la physique de la propagation des ondes comme détecter la signature du champ magnétique notamment à la surface solaire, la diffusion multiple et la diffusion dans un milieu turbulent, etc. Corriger ces lacunes demande plusieurs années d'observations et/ou une très bonne résolution spatiale/temporelle pour optimiser le signal par rapport aux bruits. Ainsi, la modélisation directe de la propagation des ondes dans les régions magnétiques est devenue l'approche la plus pratique et préférée dans les dernières années. C'est dans ce contexte que nous avons contribué au développement d'un code MHD de simulation numérique entièrement en 3 dimensions (SLiM) qui fait propager des petites perturbations linéaires à travers une atmosphère solaire stratifiée et inhomogène. Les inhomogénéités peuvent inclure des champs magnétiques, des écoulement de vitesse, etc.

Notre expérience avec un code MHD (SLiM) est très enrichissante. Bien que nous n'avons pas pu développer un code susceptible de traiter des aspects plus réalistes comme la non linéarité des ondes et la turbulence dans la couche convective qui nécessitent des algorithmes et des moyens de calculs très performants, mais nous avons tout de même acquis une expérience certaine dans le domaine de la programmation numérique des codes MHD en trois dimensions. Nous avons beaucoup appris sur les méthodes numériques de façon générale ainsi que leur implémentation en MHD, également les choix dans l'écriture numérique des équations et les algorithmes permettant de les résoudre (**Chapitre 2**).

L'autre aspect important du code est le traitement des conditions aux limites et les méthodes de stabilisation des schémas numériques. Nous avons inclus de la viscosité artificielle à l'algorithme que nous avons utilisé, ce dernier est sujet au développement d'oscillations et d'instabilités numériques qui provoquent la perte d'informations physiques. Pour mettre en avant la physique correcte émanant du code mais aussi ses différentes lacunes, nous avons initié une série de simulations tests afin d'améliorer le code et le valider (**Chapitre 3**).

Le code étant validé, nous avons effectué une série de simulations numériques de la propagation d'un paquet d'onde de mode-f à travers un tube de flux magnétique vertical à la surface de différentes tailles, dans une atmosphère stratifiée qui représente la couche convective solaire (**Chapitre 4**). Ces structures ont une influence significative sur la dynamique de la chromosphère et de la couronne, et aussi sur l'activité magnétique solaire, d'où leur importance.

Nous avons montré que l'interaction du mode-f avec le tube magnétique excite les modes d'oscillation du tube. Ces ondes se propagent le long du tube et produisent une réelle absorption de l'energie de l'onde incidente. Ces oscillations sont converties également en ondes magnéto-acoustique-gravité à l'intérieur, ce qui permet au mode magnétique s qui se propage le long des lignes du champ de drainer une partie de l'energie incidente, en particulier pour les tubes les plus larges. L'absorption des ondes acoustiques et surtout le mode-f par les taches solaires a été démontrée par l'observation à partir de l'analyse Fourier-Hankel qui est un des outils de l'héliosismologie locale.

Les oscillations du tube produisent des ondes de diffusion. Ces dernières sont composées d'un mélange de mode axisymétrique (m=0) et de mode dipolaire (m=± 1). Pour un tube de taille petite par rapport à la longueur d'onde du mode-f, principalement le mode transversal kink (m=± 1) qui est excité. Pour un tube de taille moyenne, le mode transversal kink (m=± 1) et le mode longitudinal sausage (m=0) sont excités. Pour un tube plus large, des modes avec des ordres m sont excités.

Alors que les taches solaires sont facilement visibles à la surface, déterminer leur structure sous la surface n'est pas une tache facile. La technique de l'inversion linéaire en héliosismologie ne permet pas pour le moment de sonder la structure interne avec suffisamment de précision pour distinguer entre le modèle monolithique et le modèle fibreux (cluster) d'une tache solaire. Motivés par cette problématique en physique solaire, nous avons initié un travail qui consiste à simuler la propagation du mode-f à travers un couple de petits tubes magnétiques identiques séparés par une distance d (**Chapitre 5**). Les tubes peuvent être disposés horizontalement ou verticalement par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente (dans le plan $x - y$). Nous avons montré à partir de l'observation du champ de diffusion des ondes que l'amplitude de diffusion est maximum pour le couple horizontal lorsqu'il est compact. Cette amplitude est de l'ordre de deux fois l'amplitude d'un tube individuel. La diffusion va diminuer avec l'augmentation de d. Lorsque d est légèrement supérieure à la longueur d'onde du paquet incident, les tubes formant le couple commencent à osciller individuellement en diffusant des ondes. Un régime de diffusion cohérente va s'établir permettant à l'amplitude d'augmenter à nouveau en arrivant à une amplitude de diffusion légèrement inférieure à celle du couple compact.

Pour le couple de configuration verticale, les tubes sont excités simultanément et leurs oscillations dans cette direction y ne va plus dépendre du rapport d/λ, ce qui est similaire à avoir une onde incidente qui arrive au dessous des tubes.

Nous avons ensuite fait interagir le paquet d'onde avec un ensemble de tubes magnétiques identiques qui forment un cluster compact puis un cluster ouvert. Cependant, à cause de la complexité du problème de la diffusion multiple, l'interprétaion du champ de diffuion du cluster n'est pas aussi évidente même en se basant sur les résultats précédent, ce qui nécessite d'autres simulations avec un nombre varié de tubes de différentes tailles et de configurations géometriques.

Avec le développement de l'imagerie et la spectroscopie à haute résolution à bord des observatoires spatiaux (par exemple *Hinode, SDO*) ainsi que le développement de l'optique adaptative sur les télescopes terrestres, les observations commencent à révéler la nature des oscillations au sein des structures magnétiques à la surface solaire, ce qui constitue déjà un pas très important vers la confrontation entre simulations et observations. Ainsi, nous avons démontré que la simulation est un outil très utile qui peut nous fournir des informations très riches et cruciales pour la compréhension des futures observations qui seront de plus en plus précises.

Maintenant que le code donne des résultats numériques satisfaisants, il faudra l'adapter à des situations plus réalistes. Par exemple utilisé un modèle atmosphérique solaire plus proche des observations comme le modèle standard S au lieu du polytrope. On peut utiliser un profile de champ magnétique qui se rapproche de celui d'une tache solaire, notamment un champ non vertical. Simuler la propagation des ondes à travers un modèle physique d'une granulation solaire moyennée est l'un de nos futurs objectifs. Les futurs conditions initiales peuvent inclure des modes acoustiques de plusieurs ordres afin de sonder plus profondément. Etudier la variation du temps de parcours des ondes au voisinage d'une structure magnétique constitue également un sujet très intéressant à traiter avec les simulations numériques.

Ces futurs travaux nécessitent des modifications majeures au code. Tout en conservant des techniques numériques similaires, nous pourrions certainement accroître ses performances par la parallélisation du code en vue de faire des simulations sur des machines de calculs ou sur des clusters que nous espérons acquérir bientôt.

Part II

Accélération dans la couronne solaire en relation avec les orages de bruit

Résumé

II-Accélération dans la couronne solaire en relation avec les orages de bruit

L'origine des électrons superthermiques accélérés dans l'atmosphère solaire, même en absence d'éruptions solaires reste toujours un problème d'actualité. Ces électrons sont à l'origine des ondes radio (orages de bruit) dont la fréquence est voisine de la fréquence électronique locale du plasma. La bande de fréquence de ces ondes est très large, cela signifie que les émissions ont lieu sur une gamme de densités très contrastée. On utilise un code électromagnétique de type particle in cell (PIC) en 2.5-dimensions pour étudier un processus d'accélération des électrons qui invoque la présence d'un champ magnétique uniforme, et d'une cavité de densité avec une variation transversale, le tout traversé par une onde d'Alfvén qui se propage dans la direction parallèle au champ magnétique uniforme. Les champs magnétiques, ainsi que les ondes d'Alfvén ne manquent pas dans la couronne solaire, notamment dans les boucles magnétiques et dans le milieu interplanétaire. Les cavités de plasma ont été observées dans l'heliosphère par les sondes spatiales et peuvent exister dans la couronne. Nous avons initialisé des simulations avec les conditions physiques qui règnent dans la couronne solaire et dans les régions où sont émis les orages de bruit. Nous observons dans les simulations au niveau de la cavité de très puissant champs électriques parallèles qui accélérent des électrons dans la direction du champ magnétique ambiant. Ce champ est causé par l'écart de neutralité électrique provoqué par la dérive de polarisation associée à l'onde d'Alfvén. Cet écart est rattrapé par le mouvement rapide des électrons qui est favorisé dans la direction parallèle. Le champ électrique parallèle apparait au niveau des régions de fort gradient de densité. Les orages de bruit pourraient être émis par la cavité en interaction avec les particules accélérées.

Mots clés : couronne solaire et milieu interplanétaire, ondes d'Alfvén, ondes d'Alfvén cinétiques, plasma inhomogène, accélération, interaction onde-particules, orages de bruit, simulations numériques.

1 Introduction générale

1.1 Mécanismes de réchauffement et accélération dans la couronne solaire

Le problème du réchauffement de la couronne a débuté suite aux travaux de Grotrian (1939) et Edlen (1942) qui ont découvert que les raies d'émission observées lors d'une éclipse solaire totale en 1869 n'étaient pas due à un nouveau élément appelé Coronium, mais sont le résultat de l'élément Fer qui était très ionisé. Ces travaux ont démontré que la température de la couronne est supérieure à un 1 million de degrés Kelvin. En comparaison, la température dans la photosphère est à seulement 6000 K. En même temps, la densité chute de six ordres de grandeur de la photosphère à la couronne. Le problème basique relevé par ces observations est de trouver le mécanisme derrière le réchauffement continu de la couronne par un transport d'énergie non thermique du moment où le réchauffement par les radiations, la convection ou la conduction depuis la photosphère qui est froide est impossible d'après la deuxième lois de la thermodynamique. Les observations en rayons X et UV de la couronne ont montré que le champ magnétique joue un role majeur dans le réchauffement de la couronne (Figure 1.1)

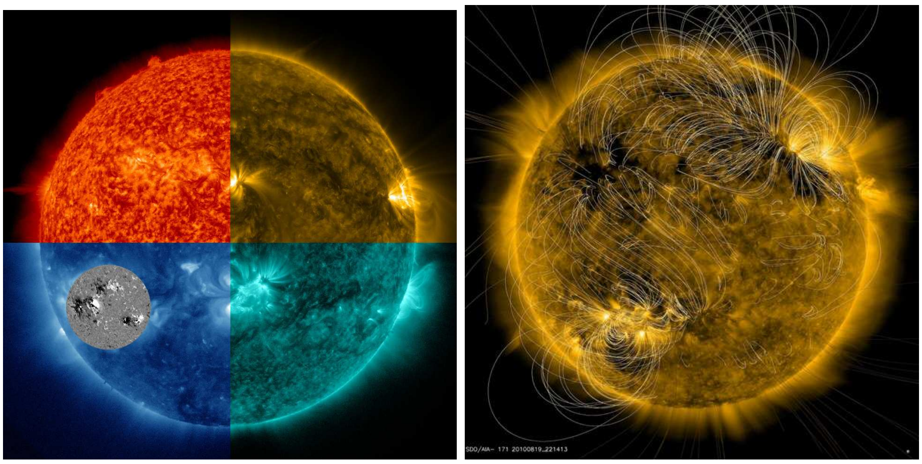


Figure 1.1: A gauche une image compposée qui montre l'activité magnétique dans la chromosphère et la couronne vu par les différentes longueur d'ondes. Jaune=193 Å, Vert=94 Å, Bleu=335 Å, Rouge=304 Å. Le petit disque en noir et blanc est l'image du magnétogramme qui montre le champ magnétique dans la photosphère. A droite est une image du même instrument qui montre une extrapolation des lignes du champ magnétique depuis la photosphère jusque à la couronne. (SDO/AIA/NASA).

Un autre problème qui est intimment lié au processus de réchauffement est l'existence d'électrons suprathermiques. L'existence de populations d'électrons suprathermiques dans le milieu interplanétaire et dans les zones actives du Soleil est toujours un problème d'actualité. De nombreux travaux théoriques et observationnels ont montré le lien entre la reconfiguration du champ magnétique dans l'atmosphère solaire et accélérations de particules, mais l'accélération même en absence d'éruptions solaires ou éjections de masses coronales est encore mal comprise. Il est possible que les mécanismes derrière le réchauffement de la couronne soient à l'origine d'accélération des électrons à des énergies suprathermiques, d'où l'importance d'étudier ce problème.

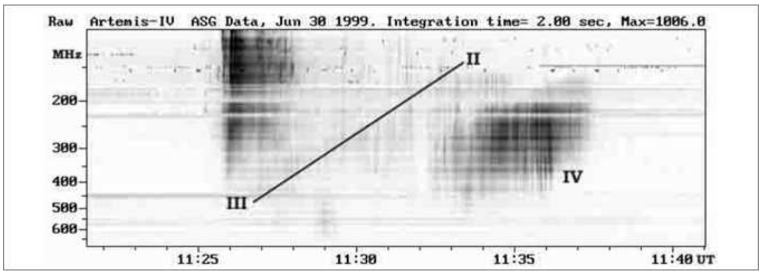


Figure 1.2: Un exemple d'un spectre de sursauts d'orages de bruit de Type IV, III, et II (radio spectrographe d'ARTEMIS) (Caroubalos et al. 2004).

Différents mécanismes de chauffage ont été proposé qui impliquent principalement la reconnexion magnétique ou les ondes magnétiques (voir par exemple Narain & Ulmschneider (1990), Parnell & De Moortel (2012)). Cependant, et afin de faire le lien avec la partie précédente de cette thèse, nous allons nous interesser à l'effet des ondes magnétiques et en particulier les ondes de type Alfvén dans le processus d'accélération.

Les faibles densités de l'atmosphère solaire font de la radioastronomie un outil observationnel de choix pour diagnostiquer les électrons suprathermiques. Ces émissions radio liées aux régions actives sont connues depuis le début de la radioastronomie solaire par les orages de bruit.

1.2 Les orages de bruit

Les orages de bruit sont des émissions radio qui proviennent de la couronne solaire. Les sursauts de Type IV constituent la partie la plus imposante des orages de bruit. Le reste étant de Type III. Le spectre des Type IV est constitué d'une large bande d'émission continue avec des longueurs d'onde du décimètre jusqu'au mètre (Figure 1.2). Les sursauts et le continuum ont une intensité de température qui dépasse de loin celle des électrons de la couronne (jusqu'à 5×10^{10}K) et une onde presque 100% polarisée.

Ces derniers persistent durant un temps qui peut aller de quelques dizaines de minutes jusqu'à plusieurs jours et ils ne sont pas liés nécessairement aux éruptions solaires. Les émissions les plus fréquentes proviennent de la population d'électrons confinée et accélérée dans les boucles coronales à grande échelle (Bentley et al. 2000). Souvent, ces structures coronales peuvent se détacher à cause de reconnexion magnétique pour former des îlots de plasmas qui contiennent la population des particules énergétiques. Pour le moment, ce n'est pas encore clair comment et où sont formés ces structures en mouvement qui sont des sources d'ondes radio (Klein 1995). Pour information, il existe aussi des émissions radio solaires de Type I et II, mais elles sont rarement liées aux orages de bruit. Les sursauts de Type I ont une fréquence étroite ($\leq$ 10 MHz). Les sursauts de Type II sont liés à des ondes de chocs causées par des électrons très énergétiques qui sont accélérés dans des larges structrures coronaux. Des éruptions solaires de différentes énergies peuvent donner naissance aux sursauts de Type II. Des faisceaux d'électrons qui se déplacent le long de tubes magnétiques ouverts peuvent déclencher des sursauts de Type III. Les sources des sursauts de Type I et III sont en général proches l'un de l'autre. Des

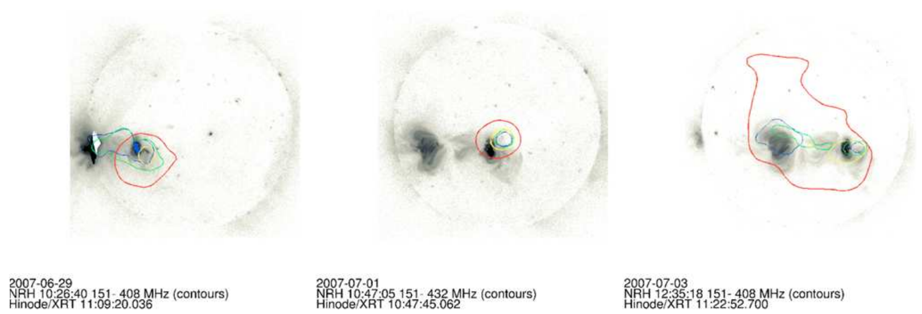


Figure 1.3: Images ngatives en rayon X du disque solaire prisent par la sonde spatiale Hinode XRT. Les contours superposés sont des émissions d'orages de bruit (Bleu=408 MHz, Vert=327 MHz, Jaune=237 MHz) (Del Zanna et al. 2011).

modèles proposent que les sursauts de Type I et III sont causés par les mêmes faisceaux d'électrons (Klein 1995). Les ondes décamétriques sont toujours accompagnées par des orages de bruit de Type III qui sont constitués de plusieurs sursauts par minute, et qui peuvent durer plusieurs jours. Les évènements de type impulsions d'électrons de basse énergie ($\leq$ 10 keV) dans le milieu interplanétaire sont associés en général aux orages de Type III dont les longueurs d'onde sont de l'ordre du décamètre et plus (Figure 1.3).

1.3 Relation orages de bruit - accélération des électrons

Les mécanismes derrière l'émission des orages de bruit restent encore mal compris. C'est un processus collectif d'émission d'ondes électromagnétiques autour de la fréquence électronique locale du plasma, par des électrons suprathermiques (plusieurs keV). C'est le processus le plus souvent invoqué. Comme on l'a vu, la bande de fréquence de ces ondes est très large, cela signifie que les émissions ont lieu sur une gamme de densités très étendue. Dans l'hypothèse où le plasma est quasi-uniforme ou ne présente que de faibles variations locales de densité, cela implique que les émissions aient lieu sur une gamme d'altitude très large, de l'ordre de 0,2 rayons solaires. Il est difficile d'expliquer comment ce processus d'émissions radio pourrait garder sa cohérence sur des distances aussi grandes. Il a été suggéré que la largeur de la gamme de fréquences serait effectivement due à une variation de densité du plasma, mais localisée sur des altitudes restreintes.

Raulin et al. (1991), Raulin & Klein (1994) ont estimé l'énergie que contient une population d'électrons suprathermiques piégés dans des structures coronales avec des densités entre 3×10^{15} et 3×10^{14} m^{-3} comme l'indique le spectre d'émission radio du continuum. Seulement les électrons qui ont au moins 10 keV peuvent survivre aux collisions coulombiennes en traversant les deux niveaux de densité. La durée de vie collisionelle de tels électrons est d'environ 30 secondes. La durée de vie des électrons accélérés par les éruptions solaires est aussi brève. Cependant, la durée de vie des électrons accélérés pendant l'orage de bruit dans la couronne est plus longue que celle des électrons qui subissent des collisions ou qui sont piégés dans d'éventuelles structures. L'accélération des particules à des énergies suprathermiques est un indicateur plus que plausible d'un plasma en dehors de l'équilibre thermodynamique.

Pour confiner du plasma contenant des densités électroniques de l'ordre de 10^{15} m^{-3} à des températures coronales, une comparaison entre les pressions magnétiques et cinétiques montre que le champ magnétique doit être supérieur à 3 Gauss (Raulin et al. 1991, Raulin & Klein 1994).

Dans la couronne solaire, la valeur de la fréquence plasma électronique ω_{pe} est bien supérieure à la valeur de la fréquence cyclotronique de l'électron ω_{ce} au niveau des altitudes où sont émis les orages de bruit. On peut écrire le rapport des deux fréquences comme

$$\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \approx 3.2\ 10^{-10} \frac{n_e^{1/2}}{B} \tag{1.1}$$

où la densité électronique n_e est en m^{-3} et la valeur du champ magnétique B en teslas. L'intensité du champ magnétique dans la couronne est en général peu connue. Cependant, les mesures ou estimations existantes de B montrent qu'il reste inférieur à 10 Gauss à l'altitude correspendante à la fréquence plasma de 160 MHz.

Ce rapport vaut environ 6 pour un milieu de densité $n_e = 3 \times 10^{14}$ m^{-3} et de fréquence plasma électronique de 160 MHz, avec un champ magnétique de 10 Gauss. Ces densités ont été mesurées dans les sources d'orages observées à 160 MHz. Cela confirme que la fréquence d'émission des orages de bruit est proche de la fréquence plasma électronique locale (Raulin et al. 1991, Raulin & Klein 1994).

Grâce au radiohéliographe de Nançay, il est possible de localiser la source des orages de bruit dans le système complexe des arches coronales en expansion. Ces structures sont déstabilisées par d'éventuelles protubérances, érruptions, ou par des perturbations dans les couches internes. Lorsque l'orage de bruit se déclenche, les observations en lumière visible ont montré qu'il n'y a pas de changement dans la structure de la couronne (Duncan 1983), par contre, l'énergie doit être fournie en continue pour maintenir l'émission des ondes radio. Une explication possible est que ce processus est localisé à une échelle spatiale très petite par rapport à la taille de la source des émissions radio des orages de bruit (Klein 1995).

Dans notre travail, nous allons nous intéresser à un mécanisme qui est différent de celui du piégeage par un gradient du champ magnétique parallèle à sa direction. C'est un mécanisme qui va se passer à une échelle spatiale très petite: des champs électriques parallèles au champ magnétique impliquant des différences de potentiel le long des lignes de force du champ magnétique peuvent accélérer efficacement les électrons. L'apparition de ces champs électriques parallèles sont souvent associés à des régions de déplétion de densité, c'est à dire des cavités de plasma. Des champs électriques ont été observés dans la magnétosphère terrestre et sont envisagés pour accélérer les électrons responsables des arcs auroraux (Louarn et al. 1990). Dans la couronne solaire, on ne dispose actuellement d'aucun diagnostic observationnel de champs électriques, mais des observations multi-fréquences d'un orage de bruit avec le radiohéliographe de Nançay ont montré que les régions coronales où sont émis les orages de bruit présentent de très forts contrastes de densité (Raulin et al. 1991, Raulin & Klein 1994). Des cavités de densité de très faible largeur (quelques km) ont été observées dans la zone aurorale par des sondes spatiales comme *VIKING*, *FREJA* et *FAST*, à des altitudes entre 2000 et 12.000 km. Ces cavités sont liées systématiquement à la présence de jet d'électrons et des champs électrostatiques très importants (Hilgers et al. 1992, Louarn et al. 1994, Carlson et al. 1998). Dans

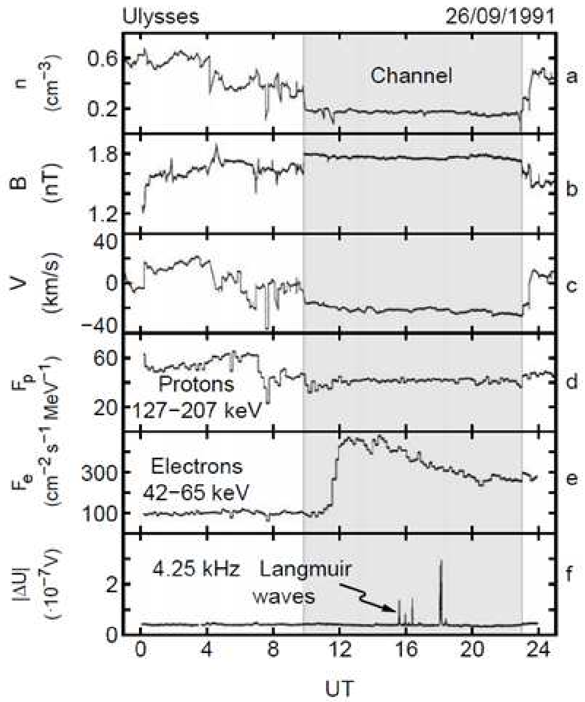


Figure 1.4: Un long canal où la densité diminue observé dans le milieu interplanétaire par la sonde spatiale ULYSSE (Buttighoffer 1998).

la couronne solaire, des cavités similaires ont été observées par la sonde spatiale *ULYSSE*. A travers ces observations. Buttighoffer et al. (1995) et Buttighoffer (1998) ont mentionné l'existence d'un long canal où la densité décroît, et qui s'étend de 1 UA jusqu'à 5 UA du Soleil (Figure 1.4).

Des indications observationnelles ont montré que le déclenchement des orages de bruit peut être lié à des structurations lentes du champ magnétique, sur des échelles de temps supérieures au jour et causées par l'émergence de nouveaux flux magnétiques photosphériques (Raulin et al. 1991, Raulin & Klein 1994). Cette évolution du champ magnétique se traduit par l'augmentation du flux magnétique et la formation de grandes boucles coronales sièges d'intenses perturbations magnétiques et surtout d'ondes d'Alfvén qui peuvent être liées aux déclenchements des émissions d'orages de bruit. Or, il a été montré, dans le cadre de la formation des aurores boréales de la Terre, que des ondes d'Alfvén se propageant le long d'un plasma de densité très variable sont effectivement capables d'accélérer des électrons à quelques keV (Génot et al. 1999, 2000, 2004). Des observations montrent également que la région d'accélération des électrons dans la couronne est connéctée à des lignes de champ magnétique ouvertes qui peuvent atteindre des hautes altitudes dans la couronne et même le milieu interplanétaire (Del Zanna et al. 2011).

Des faisceaux d'électrons qui traversent la couronne peuvent créer une instabilité de type faisceau-plasma. Cette dernière donne naissance à des ondes de Langmuir autour de la fréquence plasma électronique. Ces ondes peuvent se convertir à leur tour à des ondes électromagnétiques dont la fréquence sera autour de la fréquence plasma électronique ou ses harmoniques (Del Zanna et al. 2011).

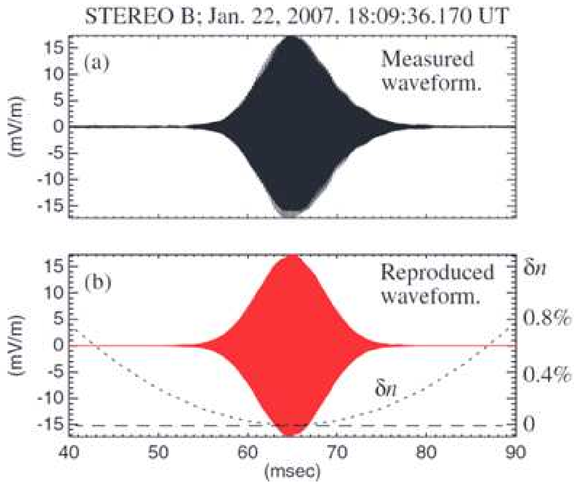


Figure 1.5: Des ondes de Langmuir localisées au niveau d'une cavité dans le milieu interplanétaire (STEREO B) (Ergun et al. 2008).

Par ailleurs, l'instrument TDS (Time Domain Sampler), embarqué sur les sondes *STEREO* qui orbitent dans le vent solaire, a révélé que les ondes de Langmuir se présentaient sous la forme de paquets d'ondes très localisés spatialement. Cette localisation spatiale est due à la présence de variations de densité dans le milieu interplanétaire (Ergun et al. 2008). Ces cavités de densité pouraient être à l'origine des ondes de Langmuir qui sont piégées à l'intérieur (Figure 1.5).

Dans le travail de Buttighoffer et al. (1995), Buttighoffer (1998), les auteurs expliquent l'origine des émissions radio de type III par l'excitation des ondes de Langmuir, émises dans la cavité de densité par l'interaction avec les faisceaux d'électrons qui proviennent des éruptions solaires. Cet échange d'énergie entre les ondes de Langmuir et les électrons est assuré fondamentalement par la cavité.

Dans un article récent, Tsiklauri (2011) explique l'accélération des particules issues des éruptions solaires dans la couronne par les ondes d'Alfvén cinétiques et inertielles, en présence d'un plasma inhomogène qui simule les boucles magnétiques. L'auteur explique également l'origine des émissions de rayonnement X dans l'atmosphère solaire par ce mécanisme.

Malgré ces avancés théoriques et obsevationelles, il y a un manque flagrant d'observations des échelles des différents mécanismes de réchauffement et d'accélération. Les instruments actuels ne peuvent pas résoudre ces échelles spatiales. La discrimination entre les différents mécanismes ainsi que leur étendue atmosphérique reste très spéculatives. La modélisation numérique des processus d'accélération est plus que nécessaire.

Notre travail se divise en deux parties:

1- Nous cherchons à savoir si le processus d'accélération des électrons dans la couronne solaire peut être causé par l'interaction des ondes d'Alfvén avec un plasma où règne un champ magnétique parallèle uniforme, en présence d'une cavité dont la densité varie dans la direction transversale au champ magnétique.

2- Dans le cas où l'accélération des électrons aura lieu, nous allons chercher d'éventuelles interactions ou instabilités au niveau de la cavité qui peuvent être des amortisseurs (ou précursseurs) possible des orages de bruit.

Pour effectuer cette tache, nous allons utiliser un code de simulation numérique de type "particle in cell" (PIC). Ce code a été validé et a été employé pour l'étude du cas de la magnétosphère terrestre. Une des premières taches donc consiste à adapter les paramètres des simulations pour le cas des orages de bruit dans la couronne solaire.

Dans le chapitre 2, on va introduire les équations de base des ondes d'Alfvén pures ainsi que leur caractéristiques fondamentales. On va dériver les équations des ondes d'Alfvén cinétiques et inertielles dans les deux régimes du plasma β, notamment en présence d'une cavité de densité. Les différents régimes possibles qui peuvent exister dans la couronne solaire seront discutés.

Dans le chapitre 3 on va introduire les équations à résoudre dans un code de type PIC. On va présenter le code de simulation qu'on a utilisé ainsi que les modules qui le constituent. Enfin, dans le chapitre 4, on va exposer les différentes simulations qu'on a réalisé, les résultats et les discussions. On va terminer avec la conclusion générale dans le chapitre 5.

2 Les ondes d'Alfvén

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que la région où sont émis les orages de bruit serait parcourue d'une manière quasi-continue par des ondes d'Alfvén qui résultent des fortes perturbations des champs magnétiques intenses qui existent dans ce milieu. Le code que nous allons utiliser dispose d'un sous-programme pour initialiser la propagation d'une onde d'Alfvén.

Dans ce chapitre, on va dériver les équations basiques pour les ondes d'Alfvén ordinaires et cinétiques, et on va étudier leurs caractéristiques.

On cosidère un plasma uniforme en équilibre, traversé par un champ magnétique statique $\boldsymbol{B}_0$ dans la direction $\boldsymbol{z}$ ($\theta = 0$). L'étude de la propagation de petites perturbations linéaires dans ce milieu en utilisant la MHD idéale conduit aux six équations différentielles (Cramer 2001, chap. 2)

$$\rho_0 \frac{\partial \xi_{1z}}{\partial t} - B_0 \frac{\partial J_{1z}}{\partial z} = 0, \tag{2.1}$$

$$\mu_0 \frac{\partial J_{1z}}{\partial t} - B_0 \frac{\partial \xi_{1z}}{\partial z} = 0, \tag{2.2}$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot v_1 + \frac{B_0}{\mu_0} \nabla^2 B_{1z} + c_s^2 \nabla^2 \rho_1 = 0, \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial B_{1z}}{\partial t} + B_0 \left(\nabla \cdot v_1 - \frac{\partial v_{1z}}{\partial z} \right) = 0, \tag{2.4}$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} + c_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial z} = 0, \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot v_1 = 0, \tag{2.6}$$

avec les variables caractéristiques suivantes : $\nabla \cdot v_1,\ v_{1z},\ B_{1z},\ J_{1z},\ \rho_1,\ \xi_{1z} = (\nabla \times v_1)_z$. L'indice 0 indique l'état d'équilibre, et l'indice 1 indique la perturbation de 1er ordre qui est associée au mouvement de l'onde. On peut observer que les équations 2.3-2.6 avec les variables $\nabla \cdot v_1,\ v_{1z},\ B_{1z},\ \rho_1$ se découplent des équations 2.1 et 2.2 avec les variables $J_{1z},\ \xi_{1z}$. On peut remarquer aussi que les dérivées spatiales dans les équations 2.1 et 2.2 sont dans la direction du champ magnétique uniforme.

Les équations 2.3-2.6 donnent naissance à deux modes d'oscillation compressives appelés modes magnétoacoustiques (rapide ou lent) avec la relation de dispersion

$$\omega^4 - \omega^2 (V_A^2 + c_s^2) k^2 + V_A^2 c_s^2 k^2 k_\parallel^2 = 0 \tag{2.7}$$

où c_s est la vitesse acoustique, et V_A est la vitesse d'Alfvén définie par

$$V_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 (n_e m_e + n_i m_i)}}. \tag{2.8}$$

Ce mode est non dispersif et anisotrope (la vitesse de phase est indépendante du vecteur d'onde k et dépend de l'angle de propagation θ). Ce mode comprime le plasma (la densité) ainsi que les lignes du champ magnétique.

Les équations 2.1 et 2.2 décrivent un autre mode d'oscillation de basse fréquence qui nous interesse le plus dans notre étude qui est le mode d'Alfvén, avec l'équation de dispersion

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 V_A^2. \tag{2.9}$$

Si l'onde est purement le mode d'Alfvén, on peut supposer que les variables caractéristiques associées au mode magnétoacoustique sont égales à zero. Commençons par écrire $v_{1z} = 0$ et $\nabla \cdot v_1 = ik_x v_{1x} = 0$ (Le vecteur d'onde k est dans le plan $x - z$: $k_y = 0$), donc $v_1 = v_{1y} = V_A$, ce qui veut dire que la perturbation de vitesse dans le mode d'Alfvén est uniquement dans la direction $\boldsymbol{y}$. Nous avons aussi $B_{1z} = 0$ et l'équation $\nabla \cdot \boldsymbol{B}_1 = 0$, ce qui donne $B_{1x} = 0$. Le mode d'Alfvén ne possède qu'une perturbation magnétique dans la direction $\boldsymbol{y}$.

L'utilisation de la loi d'Ohm $\boldsymbol{E}_1 = -v_1 \times \boldsymbol{B}_0$ (la résistivité électrique $\eta = 0$) nous conduit à un résulat très important et crucial dans notre étude: la perturbation du champ électrique dans le mode d'Alfvén est uniquement dans la direction $\boldsymbol{x}$ qui est perpendiculaire à la direction du champ magnétique uniforme. Par conséquent, ce mode ne possède pas une composante parallèle du champ électrique et ne peut accélérer les particules dans cette direction.

Vu que $\nabla \cdot v_1 = 0$, ce mode est incompressible, c'est à dire qu'il se propage sans comprimer le plasma. La perturbation magnétique est dans la direction perpendiculaire au champ magnétique uniforme, on peut écrire au 1er ordre $\boldsymbol{B}_1 \cdot \boldsymbol{B}_0 = 0$ et donc $B^2 \sim B_0^2 + 2\boldsymbol{B}_1 \cdot \boldsymbol{B}_0 = B_0^2$, par conséquent, ce mode se propage sans comprimer le champ magnétique, son module reste uniforme. La relation de dispersion du mode Alfvén est indépendante du vecteur d'onde perpendiculaire, et donc l'onde ne peut pas se propager dans la direction perpendiculaire au champ magnétique. L'énergie de l'onde est transportée dans la même direction du champ magnétique avec une vitesse de groupe constante ($V_g = V_A$).

Remarque

Dans le cas de la propagation parallèle ($\sin\theta = 0$), et pour ($V_A \gg c_s$), le mode magnétoacoustique rapide perd son caractère compressif et redevient le mode d'Alfvén avec une vitesse de phase qui est égale à la vitesse d'Alfvén, et une perturbation magnétique perpendiculaire à la direction du champ uniforme. Le mode lent dans ce cas est un mode purement acoustique avec une vitesse de phase acoustique c_s.

2.2 Les ondes dans un plasma froid: le formalisme de deux fluides

Les équations du plasma froid décrivent la propagation d'ondes et de perturbations dont la vitesse est supérieure à la vitesse thermique dans le milieu

$$v_{pert} \gg v_T = (2k_B T/m)^{1/2}. \tag{2.10}$$

Dans un plasma froid, on considère que toutes les espèces de particules se déplacent à la même vitesse, ce qui conduit à traiter les électrons et les ions séparément comme des fluides gouvernés par les mêmes équations à travers le champ électromagnétique self-consitent. Ceci est la définition du formalisme de deux fluides.

Commençons par écrire les perturbations $n = n_0 + n_1$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_1$. En les remplaçant dans les équations de continuité, du mouvement ainsi que celles de Maxwell, et après linéarisation on obtient

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0 \boldsymbol{v}_1) = 0, \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial t} = \frac{e}{m}(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{B}_0), \tag{2.12}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -\frac{\partial \boldsymbol{B}_1}{\partial t}, \tag{2.13}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B}_1 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} = \mu_0 \boldsymbol{J}_1 = \mu_0 \sum e n_0 \boldsymbol{v}_1, \tag{2.14}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}_1 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum e n_1, \tag{2.15}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}_1 = 0. \tag{2.16}$$

En combinant les deux équations 2.13 et 2.14, on obtient

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_1}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}_1}{\partial t}. \tag{2.17}$$

On normalise le vecteur d'onde en posant $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{n}\omega}{c}$ ($\boldsymbol{n}$ est le vecteur indice de réfraction). En utilisant la transformée de Fourier de l'équation 2.17, on a aussi $\boldsymbol{J}_1 = \boldsymbol{\sigma} \otimes \boldsymbol{E}_1$ où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur de conductivité, on obtient ainsi pour l'équation 2.17

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}_1) = -\boldsymbol{E}_1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega}\boldsymbol{\sigma} \otimes \boldsymbol{E}_1 = -\boldsymbol{K} \otimes \boldsymbol{E}_1. \tag{2.18}$$

On a introduit le tenseur diélectrique $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{1} - \boldsymbol{\sigma}/(i\omega\epsilon_0)$. On suppose un champ magnétique uniforme dans la direction $\boldsymbol{z}$: $\boldsymbol{B}_0 = (0, 0, B_0)$. L'équation linéarisée du mouvement s'écrit comme

$$m\frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial t} = e(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{B}_0), \tag{2.19}$$

ou encore suivant les 3 composantes de l'espace et en utilisant la transformée de Fourier temporelle

$$\begin{aligned} -i\omega m v_x &= e(E_x + v_x B_0) \\ -i\omega m v_y &= e(E_y + v_y B_0) \\ -i\omega m v_z &= eE_z. \end{aligned} \tag{2.20}$$

En notation matricielle on peut écrire l'équation 2.20 comme

$$\begin{pmatrix} -i\omega & -\omega_c & 0 \\ \omega_c & -i\omega & 0 \\ 0 & 0 & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{e}{m} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

où $\omega_c = eB_0/m$ est la fréquence de gyration de la particule.

On obtient la matrice vitesse en inversant la matrice 3×3 précédente. Le vecteur densité de courant est obtenu à partir de l'expression $\boldsymbol{J} = n_0 e\boldsymbol{v}$. On obtient finalement

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \frac{n_0 e^2}{m} \begin{pmatrix} \frac{-i\omega}{\omega_c^2-\omega^2} & \frac{\omega_c}{\omega_c^2-\omega^2} & 0 \\ -\frac{\omega_c}{\omega_c^2-\omega^2} & \frac{-i\omega}{\omega_c^2-\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

d'où l'expression de $\boldsymbol{\sigma}$ et le tenseur diélectrique $\boldsymbol{K}$ qu'on peut écrire comme

$$\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

avec

$$S = 1 - \sum_s -\frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2 - \omega_{cs}^2}, \tag{2.24}$$

$$D = \sum_s \frac{\omega_{cs}\omega_{ps}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}, \tag{2.25}$$

$$P = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}}{\omega^2}. \tag{2.26}$$

L'indice s dans la sommation indique la nature des particules électrons ou ions. Les termes S et D peuvent être décomposés en une somme et une différence de termes R et L tels que $S = \frac{1}{2}(R + L)$ et $D = \frac{1}{2}(R - L)$ avec

$$R = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega + \omega_{cs})}, \tag{2.27}$$

$$L = \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega - \omega_{cs})}. \tag{2.28}$$

En rassemblant les termes $\boldsymbol{E}_1$ dans l'équation 2.18, et en posant que le vecteur $\boldsymbol{n}$ ($\parallel \boldsymbol{k}$) est dans le plan $x - z$ et forme un angle θ par rapport au champ magnétique $\boldsymbol{B}_0$: $\boldsymbol{n} = (n\sin\theta, 0, n\cos\theta)$, on retrouve le système linéaire

$$\begin{pmatrix} S - n^2\cos^2\theta & -iD & n^2\sin\theta\cos\theta \\ iD & S - n^2 & 0 \\ n^2\sin\theta\cos\theta & 0 & P - n^2\sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0. \tag{2.29}$$

Ce système admet des solutions non triviales si le déterminant de la matrice 3×3 égale à zero.
Cette relation peut être écrite comme

$$\tan^2\theta = -\frac{P(n^2 - R)(n^2 - L)}{(S n^2 - RL)(n^2 - P)}. \tag{2.30}$$

Pour une propagation parallèle au champ magnétique $\boldsymbol{B}_0$ ($\theta = 0$), cette relation se réduit à

$$P = 0 \tag{2.31}$$

ou

$$n^2 = R \tag{2.32}$$

ou

$$n^2 = L. \tag{2.33}$$

2.2.1 Polarisation de l'onde

Une onde circulaire polarisée droite qui se propage le long de l'axe $\boldsymbol{z}$ s'écrit

$$E_x(z) = A\cos(k_z z), \tag{2.34}$$

$$E_y(z) = -A\sin(k_z z). \tag{2.35}$$

En terme d'amplitudes complexes, le rapport des deux champs électriques donne

$$i\frac{E_x}{E_y} = 1. \tag{2.36}$$

Pour une onde circulaire polarisée gauche,

$$i\frac{E_x}{E_y} = -1. \tag{2.37}$$

De la ligne centrale de l'équation 2.29

$$i\frac{E_x}{E_y} = \frac{n^2 - S}{D} = \frac{2n^2 - (R + L)}{R - L}. \tag{2.38}$$

Dans le cas de la propagation parallèle, nous avons obtenu la relation de dispersion $n^2 = R$. En remplaçant cette dernière dans l'équation 2.38, on obtient $iE_x/E_y = 1$. D'une manière similaire pour la solution $n^2 = L$, on obtient $iE_x/E_y = -1$. En conclusion, l'équation 2.32 est associée à un mode de polarisation droite R (Right) et l'équation 2.33 est associée à un mode de polarisation gauche L (Left).

La solution $P = 0$ correspond au mode longitudinal électrostatique ($\omega = \omega_p$) obtenu également pour le cas d'un plasma non magnétique. Les particules oscillent localement ($v_g = 0$) le long du champ magnétique sans subir l'influence de ce dernier ($\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = 0$).

Lorsque $n^2 = L$ ou $n^2 = R$, et pour une propagation parallèle (θ=0), la troisième ligne du système linéaire 2.29 conduit à l'équation

$$P\, E_z = 0. \tag{2.39}$$

L'existence du mode électrostatique longitudinal $P = 0$ implique la possibilité d'existence d'un champ électrique parallèle E_z non nul.

2.3 Equations des ondes d'Alfvén cinétiques et inertielles

Comme nous l'avons signalé dans la section 2.1, les ondes d'Alfvén ordinaires ne possèdent pas de composantes de champ électrique parallèle (au champ magnétique ambiant) qui permettent l'accélération des particules, ce qui nous amène à nous intéresser aux ondes d'Alfvén dites "cinétiques" et " inertielles". Ces deux modes possèdent un champ électrique parallèle significatif, avec la conséquence qu'ils peuvent interagir efficacement avec les électrons et les ions. Ces modes peuvent alors jouer un role dans l'accélération des particules dans la zone aurorale, et également dans la couronne solaire. On peut attribuer la formation de ces modes au couplage entre le mode magnétoacoustique et le mode d'Alfvén pur lorsque ces derniers rencontrent un vecteur d'onde perpendiculaire très grand. Ces modes auront une relation de dispersion différente par rapport à celle d'Alfvén ordinaire si la longueur d'onde perpendiculaire au champ magnétique uniforme est très petite, ou si le vecteur d'onde est pratiquement perpendiculaire au champ magnétique. Donc ce sont des ondes d'Alfvén qui sont associées à de petites échelles spatiales. Ces modes sont classés selon le régime de plasma considéré, c'est à dire selon la valeur de β qui est le rapport pression cinétique sur la pression magnétique $\beta = 2\mu_0 nkT/B^2 = V_T^2/V_A^2$.

Le mode est dit "cinétique"(Kinetic Alfvén wave KAW) si le milieu est un plasma chaud.

Le mode est dit "inertiel"(Inertiel Alfvén wave IAW) si le milieu est un plasma froid.

Afin d'étudier les proprietés des modes KAW et IAW, on peut utiliser la théorie fluide, la théorie cinétique, et la théorie de "deux-potentiels" qu'on utilisera ci-dessous. Une version de cette théorie utilise des équations fluides simplifiées (Goertz 1984).

On perturbe un plasma par des petites perturbations, de basse fréquence, magnétiquement incompressibles. Commençons par écrire la loi de Faraday

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \frac{-\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{2.40}$$

et la loi d'Ampère

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J}. \tag{2.41}$$

Dans la loi d'Ampère, on a négligé le courant de déplacement devant le courant de matière.

On exprime le champ électrique sous la forme: $E_\perp = E_x = -\partial_x \phi$ et $E_\parallel = E_z = -\partial_z \psi$ où ϕ est le potentiel électrique perpendiculaire, et ψ est le potentiel électrique parallèle.

On considère un champ magnétique uniforme $\boldsymbol{B}_0$ dans la direction parallèle $\boldsymbol{z}$ avec $B_x = 0$.

De l'équation 2.40 on a $\partial_t B_y = \partial_x \partial_z(\phi - \psi)$. En dérivant l'équation 2.41 par rapport au temps, puis en remplaçant l'expression de $\partial_t B_y$ trouvée précédement, on trouve $\partial_z \partial_x^2(\phi - \psi) = \mu_0 \partial_t J_z$.

On peut généraliser ce résultat en écrivant

$$\boldsymbol{E}_\perp = (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}_0) = -\nabla_\perp \phi, \tag{2.42}$$

$$\boldsymbol{E}_\parallel = (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B}_0) = -\nabla_\parallel \psi, \tag{2.43}$$

avec la relation obtenue

$$\nabla_\parallel \nabla_\perp^2 (\phi - \psi) = \mu_0 \partial_t J_\parallel. \tag{2.44}$$

La dynamique des ions et des électrons sera décrite par les deux relations : l'équation de la dynamique pour les particules en déplacement parallèle et la composante perpendiculaire de la vitesse, pour cela, on va introduire la notion du mouvement du centre guide des particules, on exprime le mouvement des particules chargées dans un repère local où l'un des axes est parallèle au champ magnétique. Cette approche plus claire par rapport au traitement linéarisé classique du mouvement des particules utilisé dans la section précédente (équation 2.19), permet de mieux séparer les effets de variations temporelles et spatiales des champs, et aussi conduit à l'apparition de termes très importants comme celui de la dérive de polarisation. Nous allons voir que cet effet du mouvement permet la création d'un champ électrique parallèle non nul.

La composante parallèle de la vitesse est donnée par

$$\frac{d\boldsymbol{v}_\parallel}{dt} = \boldsymbol{v}_\parallel \nabla \boldsymbol{v}_\parallel + \frac{\partial \boldsymbol{v}_\parallel}{\partial t} = \frac{e}{m} \boldsymbol{E}_\parallel, \tag{2.45}$$

et la composante perpendiculaire

$$\boldsymbol{v}_\perp = \frac{\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}}{\boldsymbol{B}^2} + \boldsymbol{v}_\perp^d \tag{2.46}$$

où $\boldsymbol{v}_\perp$ est la vitesse de dérive perpendiculaire $\boldsymbol{v}_\perp^d = \frac{m}{qB^2} d\boldsymbol{E}/dt$.

Du moment où $m_e \ll m_i$, l'équation 2.45 donne des vitesses plus grandes aux électrons, et l'équation 2.46 donne des vitesses plus grandes aux ions, ce qui nous conduit à considérer pour ce qui suit que le mouvement des électrons se fait principalement dans la direction parallèle au champ magnétique uniforme, et le mouvement des ions se fait plutôt dans le sens perpendiculaire au champ. Cette constatation est très importante pour l'interprétation des résulats de nos simulations.

En exprimant B^2 en fonction de la vitesse d'Alfvén $V_A^2 = B^2/\mu_0 N m_i$ dans l'équation 2.46, on a

$$\boldsymbol{v}_\perp = \frac{\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}}{\boldsymbol{B}^2} + \frac{1}{N\mu_0 q} \frac{1}{V_A^2} \frac{d\boldsymbol{E}_\perp}{dt}. \tag{2.47}$$

L'équation de continuité pour les ions est

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \boldsymbol{v}_i) = 0. \tag{2.48}$$

On perturbe le système en écrivant $n_i = N + n_i(t)$, $\boldsymbol{v}_i = v_i(t)$, $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(t)$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(t) + \boldsymbol{B}_0$. En rempaçant dans l'équation de continuité et après linéarisation, on trouve

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(N \boldsymbol{v}_i) = 0. \tag{2.49}$$

En dérivant l'équation 2.49 par rapport au temps, et en décomposant les termes $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_{i\|} + \boldsymbol{v}_{i\perp}$ ainsi que $\nabla = \nabla_\| + \nabla_\perp$

$$\frac{\partial^2 n_i}{\partial t^2} + \nabla_\| \left(N\frac{\partial \boldsymbol{v}_{i\|}}{\partial t} + N\frac{\partial \boldsymbol{v}_{i\perp}}{\partial t} \right) + \nabla_\perp \left(N\frac{\partial \boldsymbol{v}_{i\|}}{\partial t} + N\frac{\partial \boldsymbol{v}_{i\perp}}{\partial t} \right) = 0. \tag{2.50}$$

Avec l'anulation des termes croisés, ainsi que des termes d'ordre 2 après la linéarisation, on trouve l'équation de continuité linéarisée

$$\frac{\partial^2 n_i}{\partial t^2} + \nabla_\| \left(\frac{N q_i}{m_i} \boldsymbol{E}_\| \right) + \nabla_\perp \left(\frac{c^2}{V_A^2} \frac{\epsilon_0}{e} \frac{\partial^2 E_\perp}{\partial t^2} \right) = 0. \tag{2.51}$$

On suppose que la vitesse d'Alfvén varie lentement dans la direction perpendiculaire $\boldsymbol{x}$ mais pas dans la direction parallèle $\boldsymbol{z}(V_A = V_A(x))$. On écrit les potentiels perturbés sous la forme

$$\phi = \phi(x) \exp[i(k_z z + k_y y - \omega t)], \tag{2.52}$$

$$\psi = \psi(x) \exp[i(k_z z + k_y y - \omega t)]. \tag{2.53}$$

On remplace dans l'équation 2.51, avec $\partial_t^2 = -\omega^2$, $\nabla_\perp^2 = \partial_x^2 - k_y^2$, $\nabla_\|^2 = -k_z^2$. La fréquence plasma ionique ainsi que la vitesse de la lumière dans le vide sont données respectivement par les expressions $\omega_{pi} = Ne^2/m_i\epsilon_0$, $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$.

Ce qui nous donne la relation

$$\frac{en_i}{\epsilon_0} = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} k_z^2 \psi + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c^2}{V_A^2(x)} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] - \frac{c^2}{V_A^2} k_y^2 \phi. \tag{2.54}$$

Si la température finie des ions est prise en compte, l'expression du terme multiplicatif par $\partial\phi/\partial x$ sera modifiée, d'où une expression plus générale en utilisant l'équation de Vlasov (Hasegawa 1976)

$$\frac{en_i}{\epsilon_0} = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} k_z^2 \psi + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c^2}{V_A^2(x)} A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] - \frac{c^2}{V_A^2} k_y^2 \phi, \tag{2.55}$$

avec $A = 1 + \frac{3}{4} Rg_i^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, où $Rg_i = \frac{m_i v_i}{eB}$ est le rayon de gyration des ions.

De la même manière que précédemment, l'équation de continuité des électrons s'écrit

$$\frac{en_e}{\epsilon_0} = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} k_z^2 \psi - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c^2}{V_A^2(x)} A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{c^2}{V_A^2} k_y^2 \phi. \tag{2.56}$$

Pour un plasma froid où la pression cinétique est très inférieure à la pression magnétique ($\beta \ll m_e/m_i$), les électrons vont subir l'effet du champ électrique parallèle qui va les accélérer dans la direction $\mathbf{z}$. Dans ce cas, on va négliger le mouvement des électrons dans le sens perpendiculaire. Ceci se traduit par la négligence des termes en ϕ dans l'équation 2.56 devant le terme en ψ, d'où l'équation

$$\frac{en_e}{\epsilon_0} = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} k_z^2 \psi, \tag{2.57}$$

ce qui correspond aussi au cas $V_{Te} \ll V_A$ où V_{Te} est la vitesse thermique des électrons.

Pour un plasma chaud où $\beta \gg m_e/m_i$ avec $V_{Te} \gg V_A$, les électrons sont si rapides qu'ils voient le champ électrique comme staionnaire. Dans ce cas, le mouvement des électrons sera décrit par une maxwellienne: $n_e = n_{e0} \exp[e\psi/T_e] = n_{e0} \exp[e\psi/m_e V_{Te}^2]$. On perturbe ce système avec des perturbations de petites amplitudes, et en posant que $e\psi \ll m V_{Te}^2$, on a

$$n_{e0} + n_e = n_{e0}\left(1 + \frac{e\psi}{m_e V_{Te}^2}\right), \tag{2.58}$$

$$n_e = \frac{n_{e0} e\psi}{m_e V_{Te}}, \tag{2.59}$$

d'où

$$\frac{en_e}{\epsilon_0} = \frac{\omega_{pe}^2}{V_{Te}^2} \psi. \tag{2.60}$$

Le principe de neutralité des charges ($n_i = n_e$) nous permet de faire l'égalité entre l'équation 2.55 d'une part, et les deux équations 2.57 et 2.60 d'une autre part. On obtient ainsi l'expression du potentiel électrique ψ dans les deux cas, plasma chaud et plasma froid

$$\psi = h^{-1} \frac{d}{dx}\left[\frac{c^2}{v_A^2} A \frac{d\phi}{dx}\right] - \frac{c^2}{V_A^2} k_y^2 \phi, \tag{2.61}$$

avec

$$h = \begin{cases} \frac{\omega_{pe}^2}{V_{Te}^2} - \frac{k_z^2}{\omega^2}\omega_{pi}^2 \quad ; \quad \frac{m_e}{m_i} \ll \beta \ll 1 \\ \\ \left(\frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{\omega^2}\right) k_z^2 \quad ; \quad \beta \ll \frac{m_e}{m_i}. \end{cases} \tag{2.62}$$

L'équation de continuité des électrons linéarisée est donnée par

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla_\parallel (n_{e0} v_e) = 0. \tag{2.63}$$

En dérivant cette équation par rapport au temps puis en la multipliant par $-e$ on trouve

$$-e\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + \nabla_\parallel \frac{\partial}{\partial t}(-n_{e0} e v_e) = 0, \tag{2.64}$$

or on peut écrire la perturbation de la densité de courant parallèle comme $J_{\|} = -n_{e0}ev_e + Nev_{i\|}$ d'où $-n_{e0}ev_e = J_{\|} - Nev_{i\|}$.

On remplace cette expression dans l'équation 2.64, on trouve

$$e\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} = \nabla_{\|}\frac{\partial J_{\|}}{\partial t} - \nabla_{\|}\frac{\partial}{\partial t}(Nev_{i\|}). \tag{2.65}$$

De l'équation 2.44 on a $\partial_t J_{\|} = (\nabla_{\|}\nabla_{\perp}^2(\phi - \psi))/\mu_0$. En utilisant aussi l'équation 2.45 on a finalement

$$e\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0}\left[\nabla_{\|}^2\nabla_{\perp}^2(\phi - \psi) + \frac{\omega_{pi}^2}{c^2}\nabla_{\|}^2\psi\right]. \tag{2.66}$$

En utilisant le principe de la neutralité de la charge $n_e = n_i$, l'équation 2.66 devient

$$-e\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + \frac{1}{\mu_0}\left[\nabla_{\|}^2\nabla_{\perp}^2(\phi - \psi) + \frac{\omega_{pi}^2}{c^2}\nabla_{\|}^2\psi\right] = 0. \tag{2.67}$$

En utilisant toujours les opérateurs $\partial_t^2 = -\omega^2$, $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 - k_y^2$, $\nabla_{\|}^2 = -k_z^2$ ainsi que $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$, et aussi l'équation 2.55, et apres plusieurs étapes de calculs et de simplifications, on obtient l'équation

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2}A - 1\right)\frac{d\phi}{dx}\right] - \left(\frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} - 1\right)k_y^2\phi + \nabla_{\perp}^2\psi = 0. \tag{2.68}$$

En remplaçant l'expression de ψ en 2.61 dans l'équation 2.68, on obtient finalement l'équation génerale d'onde pour le potentiel ϕ (Goertz 1984)

$$\nabla_{\perp}\cdot[\epsilon\nabla_{\perp}\phi] + O_p\phi = 0 \tag{2.69}$$

où ϵ est une "constante dielectrique" donnée par

$$\epsilon(x) = \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2(x)} - 1. \tag{2.70}$$

O_p est un opérateur de dérivation en x de 4ème ordre agissant sur ϕ et qui est multiplié par une fonction qui dépend du rayon de gyration Rg_i des ions pour le cas $\beta \gg m_e/m_i$, ou dépend de la longueur inertielle de l'électron c/ω_p pour le cas $\beta \ll m_e/m_i$

$$O_p = \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\frac{\omega^2}{k_z^2}Rg_i^2\frac{d^3}{dx^3} + \frac{d^2}{dx^2}V_A^2\frac{T_e}{T_i}Rg_i^2\frac{d}{dx}\right)\frac{1}{V_A^2}\frac{d}{dx} & ; \ \beta \gg \frac{m_e}{m_i} \\ -\frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{\omega^2}{k_z^2}\frac{c^2}{\omega_p^2}\frac{d}{dx}\frac{1}{V_A^2}\frac{d}{dx}\right] & ; \ \beta \ll \frac{m_e}{m_i}. \end{cases} \tag{2.71}$$

Pour un plasma uniforme (la densité est constante) et donc $dV_A/dx = 0$, on peut écrire que $d/dx = ik_x$, on obtient ainsi la relation de dispersion des ondes d'Alfvén cinétiques (dans le cas $k_y \ll k_x$)

$$\omega^2 \approx k_z^2 V_A^2\left[1 + k_x^2 Rg_i^2\left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right)\right]; \qquad \frac{m_e}{m_i} \ll \beta \ll 1 \tag{2.72}$$

$$\omega^2 = k_z^2 V_A^2 \left[1 + \frac{k_x^2 c^2}{\omega_p^2}\right]^{-1}; \qquad \beta \ll \frac{m_e}{m_i}. \tag{2.73}$$

2.3.1 Le champ électrique parallèle

Dans le cas où $k_x = 0$, les deux équations 2.72 et 2.73 seront réduites à l'équation des ondes d'Alfvén ordinaires non dispersives $\omega^2 = k_z^2 V_A^2$. Dans le cas où $k_x \neq 0$, les effets cinétiques des ondes Alfvén apparaissent, les deux équations présentent une dispersion dans la direction perpendiculaire ($\boldsymbol{x}$). Si k_x est assez important, la dispersion est importante, et donc l'échelle perpendiculaire ($k_\perp^{-1}$) doit être de l'ordre du rayon de gyration des ions Rg_i pour les plasmas chauds, et de l'ordre de la longueur inertielle des électrons c/ω_{pe} pour les plasmas froids. Dans ce cas, le potentiel "parallèle" ψ sera proportionnel au vecteur d'onde k_x si on fait l'approximation de l'équation 2.61 (avec $k_y \ll k_x$)

$$|\psi| \approx \frac{1}{h}\frac{c^2}{V_A^2}\left|\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\right| = \frac{1}{h}\frac{c^2}{V_A^2}k_x^2|\phi|. \tag{2.74}$$

L'équation 2.74 indique clairement l'existence d'un champ électrique parallèle $\boldsymbol{E}_\parallel = \nabla_\parallel\psi$ proportionnel au vecteur d'onde perpendiculaire, mais on peut déduire les expressions du champ électrique parallèle et perpendiculaire pour les deux régimes du plasma. De l'équation 2.74, on a

$$\frac{E_\parallel}{E_\perp} = \frac{1}{h}\frac{c^2}{V_A^2}k_x k_z. \tag{2.75}$$

On remplace l'expression de h obtenue pour un plasma froid (équation 2.62) dans l'équation 2.75, et on remplace également l'expression de ω^2 obtenue dans la relation de dispersion 2.73, et en faisant l'approximation que $\omega_p = \omega_{pe} \gg \omega_{pi}$, on obtient

$$\frac{E_\parallel}{E_\perp} = -\frac{c^2 k_x k_z/\omega_p^2}{1 + c^2 k_x^2/\omega_p^2}. \tag{2.76}$$

De la même manière que précédemment, et sachant que $V_{Te} \gg V_A$ pour un plasma chaud, l'expression de h pour ce milieu s'écrit comme

$$h = \frac{-\omega_{pi}}{V_A^2\left[1 + k_x^2 Rg_i^2\left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right)\right]}, \tag{2.77}$$

d'où

$$\frac{E_\parallel}{E_\perp} = -\frac{c^2}{\omega_{pi}^2}k_x k_z\left[1 + k_x^2 Rg_i^2\left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right)\right], \tag{2.78}$$

or $c^2/\omega_{pi}^2 \sim 1/k_x^2$, et donc

$$\frac{E_\parallel}{E_\perp} \approx -\frac{k_z}{k_x}\left[1 + k_x^2 Rg_i^2\left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right)\right]. \tag{2.79}$$

Si la dispersion est prédominante, alors

$$\frac{E_\parallel}{E_\perp} = k_x k_z R g_i^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right) \tag{2.80}$$

d'où finalement (Goertz 1985)

$$\begin{aligned}\frac{E_\parallel}{E_\perp} &= -\frac{c^2 k_x k_z/\omega_p^2}{1 + c^2 k_x^2/\omega_p^2} \quad ; \quad \beta \ll \frac{m_e}{m_i} \\ &= k_x k_z R g_i^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{T_e}{T_i}\right) \quad ; \quad \frac{m_e}{m_i} \ll \beta \ll 1.\end{aligned} \tag{2.81}$$

L'existence d'un champ électrique parallèle peut être expliqué avec cet argument simple. Une onde d'Alfvén qui traverse un champ magnétique uniforme parallèle donne naissance à un courant de polarisation perpendiculaire $J_x \,\alpha\, \partial E_x/\partial t$. Pour un vecteur d'onde perpendiculaire fini k_x, la divergence de ce courant est également finie $k_x J_x \neq 0$. Cependant, pour les basses fréquences, la divergence du courant total est égale à zero, ce qui revient à écrire $k_z J_z = -k_x J_x$ (par définition $k_y = 0$). Un courant électrique aligné avec le champ magnétique ne peut être que des électrons qui se déplacent dans cette direction par rapport aux ions. Les électrons se déplacent ainsi grâce à un champ électrique parallèle causé par l'onde d'Alfvén cinétique. On a aussi $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = i(k_x E_x + k_z E_z) \neq 0$, ce qui implique que l'onde d'Alfvén cinétique transporte une densité de charge électrique.

L'article de Stéfant (1970) était parmi les premières réferences qui ont cité les effets d'un large vecteur d'onde sur le mode d'Alfvén dans un plasma chaud, il a mentionné que lorsque la longueur d'onde perpendiculaire sera de l'ordre du rayon de gyration des ions, les ions ne suivront plus les lignes du champ magnétique alors que les électrons restent attachés aux lignes du champ magnétique à cause de leur petit rayon de gyration. Ainsi, une séparation de charges se produit et un couplage entre le mode d'Alfvén et le mode électrostatique longitudinal qui donne naissance au mode d'Alfvén cinétique. Nous avons déjà mentionné dans la sous-section 2.2.1 que l'existence du mode longitudinal électrostatique implique l'existence possible d'un champ électrique parallèle.

Hasegawa & Chen (1975), Hasegawa (1976) ont utilisé ces modes pour expliquer les arcs auroraux. Un couplage entre l'onde d'Alfvén torsionnelle et une onde MHD de surface (qui apparait au niveau d'une discontinuité de densité) peut engendrer une onde d'Alfvén cinétique si la fréquence de l'onde d'Alfvén est égale à celle de l'onde de surface.

La séparation de charges peut se produit également dans un plasma froid si la longueur d'inertie électronique serait de l'ordre des échelles de distance perpendiculaires au champ magnétique, ce qui va produire les ondes d'Alfvén inertielles.

2.4 Equations de propagation des ondes d'Alfvén dans des cavités de densité

On considère dans cette partie un plasma froid, à savoir $\beta \ll m_e/m_i$. On suppose aussi que $E_y = 0$ et $\partial/\partial y = 0$. B_0 est le champ magnétique ambiant pour une altitude donnée.

On note $\alpha^2 = B_0/B_z$. Les équations qu'on va traiter sont les mêmes que celles utilisées par Goertz & Boswell (1979) sauf qu'on introduit dans ce cas une variation de densité dans le plan (x, z) et l'effet de la convergence des lignes du champ magnetique (Génot et al. 1999). Commençons par écrire la densité de courant ionique perpendiculaire causée par la vitesse de dérive $v_{i\perp}$

$$j_x = n_i e v_{i\perp} = \frac{n_i m_i}{B^2}\frac{\partial E_x}{\partial t}. \tag{2.82}$$

En utilisant l'expression de la vitesse de dérive ainsi que l'équation du mouvement des ions, on retrouve la 1ère équation du modèle

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{V_A^2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \alpha E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right), \tag{2.83}$$

où $V_A^2 = B^2/\mu_0 n_i m_i$ est la vitesse d'Alfvén qui dépend de x et z. La dérivée temporelle de l'équation de continuité pour les ions et les électrons nous donne respectivement

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial t^2} &= -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(n v_{ix}) \\ &= -\frac{n m_i}{\alpha e B^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial \ln n}{\partial x}E_x\right),\end{aligned} \tag{2.84}$$

$$\frac{\partial^2 \delta n_e}{\partial t^2} = -\frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2}{\partial z \partial t}(\alpha^2 n v_{ez}) = \frac{e}{\alpha^2 m_e}\frac{\partial \alpha^2 n E_z}{\partial z}, \tag{2.85}$$

où δn_i et δn_e sont des perturbations. On suppose au premier ordre que $n_e \approx n_i \approx n$. En calculant la dérivée seconde de la lois de Gauss et en l'injectant dans les deux équations 2.84 et 2.85, on retrouve la 2ème équation du modèle en tenant compte de l'approximation des fréquences basses ($\partial^2/\partial t^2 \ll \omega_{pe}^2$)

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} + E_z\frac{\partial \ln \alpha^2 n}{\partial z} = \frac{-c^2}{\alpha V_A^2 \omega_{pe}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial \ln n}{\partial x}E_x\right). \tag{2.86}$$

Cette équation s'adapte au cas où il existe des fluctuations de basse fréquence LF qui perturbent le plasma comme les ondes d'Alfvén. Vu qu'il y aura la naissance du champ électrique parallèle E_z, on va utiliser le système des deux équations 2.83 et 2.86. En combinant ces deux dernières équations, on obtient une équation aux dérivées partielles du 4ème ordre (Génot et al. 1999)

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{V_A^2}{\alpha}\frac{\partial^2 \alpha E_x}{\partial z^2} &= \frac{c^2}{\alpha^2 \omega_{pe}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial \ln n}{\partial x}\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \ln n}{\partial x^2}E_x\right) \\ &+ \frac{V_A^2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(E_z\frac{\partial \ln \alpha^2 n}{\partial z}\right).\end{aligned} \tag{2.87}$$

On voit bien que le membre gauche de cette équation décrit la propagation des ondes (la composante perpendiculaire E_x) le long des lignes du champ magnetique. Le membre de droite est le terme de dispersion.

Les deux composantes du champ électrique sont couplées à travers le dernier membre à droite de cette équation (terme de couplage). Dans le cas où le nombre de particules n ne varie par le long des lignes du champ dans la direction $\boldsymbol{z}$, alors le terme de couplage s'annule et on obtient une équation en E_x seulement. Pour l'étude des aurores polaires terrestres, des modèles globaux de la région d'accélération prennent en compte le gradient longitudinal $\partial \ln n/\partial z$ (z étant l'altitude). D'autres études centrées sur des processus à petite échelle négligent ce terme (Génot et al. 2000), alors elles prennent compte de l'existence de cavités de plasma très localisées où la densité varie le long de la direction transverse $\partial \ln n/\partial x \neq 0$.

Dans la présente étude, qui se fonde sur des processus à petite échelle par rapport aux dimensions de la couronne, on néglige aussi le terme $\partial \ln n/\partial z$, mais on suppose des cavités transverses créées par des processus de reconnexion, avec $\partial \ln n/\partial x \neq 0$. C'est de ce terme que l'on attend la création d'un champ électrique parallèle.

2.5 Valeur de β dans la couronne solaire: régime inertiel ou cinétique?

Nous avons vu que le terme d'onde d'Alfvén cinétique est valable lorsque les effets de température dans le milieu sont importants, c'est à dire β est assez grand. Le terme inertiel est valide pour les β faibles, c'est ce qui différentie les deux régimes.

Dans la couronne solaire, la pression thermique est très inférieure à la pression magnétique en général, ce qui donne un $\beta \ll 1$.

Mais la couronne est un milieu qui n'est pas aussi homogène que ça. Dans les régions où l'on attend l'émission d'orages de bruit, comme les régions de forte reconnexion magnétique (boucles magnétiques) ou les régions de fort gradient de densité, la température électronique peut atteindre $10^8 K$. Ceci démontre que localement dans la couronne, on peut trouver des régions où β est assez grand, ce qui correspond à un plasma chaud.

Dans notre simulation, on est contraint de limiter le rapport m_i/m_e à 100 à cause du coût numérique (pour limiter le temps de la simulation).

2.6 Conclusion

Une onde d'Alfvén est une perturbation transversale du champ magnétique. Elle se propage dans la direction du champ magnétique sans comprimer la matière. Ces ondes ne transportent pas de champ électrique parallèle, et donc elles ne peuvent pas accélérer les particules dans cette direction. Lorsque l'onde d'Alfvén est associée à de petites échelles perpendiculaires $k_\perp^{-1}$, elle devient plus intéressante car elle développe un champ électrique parallèle qui peut interagir avec des particules. On distingue deux cas :

- L'onde est appellée onde d'Alfvén inertielle lorsque le plasma est froid ($\beta \ll m_e/m_i$) et lorsque $k_\perp^{-1}$ est de l'ordre de la longueur d'inertie électronique (c/ω_{pe}).

- L'onde est appellée onde d'Alfvén cinétique lorsque le plasma est chaud ($m_e/m_i \ll \beta \ll 1$) et lorsque $k_\perp^{-1}$ est de l'ordre du rayon de gyration des ions Rg_i .

Lors de la propagation d'une onde d'Alfvén à travers une cavité où la densité varie sur une petite échelle dans la direction transverse, un champ électrique parallèle se crée à partir des charges de la dérive de polarisation. Ce champ dépend principalement de l'amplitude de l'onde incidente et de la variation spatiale de la densité dans la direction perpendiculaire.

3 Simulation des particules dans les plasmas (particle in cell)

3.1 Introduction

Pour étudier les milieux ionisés, on peut distinguer deux grandes classes de codes, les codes fluides (en particulier MHD), et les codes cinétiques ou particulaires (PIC). Il existe également des codes hybrides qui appliquent un traitement fluide aux électrons, et un traitement cinétique aux ions. Les codes fluides utilisent généralement les équations MHD pour décrire des phénomènes de grandes échelles ($L > Rg_i$), éventuellement en 3-D, comme la modélisation globale de la magnétosphère, expansion du vent solaire,... Les codes particulaires sont plutôt employés pour étudier des petites échelles, souvent en 1-D, 2-D ou 2.5-D à cause du coût numérique. Ce type de code peut s'appliquer à l'étude locale de la magnétosphère terrestre ou la reconnexion magnétique,...

On voit bien que pour étudier les ondes d'Alfvén cinétiques ou inertielles, il faut résoudre des échelles de l'ordre de Rg_i ou (c/ω_{pe}), ce qui n'est pas possible dans l'approximation MHD. Dans l'approche cinétique, les électrons et les ions auront un comportement différent, par conséquent, on peut tracer des fonctions de distribution distinctes pour les deux espèces de particules, notamment pour les électrons qui nous intéressent le plus, alors que dans le cas MHD, on a droit à étudier une seule fonction de distribution qui représente le comportement d'un seul fluide.

Dans un milieu collisionnel, les particules interagissent les unes avec les autres, ce qui leur donne la même vitesse moyenne dans toutes les directions, et donc ils ont plutôt un comportement collectif qui est compatible avec une description fluide comme la MHD. Dans la couronne solaire, la densité est suffisamment faible pour que les particules qui la composent ne se rencontrent que très rarement comparé aux échelles de temps auxquelles on s'intéresse. Le libre parcours moyen dans ce milieu est estimé à 1.65×10^9 m, très grand par rapport à l'échelle étudiée. Un milieu non collisionnel est en parfait accord avec un code de type PIC. Les équations à résoudre sont alors celles de Maxwell et celles décrivant le mouvement des particules.

3.2 Les modèles électrostatiques de la particule

La force coulombienne entre deux particules ponctuelles en 2 dimensions est représentée dans la figure 3.1. Numériquement, cette force présente un problème lorsque la distance entre ces particules est reduite à zero: $r = 0, F \to \infty$, ceci est aussi valable lorsque on a plusieurs particules en interaction avec des effets de collisions. Pour remédier à ce problème, on va étudier la force qui existe entre deux nuages sphériques ou circulaires de charges au lieu de deux charges ponctuelles, ainsi, le comportement collectif de ces charges fait que la force qui s'exerce entre les deux nuages est coulombienne à grande distance, et elle tend vers zéro pour les petites distances. Cette approche nous permet aussi de réduire considérablement le facteur de collisions.

Un autre problème qui peut se poser est celui de la taille finie des particules, dans ce cas, leurs charges sont réparties dans une région finie de l'espace, ce qui implique que le calcul de la variation de la densité des charges dans une région de l'espace à l'intérieur de la particule ne peut être fait. Ce problème sera résolu en divisant l'espace en cellules dont la taille est de l'ordre de la taille de la particule (Figure 3.2). Ceci est l'origine de la nomination du code "particle in cell" ou (PIC).

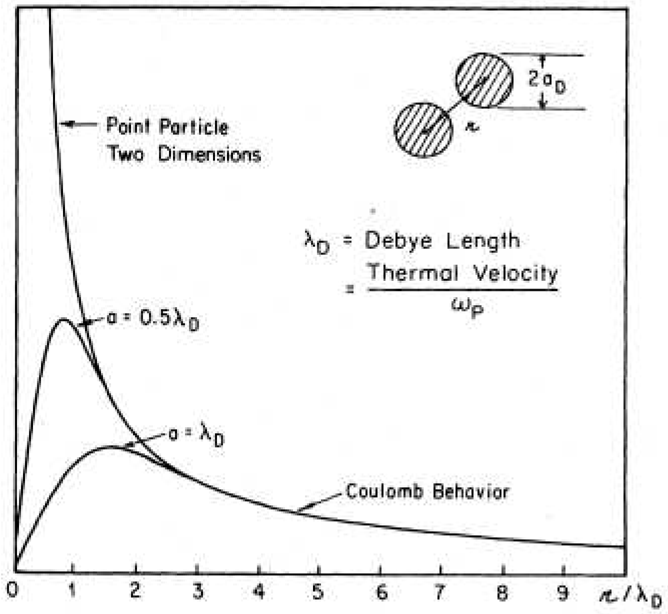


Figure 3.1: Profil de la force coulombienne entre deux particules ponctuelles (Dawson 1983).

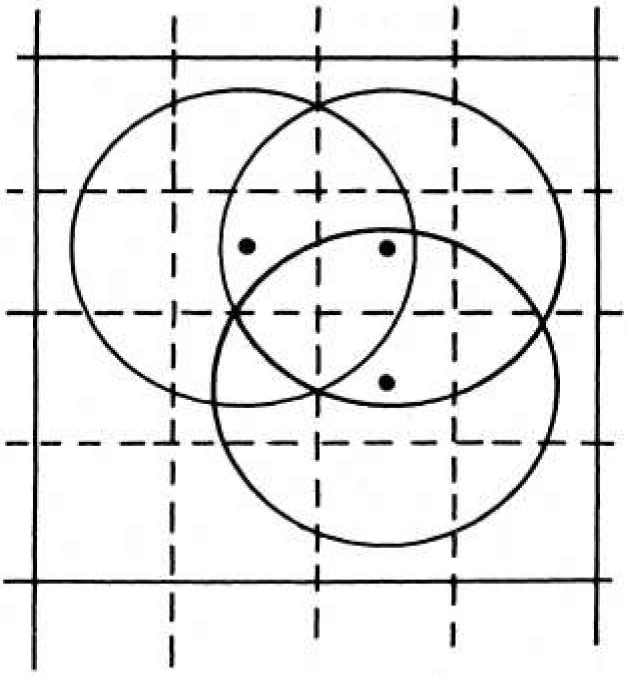


Figure 3.2: Interaction entre deux nuages de charges (Dawson 1983).

On s'arrange à ce que le rapport q/m pour les macro-particules soit le même que celui des particules élémentaires qui les constituent.

Une fois qu'on a divisé notre espace en maillage de plusieurs cellules, on peut commencer à calculer la force coulombienne qui s'exerce sur une particule en terme de champ électrique

$$\boldsymbol{F}_i = q_i \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_i). \tag{3.1}$$

Le champ électrique est obtenu à partir du potentiel

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla\phi(\boldsymbol{r}) \tag{3.2}$$

et le potentiel est obtenu à partir de l'équation de Poisson

$$\nabla^2\phi(\boldsymbol{r}) = -4\pi\rho(\boldsymbol{r}), \tag{3.3}$$

où $\rho(\boldsymbol{r})$ est la densité de charge.

Pour des charges de tailles finies, on doit tenir compte de toutes les forces qui proviennent des autres charges, ainsi l'équation 3.1 sera modifiée

$$\boldsymbol{F}_i = q_i \int S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})d^n r, \tag{3.4}$$

avec q_i est la charge totale, $S(\boldsymbol{r})$ est le facteur de forme qui donne la manière dont la particule chargée est distribuée depuis son centre dans l'espace. n est le nombre de dimensions dans l'espace (Dans notre simulation n=2).

$S(\boldsymbol{r})$ est normalisé, on peut écrire

$$\int S(\boldsymbol{r})d^n r = 1. \tag{3.5}$$

On peut choisir différents facteurs de formes, un rectangle ou une Gaussienne. La densité de charge s'écrit

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_j q_j S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j). \tag{3.6}$$

Dans la pratique, on fait un developpement de Taylor multipolaire de la densité de la charge autour du point du noeud le plus proche de la particule $\boldsymbol{r}_g$

$$\rho(r) \approx \sum_g [Q(\boldsymbol{r}_g)S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_g) + D(\boldsymbol{r}_g)\cdot\nabla_g S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_g)] \tag{3.7}$$

avec $Q(r_g) = \sum_{j\in g} q_j$ et $D(r_g) = \sum_{j\in g} q_j \Delta\boldsymbol{r}_j$ avec $Q(r_g)$ est la somme des charges des particules pour lesquelles le noeud le plus proche se trouve à $\boldsymbol{r}_g$, et $D(r_g)$ représente le moment dipolaire total par rapport à $\boldsymbol{r}_g$. Avec cette approximation on obtient la densité de charge ainsi que la densité dipolaire distribuée sur un maillage uniforme.

Les séries de Fourier discrètes sont un outil très puissant pour les systèmes périodiques. Cette approche fournit des informations sur le spectre spatial de ρ, ϕ et E ce qui est très important en physique des plasmas. On utilise un algorithme de Fast Fourier Transforms (FFT) pour résoudre le potentiel ϕ. Le nombre des modes de Fourier est égal aux nombres des points dans la grille. Dans l'espace de Fourier, les équations de Poisson, du champ électrique et la densité de la charge deviennent

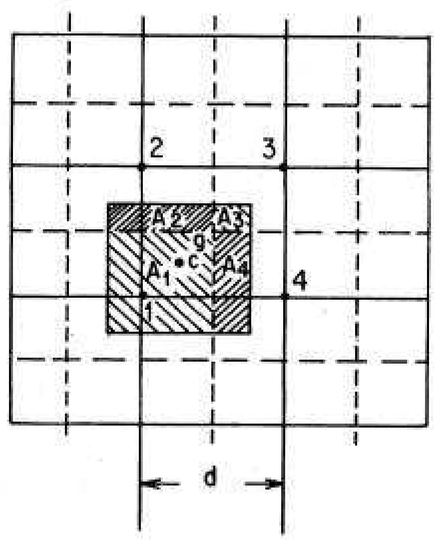


Figure 3.3: Le partage de la charge dans la maille par une méthode d'interpolation (Dawson 1983).

$$\phi(\boldsymbol{k}) = 4\pi\rho(\boldsymbol{k})/k^2, \tag{3.8}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}) = \frac{-4\pi i\boldsymbol{k}}{k^2}\rho(\boldsymbol{k}), \tag{3.9}$$

$$\rho(\boldsymbol{k}) \approx S(\boldsymbol{k}) \sum_g [Q(\boldsymbol{r}_g) - i\boldsymbol{k} \cdot D(\boldsymbol{r}_g)] \exp(-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_g), \tag{3.10}$$

$$\rho(\boldsymbol{k}) = S(\boldsymbol{k}) \mid [FFT\{Q(r_g)\} - i\boldsymbol{k} \cdot FFT\{D(\boldsymbol{r}_g)\}] \mid. \tag{3.11}$$

On peut passer de l'espace Fourier à l'espace reel ou vice versa en utilisant la FFT ou la FFT inverse. Le champ électrique dans les différents noeuds de la maille est obtenu en faisant une FFT inverse à l'équation 3.9. On trouve souvent une distribution uniforme de charge des particules dans un carré, dans ce cas on peut utiliser une méthode d'interpolation pour estimer le champ électrique (ou la force) au niveau de la particule en additionnant les champs électriques autours de la charge multipliés par la surface qui délimite la charge. Dans le cas de la Figure 3.3, le champ électrique au point c sera donné par

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 A_1 + \boldsymbol{E}_2 A_2 + \boldsymbol{E}_3 A_3 + \boldsymbol{E}_4 A_4 \tag{3.12}$$

et la force :

$$\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{E}_1 A_1 + \boldsymbol{E}_2 A_2 + \boldsymbol{E}_3 A_3 + \boldsymbol{E}_4 A_4)\frac{q}{d^2}. \tag{3.13}$$

3.3 Le modèle électromagnétique de la particule

Nous avons assimilé le plasma à un ensemble de macro-particules chargées réparties sur une grille. Ce système dépend du champ électromagnétique qui est interpolé pour chaque particule dans la maille (Paragraphe 3.2). Le champ électromagnétique est calculé sur la grille en utilisant les équations de Maxwell

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{3.14}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{4\pi \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}, t)}{c}, \tag{3.15}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi\rho(\boldsymbol{r}, t), \tag{3.16}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0. \tag{3.17}$$

Comme dans le cas électrostatique, ces équations peuvent être résolues dans l'espace de Fourier en utilisant la FFT.

Ajoutons à ces équations les expressions des densités de courant et de charges déduitent à partir des positions et des vitesses des macro-particules.

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}, t) = \sum_i q_i \boldsymbol{v}_i S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i), \tag{3.18}$$

$$\rho(\boldsymbol{r}, t) = \sum_i q_i S(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i). \tag{3.19}$$

Si c'est la première étape de calcul à faire pour un temps initial, alors la position et la vitesse doivent être des données initiales.

Si c'est une étape de calcul, la position ainsi que la vitesse seront calculés à partir des équations du mouvement de Newton-Lorentz

$$\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt} = \boldsymbol{v}_i, \tag{3.20}$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i \boldsymbol{F}_i = \frac{1}{m}\sum_i q_i(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_i^{init} \times \boldsymbol{B}). \tag{3.21}$$

Ce petit déplacement des particules et la nouvelle vitesse nécessitent un re-calcul des nouveaux champs, et ainsi de suite. Cette procédure est répétée à chaque pas de temps. Une simulation peut couvrir des miliers de pas de temps. Typiquement 2048 dans notre cas.

3.3.1 Intégration des équations du mouvement

Le nombre important de particules utilisées dans les simulations plasma nécessite des méthodes numériques rapides qui utilisent un minimum de mémoire, avec un très bon degré de précision. Les informations dont on a besoin pour intégrer les équations sont la vitesse et la position $(\boldsymbol{v}_i, \boldsymbol{x}_i)$. On va opter pour la méthode d'intégration "saute mouton" ou "leap-frog" parce que cette dernière possède une erreur qui tend vers zero lorsque $\Delta t \to 0$. Cette méthode est aussi simple à comprendre et utilise un minimum de mémoire avec une précision surprenante.

Les deux équations différentielles de premier ordre à intégrer séparement pour chaque particule sont

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}, \tag{3.22}$$

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{v}. \tag{3.23}$$

On réécrit ces équations avec la méthode des différences finies

$$m\frac{\boldsymbol{v}_{new} - \boldsymbol{v}_{old}}{\Delta t} = \boldsymbol{F}_{old}, \tag{3.24}$$

$$\frac{\boldsymbol{x}_{new} - \boldsymbol{x}_{old}}{\Delta t} = \boldsymbol{v}_{new}. \tag{3.25}$$

En méthode saute mouton (temps centré)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\boldsymbol{v}_{n+1/2} - \boldsymbol{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m}\left[\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}_{n+1/2} + \boldsymbol{v}_{n-1/2}}{2} \times \boldsymbol{B}\right], \tag{3.26}$$

où l'indice n fait référence au pas de temps. Or nous avons aussi

$$\boldsymbol{v}_{n+1/2} = \frac{\boldsymbol{x}_{n+1} - \boldsymbol{x}_n}{\Delta t}, \tag{3.27}$$

$$\boldsymbol{v}_{n-1/2} = \frac{\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}_{n-1}}{\Delta t}, \tag{3.28}$$

donc

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{a}_n = \frac{\boldsymbol{v}_{n+1/2} - \boldsymbol{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{x}_{n+1} - 2\boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{x}_{n-1}}{\Delta t^2}. \tag{3.29}$$

On a aussi

$$\frac{\boldsymbol{v}_{n+1/2} + \boldsymbol{v}_{n-1/2}}{2} = \frac{\boldsymbol{x}_{n+1} - \boldsymbol{x}_{n-1}}{2\Delta t}. \tag{3.30}$$

La force électrique moyenne $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$, où $\boldsymbol{E}$ dépend uniquement de la position de la particule est déterminée à partir de l'équation 3.4. Si le champ magnétique est uniforme $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0$, alors la force magnétique est calculée à travers le terme de la vitesse moyenne $(\boldsymbol{v}_{n+1/2} + \boldsymbol{v}_{n-1/2})/2$ durant le pas du temps.

La force électro-magnétique est composée de deux parties

$$\boldsymbol{F}_n = q\boldsymbol{E}_n + q(\boldsymbol{v}_n \times \boldsymbol{B}_n). \tag{3.31}$$

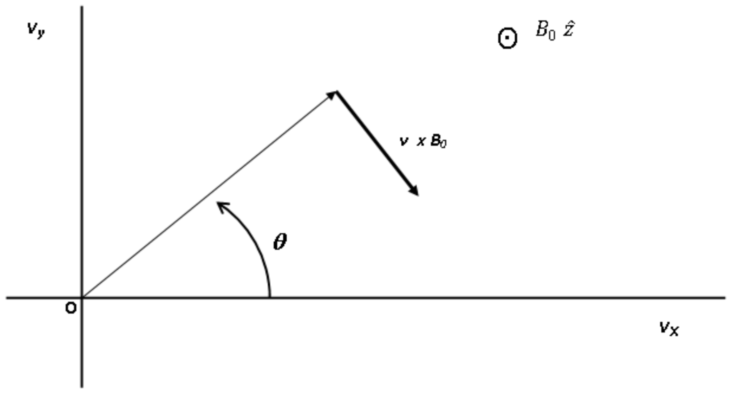


Figure 3.4: Le plan $\boldsymbol{v}_x$-$\boldsymbol{v}_y$ qui montre la force $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0$ qui est normal à $\boldsymbol{v}$.

Les champs électriques et magnétiques doivent être calculés au niveau de la particule. En utilisant la maille, les deux champs sont interpolés du maillage à la particule comme nous l'avons fait au paragraphe 3.2

Considérant notre problème à une dimension où la particule se déplace suivant l'axe $\boldsymbol{x}$, on a les deux composantes v_x et v_y. On considère un champ magnétique uniforme $\boldsymbol{B}_0$ le long de l'axe $\boldsymbol{z}$. La force magnétique $q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ n'est que la rotation du vecteur $\boldsymbol{v}$ comme le montre la Figure 3.4. Le champ magnétique ne va pas changer la magnitude du vecteur $\boldsymbol{v}$, contrairement au champ électrique $q\boldsymbol{E} = qE_x\boldsymbol{x}$ qui va altérer la composante v_x ($E_y = 0$). En utilisant toujours un schéma centré en temps $t - \Delta t/2 < t' < t'' < t + \Delta t/2$, on peut écrire pour une demie accélération par le champ électrique

$$\begin{aligned} v_x(t') &= v_x\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{q}{m}E_x(t)\left[\frac{\Delta t}{2}\right] \\ v_y(t') &= v_y\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right). \end{aligned} \tag{3.32}$$

La force magnétique correspond à une rotation d'un angle $\theta = \omega_c \Delta t$, ce qui revient à écrire

$$\begin{bmatrix} v_x(t'') \\ v_y(t'') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega_c\Delta t & \sin\omega_c\Delta t \\ -\sin\omega_c\Delta t & \cos\omega_c\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x(t') \\ v_y(t') \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

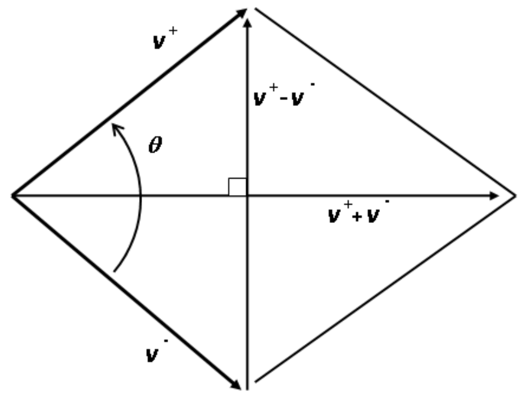


Figure 3.5: Diagramme qui montre la rotation qui correspond à l'èquation 3.37. La valeur de $\tan(\theta/2)$ est déjà obtenue dans l'équation 3.38

avec $\dot{\theta} = -\omega_c$ et $\omega_c = qB_0/m$ est la fréquence cyclotronique.
En rajoutant une demie accélération

$$\begin{aligned} v_x\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) &= v_x(t'') + \frac{q}{m}E_x(t)\left[\frac{\Delta t}{2}\right] \\ v_y\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) &= v_y(t''). \end{aligned} \tag{3.34}$$

Une autre méthode pour séparer le champ électrique du champ magnétique

$$\boldsymbol{v}_{t-\Delta t/2} = \boldsymbol{v}^- - \frac{q\boldsymbol{E}}{m}\frac{\Delta t}{2}, \tag{3.35}$$

$$\boldsymbol{v}_{t+\Delta t/2} = \boldsymbol{v}^+ + \frac{q\boldsymbol{E}}{m}\frac{\Delta t}{2}. \tag{3.36}$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation 3.26, le champ électrique $\boldsymbol{E}$ sera éliminé, on obtient ainsi

$$\frac{\boldsymbol{v}^+ - \boldsymbol{v}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2m}(\boldsymbol{v}^+ + \boldsymbol{v}^-) \times \boldsymbol{B}, \tag{3.37}$$

ce qui correspond à la rotation qui est illustrée dans la Figure 3.5.

La valeur de l'angle θ est obtenue comme suit

$$\left|\tan\frac{\theta}{2}\right| = \frac{\boldsymbol{v}^{+} - \boldsymbol{v}^{-}}{\boldsymbol{v}^{+} + \boldsymbol{v}^{-}} = \frac{qB}{m}\frac{\Delta t}{2} = \frac{\omega_c \Delta t}{2}. \tag{3.38}$$

3.4 Le code EM2DE

Dans ce paragraphe, on va décrire le code **EM2DE** qu'on va utiliser pour cette étude. C'est un code électromagnétique et gyro-cinétique implicite 2.5-D (2-D en espace, 3-D en champs et vitesses) qui est adapté à l'étude de la propagation des ondes d'Alfvén. Ce code a été développé et décrit par Mottez et al. (1998). Le code est de type PIC où il considère l'interaction entre un ensemble de macroparticules chargées. Le code se compose de plusieurs modules.

3.4.1 Le module pousseur des électrons

Ce module consiste à déterminer à partir des équations du mouvement Newton-Lorentz la position et la vitesse de la particule qui est affectée par les champs électriques et magnétiques. Ces champs sont calculés dans le module champs électro-magnétiques dans la section 3.4.2

3.4.2 Le module champs électro-magnétiques

L'utilisation des équations de l'électromagnétisme nous contraint à utiliser des échelles de temps très courtes qui correspondent à des ondes de haute fréquences (la lumière), soient plusieurs fois la fréquence du plasma, ajoutons à cela les ondes qui sont issues des oscillations de basse fréquences du champ magnétique auto-consistant dans le plasma (Pinches, ondes cyclotroniques,..). Les ondes de lumière n'interfèrent pas avec le plasma, mais la condition de stabilité peut être altérée par ces ondes. Un code de type PIC implicite consiste à résoudre les équations dynamiques de l'électromagnétisme sans prendre en compte les ondes de hautes fréquences (toujours avec des pas de temps très courts). Dans un schéma implicite direct, quelques variables du système (au pas de temps n) sont remplacées par des variables implicites moyennées dans le temps. Ces dernières dépendent de l'état du système dans le passé (pas de temps $n-1$) et dans le futur (pas de temps $n+1$). Le schéma implicite sera résolu par la suite en utilisant un algorithme de correction (Hewett & Langdon 1987). Une classification sommaire des échelles de temps dans un plasma permet de déterminer quelle seront les variables implicites. Ce choix dépend du problème traité.

Dans le cas de la couronne solaire qui est un milieu faiblement magnétique, il y a la contrainte sur la fréquence $\omega_{pe} \gg \omega_{ce}$. En choisissant comme variable implicite le vecteur champ électrique $\overline{\boldsymbol{E}}_{n-1}$, on peut éliminer les ondes électromagnétiques pures telle que la lumière. On peut éliminer notamment les fluctuations plasmas liées à la fréquence ω_{pe} en utilisant l'accélération $\overline{a}_{n-1}$ comme variable implicite. Mais cette élimination pose des problèmes de stabilité et nous empêcherait de voir si le plasma accéléré engendrerait des ondes de plasma ($\omega \sim \omega_{pe}$). Pour ces deux raisons, on reste explicite sur la fréquence ω_{pe}.

Le champ électrique moyenné dans le temps sera noté $\bar{\boldsymbol{E}}_n$ avec

$$\bar{\boldsymbol{E}}_n = \frac{1}{2}[\boldsymbol{E}_{n+1} + \bar{\boldsymbol{E}}_{n-1}]. \tag{3.39}$$

Maintenant on peut écrire les équations de Maxwell en différences finies et qui contiennent les termes implicites:

La loi d'Ampere

$$\boldsymbol{E}_{n+1} - \boldsymbol{E}_n = c\Delta t \nabla \times \boldsymbol{B}_{n+1/2} - 4\pi\Delta t \boldsymbol{J}_{n+1/2}. \tag{3.40}$$

La loi de Faraday

$$\boldsymbol{B}_{n+1/2} - \boldsymbol{B}_{n-1/2} = -c\Delta t \nabla \times \bar{\boldsymbol{E}}_n. \tag{3.41}$$

La loi de Faraday avec un pas de temps de $\Delta t/2$

$$\boldsymbol{B}_{n+1} - \boldsymbol{B}_{n+1/2} = -\frac{c}{2}\Delta t \nabla \times \boldsymbol{E}_{n+1}. \tag{3.42}$$

Ici on a besoin de $\boldsymbol{B}_n$ pour calculer le mouvement des particules à travers l'équation 3.31.

La densité de charge est donnée par

$$\rho_{n+1} = \sum_s e_s \sum_i S(X_j - x_{n+1}), \tag{3.43}$$

où S est le facteur de forme lié à la particule de type s et de nombre i localisée par rapport à la position de la cellule X_j.
La densité de courant totale est la somme des densités de courant électronique et ionique

$$\boldsymbol{J}_{n+1/2} = \boldsymbol{J}_{n+1/2,ion} + \boldsymbol{J}_{n+1/2,elec}, \tag{3.44}$$

avec

$$\boldsymbol{J}_{n+1/2,ion} = e \sum_i \boldsymbol{v}_{n+1/2} \frac{1}{2}[S(X_j - x_n) + S(X_j - x_{n+1})], \tag{3.45}$$

et

$$\boldsymbol{J}_{n+1/2,elec} = -e \sum_i \boldsymbol{v}_{n+1/2} \frac{1}{2}[S(X_j - x_n) + S(X_j - x_{n+1})]. \tag{3.46}$$

La position x et la vitesse v de la particule dans les équations de la densité de charge 3.43 et la densité de courant 3.44 sont calculées à partir du module de pousseur d'électrons (section 3.4.1) à travers les équations de Lorentz-Newton.

On peut arranger les équations de Maxwell discretisées afin d'exprimer $\boldsymbol{E}_{n+1}$ en fonction des quantités qui sont connues aux temps n et $n-1/2$, pour cela, on combine les équations 3.39, 3.40 et 3.41 pour trouver

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{n+1} + \frac{c^2\Delta t^2}{2}\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E}_{n+1} &= \boldsymbol{E}_n - \frac{c^2\Delta t^2}{2}\nabla \times \nabla \times \bar{\boldsymbol{E}}_{n-1} + c\Delta t \nabla \times \boldsymbol{B}_{n-1/2} \\ &- 4\pi\Delta t \boldsymbol{J}_{n+1/2}. \end{aligned} \tag{3.47}$$

On peut obtenir une équation du champ plus générale en utilisant l'équation 3.47

$$\boldsymbol{E}_{n+1} + \frac{c^2\Delta t^2}{2}\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}_{n+1} = \mathbf{Q}, \tag{3.48}$$

$$\mathbf{Q}' = \boldsymbol{E}_n - \frac{c^2\Delta t^2}{2}\nabla\times\nabla\times\overline{\boldsymbol{E}}_{n-1} + c\Delta t\nabla\times\boldsymbol{B}_{n-1/2} - 4\pi\Delta t\boldsymbol{J}_{n+1/2}. \tag{3.49}$$

Au 1er ordre d'approximation, on a $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}'$, mais si on veut appliquer l'équation de Poisson au champ électrique $\boldsymbol{E}$ qui est la solution des équations 3.48 et 3.49, on a $\nabla\cdot\boldsymbol{E}_{n+1} \neq 4\pi\rho_{n+1}$, d'où la correction de densité de charge apportée à E_{n+1}. On peut écrire cette correction comme $\boldsymbol{E}_{n+1} = \boldsymbol{E} - \nabla\psi$, ou aussi $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}' - \nabla\psi$ où le potentiel ψ satisfait (Mottez et al. 1998)

$$\nabla^2\psi = \nabla\cdot\mathbf{Q}' - 4\pi\rho_{n+1}. \tag{3.50}$$

Une fois qu'on a calculé E_{n+1}, on peut remonter à $\overline{\boldsymbol{E}}_n$ à travers l'équation 3.39. On peut calculer par la suite les valeurs de $\boldsymbol{B}_{n+1/2}$ et $\boldsymbol{B}_{n+1}$ en utilisant les équations 3.41 et 3.42 respectivement.

Une fois que le champ électrique sera corrigé, il ne sera pas nécessaire de corriger $\boldsymbol{B}$ car le terme $\nabla\times\nabla\psi$ sera nul dans les équations 3.41 et 3.42.

3.4.3 Le module conditions initiales: Application à la couronne solaire

3.4.3.1 Distribution initiale des particules et leurs vitesses

La méthode de Monte carlo permet un tirage au hasard des positions des particules au nombre n_0 et la répartition de ces derniers sur la grille suivent le profil de densité initiale. Le module "POSITIONS-INIALISATION-SOBOL-UNIFORME" assure une distribution initiale uniforme des particules (électrons et ions) dans l'espace. La méthode de tirage permet une distribution uniforme moins bruitée qu'un tirage au sort, et un taux de corrélation entre les partitions des particules aussi faible qu'avec un tirage de nombres pseudo-aléatoire. Les coordonnées x et y sont des nombres statistiques générés par le module Sobol afin d'établir une densité variable $n(x, y)$. La densité $n(x, y)$ doit être normalisée à 1 dans tout le domaine de la simulation ($n(x, y)/n_0 \leq 1$).

Par ailleurs, on tire un nombre aléatoire κ de distribution uniforme $0 < \kappa < 1$. Si κ vérifie la fonction de densité imposée $\kappa < n(x, y)/n_0$, alors il est accepté, sinon d'autres nombres x et y et κ seront générés et ainsi de suite.

La distribution de la vitesse sera obtenue en utilisant le théorème central limite en faisant la sommation de plusieurs distributions aléatoires uniformes entre 0 et 1. Pour chaque composante de vitesse, 12 distributions seront sommées afin d'avoir à la fin une distribution qui se rapproche d'une Maxwelienne entre -6 et 6 et centrée sur 0 (ou une vitesse moyenne qu'on peut ajouter).

3.4.3.2 Initialisation des ondes d'Alfvén

L'initialisation des ondes d'Alfvén est basée sur la théorie bi-fluide du plasma froid (la section 2.2). Le plasma est composé d'électrons et des ions. La solution est une onde d'Alfvén torsionnelle (quasi-MHD) non compresible de basse fréquence et qui se propage le long du champ magnétique dans la direction parallèle. Ces modes sont linéaires et ne se dissipent pas. Dans notre simulation, la direction parallèle est $\boldsymbol{x}$: $\boldsymbol{B} = (B_0, 0, 0)$ et $k_\parallel = k_x$.

La relation de dispersion des ondes Alfvén dans le cas MHD est donnée par

$$\omega = k_\parallel V_A. \tag{3.51}$$

Dans notre cas, on tient compte de l'inertie des électrons ($m_e \neq 0$), ce qui rend la relation de dispersion plus compliquée. Si l'on n'en tient pas compte (initialisation purement MHD), la simulation fait apparaître directement les modes R et L qui se propagent à des vitesses différentes. Pour n'avoir qu'une onde (mode R dans nos simulations), nous prenons en compte les effets bi-fluides selon le calcul de la section 2.2.

Cette relation va nous permettre d'initialiser la fréquence des ondes Alfvén incidentes, et ainsi initialiser les autres paramètres de l'onde telle que l'amplitude, ou aussi les vitesses des perturbations des électrons et des ions. La relation 2.30 peut être écrite dans le cas de propagation parallèle comme (Mottez 2008)

$$\begin{aligned}\omega^4 &- S\,\omega^3(\omega_{ce} + \omega_{ci}) + \omega^2[\omega_{ce}\omega_{ci} - k^2c^2 - (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2)] + S\,\omega[(\omega_{ce} + \omega_{ci})k^2c^2 \\ &+ \omega_{pe}^2\omega_{ci} + \omega_{pi}^2\omega_{ce}] - k^2c^2\omega_{ce}\omega_{ci} = 0.\end{aligned} \tag{3.52}$$

Cette relation possède 4 racines, les deux solutions en basses fréquences correspondent à des ondes de polarisation circulaire droite et gauche. La solution avec une polarisation droite est appelée onde magnétoacoustique rapide car elle se réduit à la version MHD de cette onde lorsque $\omega \ll \omega_{ci}$ (voir la remarque dans la section 2.1). Ce mode possède une vitesse de phase supérieure à la vitesse d'Alfvén, ce qui lui donne aussi l'appelation: onde Alfvén rapide. La solution avec une polarisation gauche est appellée onde cyclotroionique, appellée également onde Alfvén lente vu que sa vitesse est inférieure à la vitesse d'Alfvén. Les 2 autres solutions de fréquences plus grandes sont exclues.

Afin d'initialiser la simulation, ce polynôme sera résolu numériquement en donnant des valeurs initiales au vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$. Dans le cas d'une propagation parallèle, on peut poser la perturbation du champ magnétique comme suit

$$B_y(x) = S\,B_1 \sin(kx), \tag{3.53}$$

$$B_z(x) = B_1 \cos(kx). \tag{3.54}$$

Les perturbations du champ électrique sont obtenues en faisant la transformée de Fourier de l'équation de Faraday et en développant le terme $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E}$

$$E_y(x) = \frac{\omega}{k} B_z(x), \tag{3.55}$$

$$E_z(x) = \frac{-\omega}{k} B_y(x). \tag{3.56}$$

Les vitesses de perturbation des électrons et des ions sont déterminées à partir des équations linéarisées des plasmas froids. Pour les électrons on a

$$V_{ey}(x) = c_{e1} B_y(x) S, \tag{3.57}$$

$$V_{ez}(x) = c_{e1} B_z(x), \tag{3.58}$$

et pour les ions

$$V_{py}(x) = c_{p1} B_y(x) S, \tag{3.59}$$

$$V_{pz}(x) = c_{p1} B_z(x), \tag{3.60}$$

avec $c_{e1} = Sk/(\omega + S\omega_{ce})\omega$ et $c_{p1} = -Skm_p/(\omega + S\omega_{ci})$.

Pour l'initialisation, on choisit les ondes magnétoacoustiques rapides (S=+1) car leur propagation plus rapide permet des simulations plus courtes. D'autre part, ce mode est moins dispersif, ce qui le rend plus proche de sa contrepartie MHD.

La vitesse de phase s'obtient à partir de l'équation de Faraday

$$V_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{B}. \tag{3.61}$$

L'onde incidente peut être composée de 1 jusqu'à 8 sinusoïdes afin de former un paquet d'onde. Une onde d'Alfvén sous forme d'une impulsion peut être formée par 8 sinusoïdes de différentes amplitudes.

La longueur x dans le domaine de simulation correspond à la longueur d'onde de l'onde Alfvén incidente, et le fait de limiter cette taille dans la simulation se heurte avec l'hypothèse MHD $\omega \ll \omega_{ci}$. Plus la boite de la simulation est courte, plus λ se rapproche de la branche cyctronique ionique et on s'éloigne de l'onde Alfvén pure (Figure 3.6).

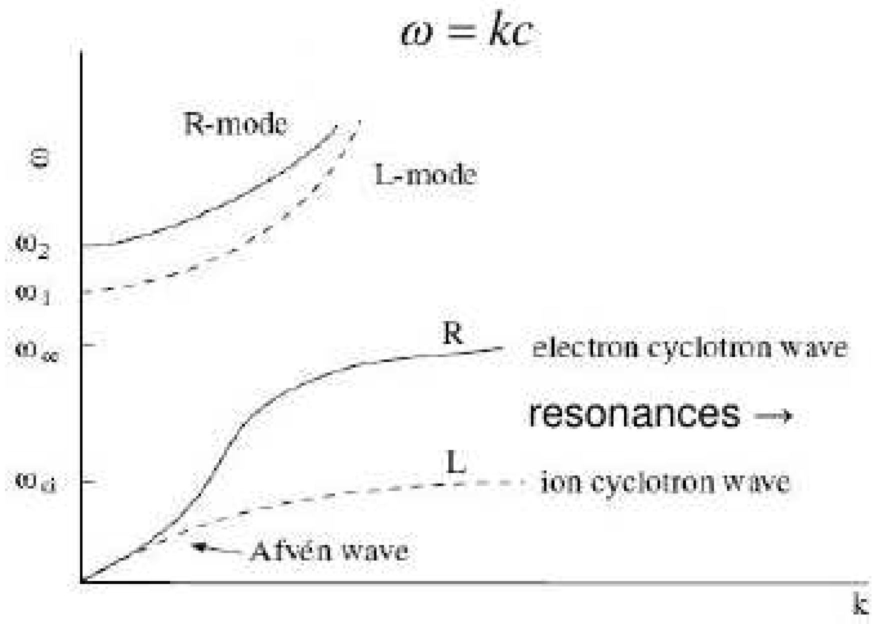


Figure 3.6: Courbe de dispersion pour les modes de propagation parallèles $\omega = f(k_{\|})$ et pour la limite haute densité $\omega_{pe} \gg \omega_{ce}$.

4 Résultats et discussions

4.1 Initialisation des variables physiques dans la couronne et paramètres de convergence

Les variables physiques utilisées dans le code sont toutes adimensionnelles. Le temps et les fréquences sont normalisées par rapport à la fréquence plasma électronique ω_{p0} qui correspond à la densité initiale uniforme des électrons n_0. Les vitesses sont normalisées par rapport à la vitesse de la lumière c. Les unités de référence sont la masse de l'électron m_e pour les masses, c/ω_{p0} pour les distances, ω_{p0}/c pour les vecteurs d'ondes, la charge électrique fondamentale e pour les charges, la densité électronique $n_0 e$ pour la densité des charges, $c\omega_{ce}/\omega_{p0}$ pour le champ électrique, et $c^2 e/\omega_{p0}$ pour le moment magnétique de l'électron (Voir le tableau 4.1).

Dans ce qui suit, toute les figures et les valeurs numériques seront exprimées en terme de ces variables adimensionnelles.

La température électronique va varier de 10^6 à 10^8 K dans la couronne solaire et en particulier dans les zones qui peuvent êtres une source d'orages de bruit. Dans la simulation, on va situer la vitesse thermique des électrons entre $V_{Te} = 0.07$ et $V_{Te} = 0.14$ en unité adimensionnelle.

Le champ magnétique adimensionnel (B) est exprimé en terme du rapport des fréquences ω_{ce}/ω_{p0} avec $\omega_{pe}/\omega_{ce} = (B)^{-1} = 3.21 \times 10^{-3}\, n_e^{1/2}\, B^{-1}$. Dans la couronne solaire, et particulièrement dans les régions où l'on soupçonne des émissions d'orages de bruit, le champ magnétique peut varier de 3 Gauss jusqu à 10 Gauss (Raulin & Klein 1994), et la densité électronique n_e dans ces régions est de l'ordre de $n_e \sim 10^8 \mathrm{cm}^{-3}$, ce qui donne pour le champ magnétique adimensionnelle B les valeurs entre $B = 0.093$ et $B = 0.311$.

Dans l'expression du champ magnétique adimensionnel $\omega_{ce}/\omega_{pe} = B$, le rapport des fréquences $\omega_{ce}/\omega_{pe} \ll 1$, ceci caractérise les plasmas faiblement magnétiques. Dans ce cas, ω_{pe} est la fréquence maximum. On peut formuler la condition $\omega_{pe}\Delta t \ll 1$ sur le pas de temps Δt de la simulation. La condition $\omega_{ce}\Delta t < 1$ est nécessaire également pour la précision (Mottez 2008). En pratique, on choisit $\omega_{pe}\Delta t < 0.2$ et $\omega_{ce}\Delta t < 0.2$ (Birdsall & Langdon 1984).

Cette condition permet un traitement implicite de l'équation du mouvement de l'électron, et permet également au code de résoudre des temps de l'ordre de $1/\omega_p$. Comme pour tout code PIC, la résolution de la trajectoire et le parcours de la particule nécessite que $V_T\ \Delta t$ soit de l'ordre de la résolution spatiale $\Delta x = \lambda_D$, donc il faut que $V_T\ \Delta t \geq \lambda_D$.

Les conditions aux limites qui sont utilisées dans le domaine de la simulation sont périodiques en x et y. Plus la boite de simulation est longue en x, plus les effets de cette périodicité seraient faibles.

La taille en y est limitée par la condition sur $k_\perp$ (voir la sous-section 2.3.1).

4.2 Simulation de la propagation d'une onde d'Alfvén dans la couronne à travers une densité uniforme

Les figures de 4.2 à 4.8 illustrent une simulation typique de la propagation d'une onde d'Alfvén dans la couronne solaire à travers une densité uniforme (Figure 4.1). Le plasma comporte 26214400 particules des deux espèces dans la grille, ce qui correspond à 100 particules par cellule. Il y a 2048 pas de temps qui sont définis par un $(\omega_{pe}\Delta t) = 0.2$, ce qui correspond à un $t_{max} = 409.6$. La vitesse thermique de l'électron est $V_{Te} = 0.07$. La taille du domaine total de la simulation est de $(1024\ \Delta x) \times (256\ \Delta y)$ avec $\Delta x = \Delta y$ est la taille des cellules. $\Delta x = \lambda_D \omega_{pe}/c = v_{Te}/c = V_{Te}$. Ainsi, les dimensions de la boite correspondent à $L_x = 1024 \times 0.07 = 71.68$, $L_y = 256 \times 0.07 = 17.9$.

Table 4.1: Les variables adimensionnelles (dl) dans les deux systèmes CGS et MKSA.

CGS	MKSA
$t_{dl} = (t\omega_{p0})$ $v_{dl} = (v/c)$ $x_{dl} = (x\omega_{p0}/c)$ $k_{dl} = (kc/\omega_{p0})$ $m_{dl} = (m/m_e)$	$t_{dl} = (t\omega_{p0})$ $v_{dl} = (v/c)$ $x_{dl} = (x\omega_{p0}/c)$ $k_{dl} = (kc/\omega_{p0})$ $m_{dl} = (m/m_e)$
$B_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert B}{cm_e\omega_{p0}}) = (\frac{\omega_{c0}}{\omega_{p0}})$ $E_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert E}{cm_e\omega_{p0}})$ $\Phi_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert \Phi}{m_e c^2})$	$B_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert B}{m_e\omega_{p0}}) = (\frac{\omega_{c0}}{\omega_{p0}})$ $E_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert E}{cm_e\omega_{p0}})$ $\Phi_{dl} = (\frac{\lvert e\rvert \Phi}{m_e c^2})$
$J_{dl} = (\frac{J}{c\lvert e\rvert n_0})$ $\rho_{dl} = (\frac{\rho}{\lvert e\rvert n_0})$ $a_{dl} = (\frac{a}{c\omega_{p0}})$ $\mu_{dl} = (\frac{\mu\omega_{p0}}{c\lvert e\rvert})$	$J_{dl} = (\frac{J}{c\lvert e\rvert n_0})$ $\rho_{dl} = (\frac{\rho}{\lvert e\rvert n_0})$ $a_{dl} = (\frac{a}{c\omega_{p0}})$ $\mu_{dl} = (\frac{\mu\omega_{p0}}{\lvert e\rvert})$
$\nabla_{dl} = (\nabla c/\omega_{p0})$ (facteur de forme) $S_{dl} = (S/n_0)$	$\nabla_{dl} = (\nabla c/\omega_{p0})$ $S_{dl} = (S/n_0)$
(l'énergie) $W_{dl} = (\frac{W}{m_e c^2})$ $\beta = m_{dl} v_{t,dl}^2 n_{dl}/B_{dl}^2$	$W_{dl} = (\frac{W}{m_e c^2})$ $\beta = m_{dl} v_{t,dl}^2 n_{dl}/B_{dl}^2$

Les températures des électrons et des ions sont les mêmes dans toutes les simulations qu'on va faire. Le rapport de masse ion-électron est réduit à $m_i/m_e = 100.0$ (ceci réduit le temps de calcul considérablement sans affecter la physique). L'amplitude de l'onde est donnée par son champ magnétique $\delta B = 0.3B_0$ où $B_0 = 0.315$ est l'amplitude du champ magnétique qui règne dans le milieu. Dans cette simulation, on a une seule onde incidente qui est polarisée circulairement droite. Sur les figures, l'onde se propage de la gauche vers la droite. La longueur d'onde est donnée par L_x/m où m est le nombre d'onde dans la direction $\boldsymbol{x}$.

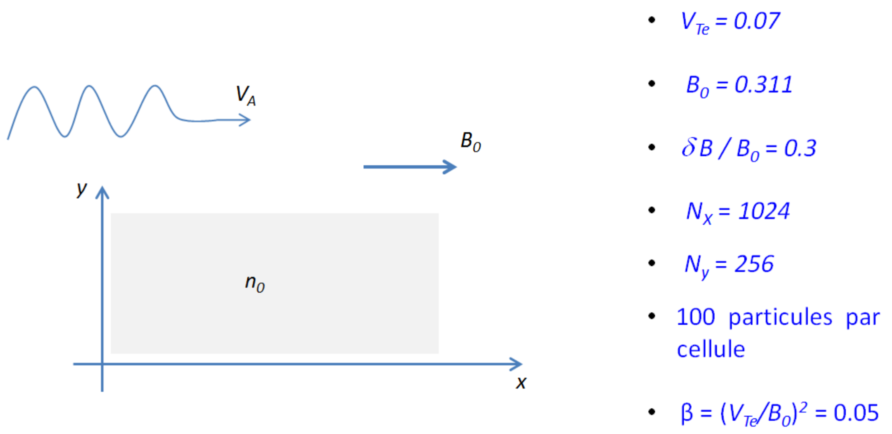


Figure 4.1: Propagation d'une onde dans la couronne avec une densité uniforme.

Dans notre cas $m = 1$, ce qui donne $\lambda_0 = 71.68$ ($\lambda = \lambda_0/m$). La vitesse d'Alfvén est de 0.0315, une valeur inférieure à la vitesse thermique de l'électron. Le calcul du paramètre β nous donne $\beta = (V_{Te}/B)^2 = 0.05$, sachant que $m_e/m_i = 0.01$, donc $m_e/m_i \ll \beta \ll 1$, ceci confirme que le milieu est un plasma chaud. Le rayon de gyration des ions pour cette simulation est $Rg_i = 2.2218$.

Les figures 4.2 et 4.4 montrent la propagation de la composante perpendiculaire du champ magnétique B_z et du champ électrique E_z respectivement à travers la boite de simulation dans le plan (x,y) et le long de la direction $\boldsymbol{x}$. On rappelle que le champ magnétique uniforme est dans cette direction également. On remarque qu'il n'y a pas d'interaction particulière entre l'onde et les particules qui forment le plasma.

La figure 4.5 montre la composante parallèle du champ électrique E_x. Il faut rappeler que l'onde Alfvén qui se propage ne possède pas une telle composante, ceci explique pourquoi on ne voit pas l'onde dans cette figure. On n'observe aucune réaction du plasma face à la propagation de l'onde également. Ceci est verifié par la figure 4.7 qui montre la densité de charges des particules, et la figure 4.6 qui montre le courant de densité parallèle. On ne voit aucun courant parallèle et aucune densité de charges résiduelle. Cela traduit le caractère non-compressionnel de l'onde, conformément à la théorie linéaire.

La figure 4.3 montre le diagramme temps-distance (x) de la composante B_z du champ magnétique au point de coordonnées $(L_x/4, L_y/2)$. On remarque qu'il existe des petites ondulations temporelles dans le milieu. Si on calcul le nombre d'ondulations dans un temps bien définit, par exemple $t = 103$, on dénombre 16 ondulations, ce qui donne une fréquence $\omega = 1$, c'est à dire $\omega = \omega_{pe}$. Ces fluctuations correspondent au bruit thermique des électrons qui oscillent autour de leurs positions d'équilibre. Ce bruit thermique va intervenir surtout dans la direction parallèle vu que les électrons se déplacent principalement dans cette direction, ce qui va brouiller l'observation d'une éventuelle composante parallèle du champ électrique qu'on veut voir apparaitre. Afin de diminuer cet effet, on a augmenté l'amplitude magnétique de l'onde d'Alfvén jusqu'à $\delta B/B_0 = 0.3$ dans certaines simulations. Cette Approche peut nous sortir du domaine de la linéarité mais augmente également d'autres effets qui sont intéressants.

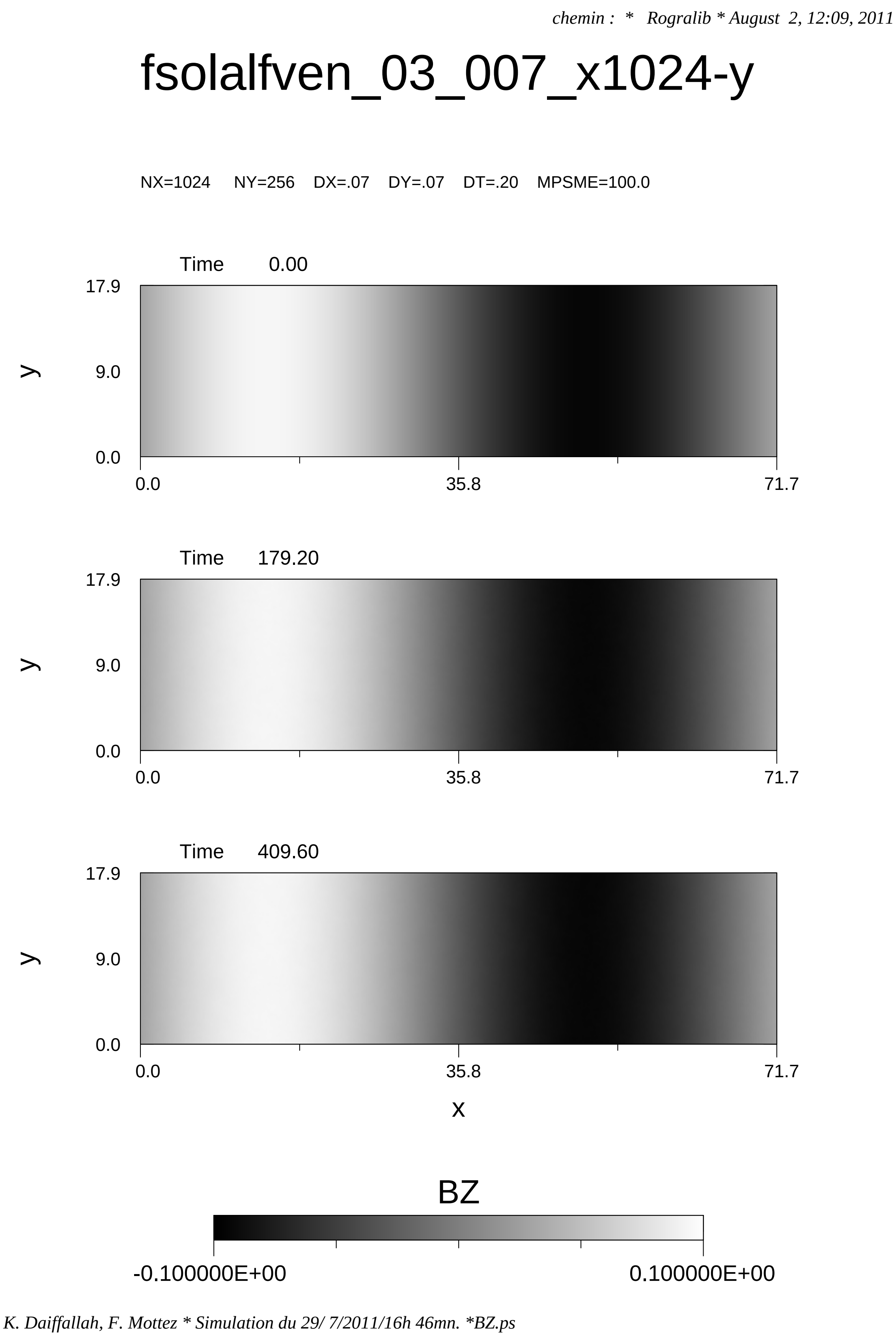


Figure 4.2: Carte du plan (x,y) qui montre le champ magnétique B_z à trois instants différents.

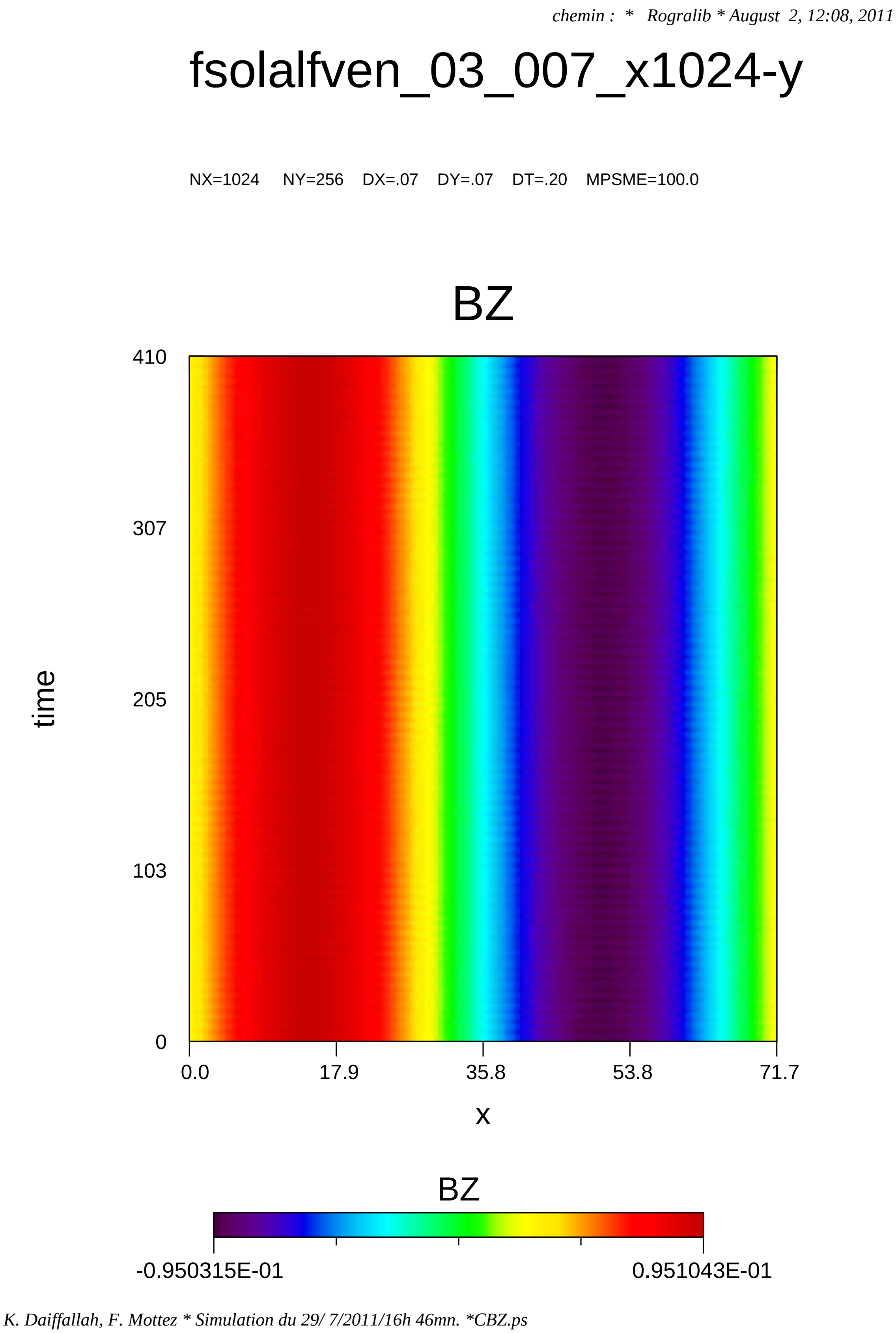


Figure 4.3: Diagramme temps-distance (x) du champ magnétique B_z au point de coordonnées ($L_x/4$, $L_y/2$).

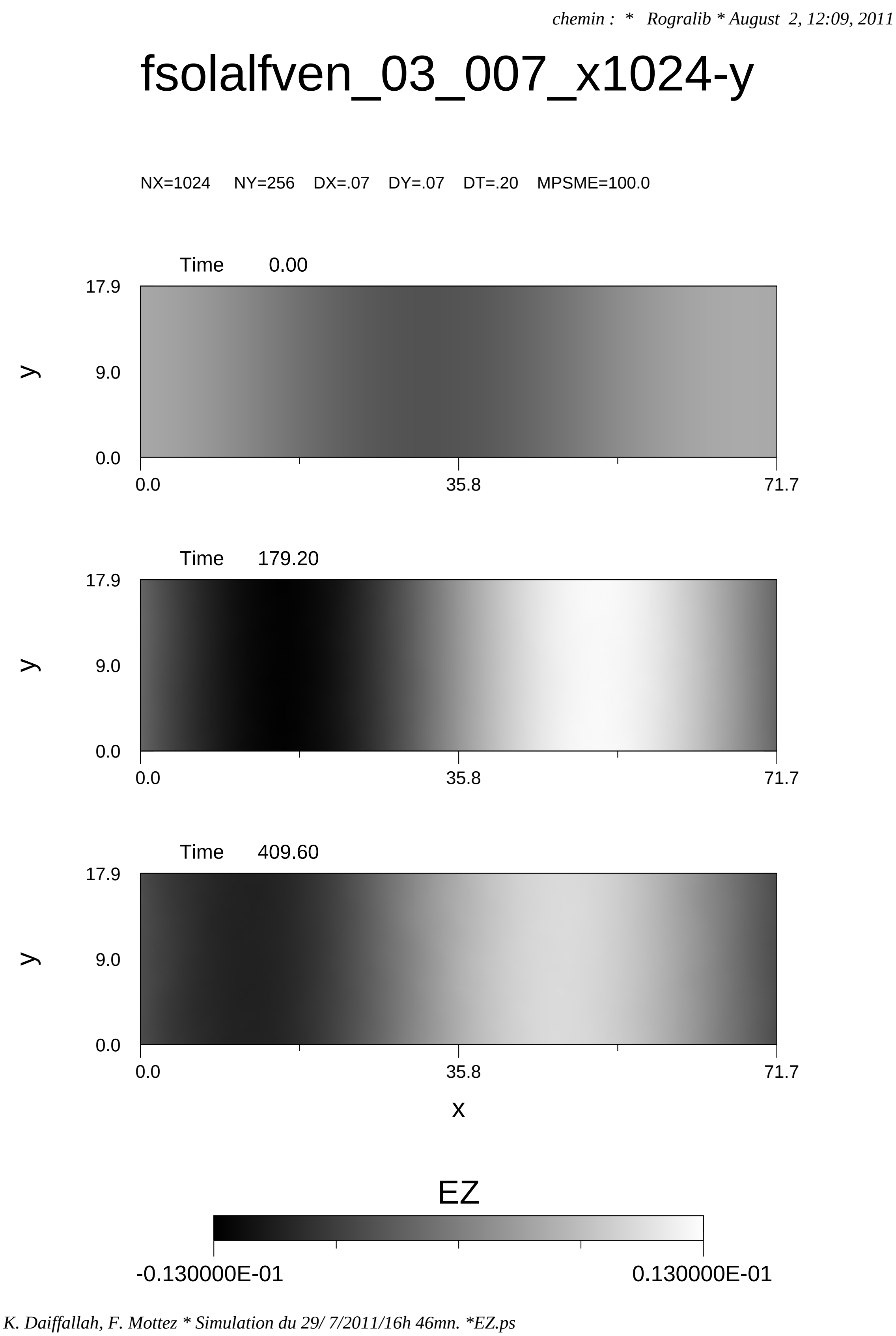


Figure 4.4: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique perpendiculaire E_z à trois instants différents.

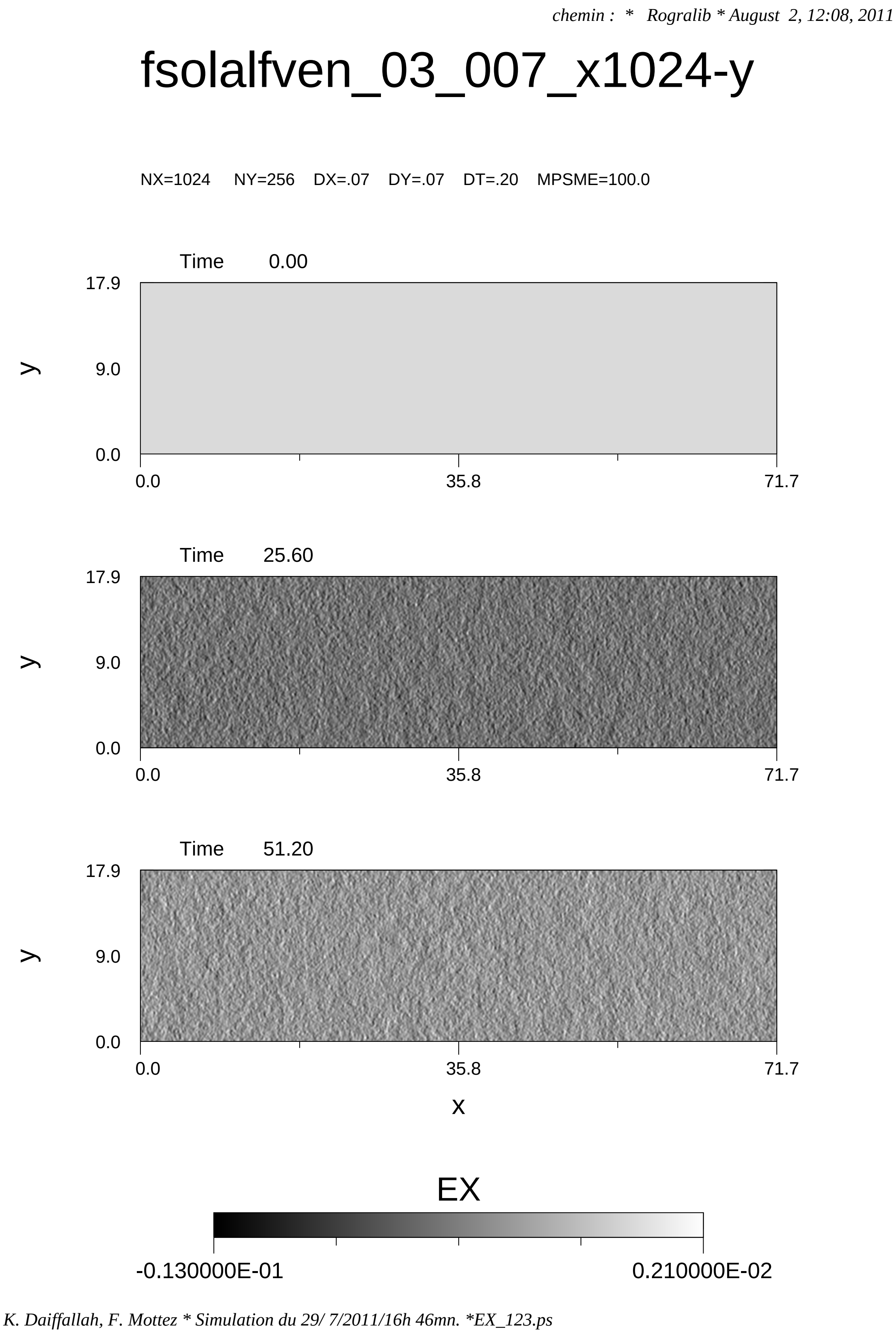


Figure 4.5: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x à trois instants différents.

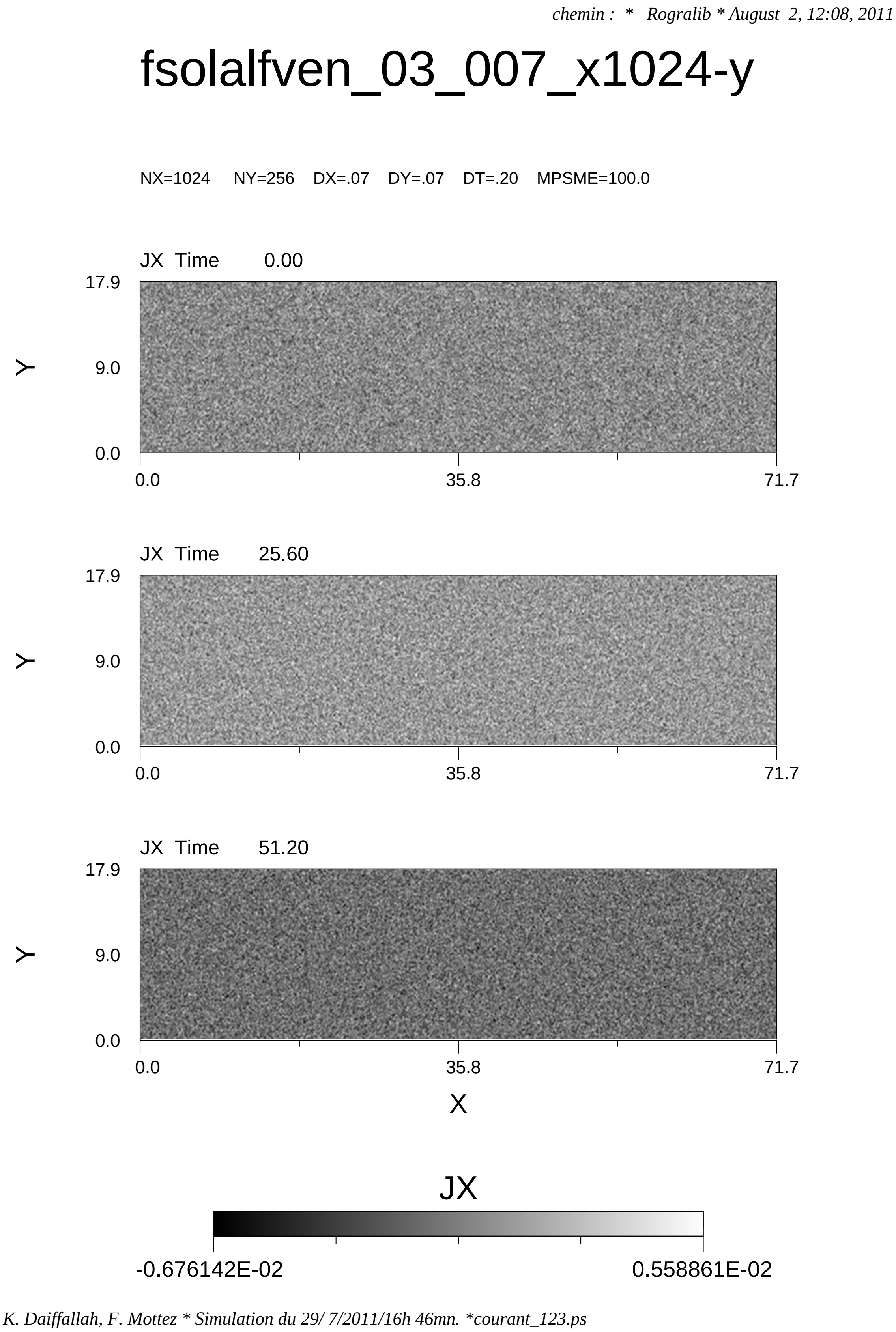


Figure 4.6: Carte du plan (x,y) qui montre le courant de densité J_x à trois instants différents.

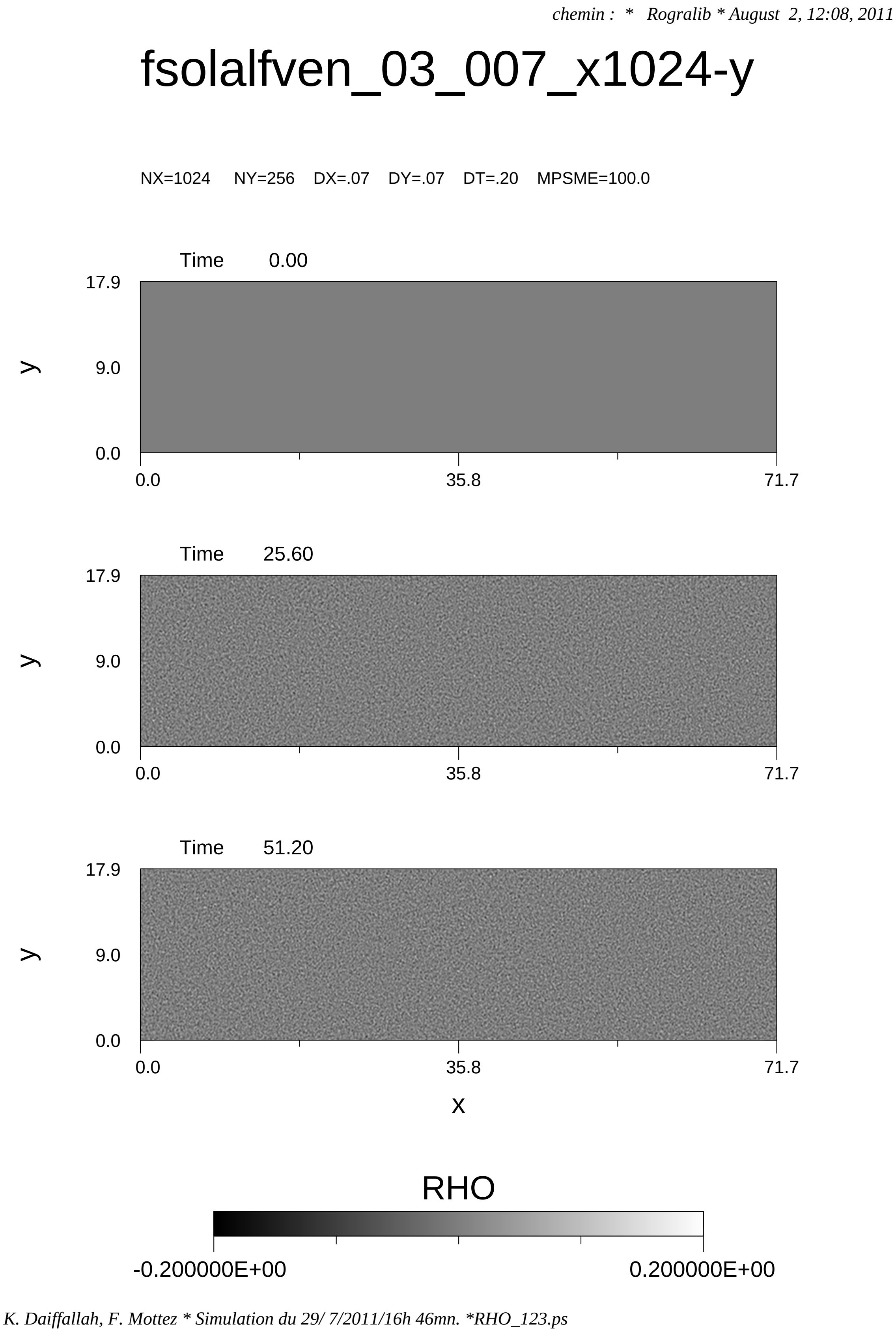


Figure 4.7: Carte du plan (x,y) qui montre la densité de charges à trois instants différents.

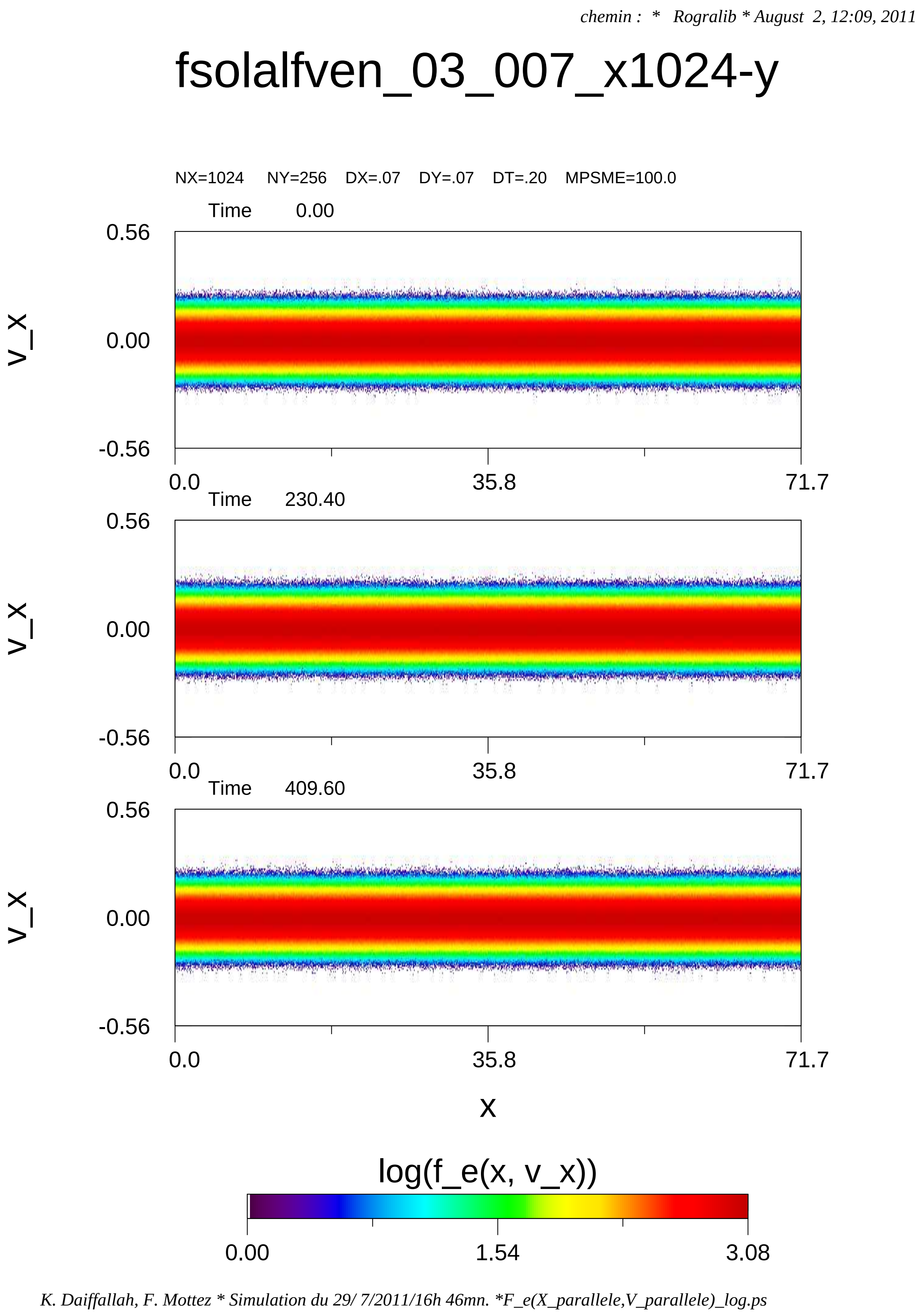


Figure 4.8: La fonction de distribution en vitesse parallèle des électrons (en échelle logarithmique) en fonction de la coordonnée x et de la vitesse V_x

4.3 Simulation de la propagation d'une onde d'Alfvén dans la couronne avec présence d'une cavité de densité

4.3.1 Initialisation de la cavité de densité

Le module "POSITIONS-INITIALISATION-SOBOL" assure une distribution non uniforme de la densité, il nous permet ainsi de répartir les particules selon un profil de densité $n(x, y)$ bien déterminé.

Dans la section 2.3, nous avons démontré à travers l'équation 2.74 que le potentiel "parallèle" est proportionnel au vecteur d'onde $k_\perp$. Dans notre simulation, la direction perpendiculaire est $\boldsymbol{y}$, et donc plus k_y est grand ($\lambda_y = 2\pi/k_y$ tres petite), plus le champ électrique parallèle crée est grand. Cette condition nous contraint à choisir des cavités de densités tres alongées dans la direction $\boldsymbol{x}$ par rapport à $\boldsymbol{y}$ ($L_y \ll L_x$).

On pose une cavité de densité sous la forme d'une Gaussienne

$$\frac{n(y)}{n_0} = 1 - p[\exp\{-Y^2/R^2\}], \tag{4.1}$$

où $Y = y - Ny/2$, N_y étant le nombre de cellules en y. Le paramètre p représente la profondeur de la cavité. Selon les observations de *Ulysse*, cette profondeur varie entre 0.50 et 0.75, ce qui justifie notre choix des valeurs de p dans nos simulations. Afin d'éviter un niveau de bruit thermique élevé, on place au minimum 10 particules par cellule. Le minimum de nombre de particules se trouve au milieu de la cavité, ce qui correspend à $n_0 = 40$ particules par cellule pour un $p = 0.75$, et n_0= 20 particules par cellule pour un $p = 0.50$.

Le rayon R est la demi-largeur de la cavité. Cette quantité est équivalente à la longueur d'onde perpendiculaire λ_y dans notre cas. Afin d'avoir une dispersion importante, et donc optimiser le rapport $E_\parallel/E_\perp$, il faut que R soit tres petit, mais aussi il doit être de l'ordre du double du rayon de gyration des ions pour les plasmas chauds, et de l'ordre de deux fois la longueur inertielle des électrons c/ω_{pe} pour les plasmas froids. Dans le cas contraire, la forme de la cavité sera modifiée très rapidement par le mouvement des particules. Les paramètres physiques que nous avons choisi pour la simulation de la couronne, tel que β, m_e/m_i, V_{Te} et B_0 nous indique que le milieu est un plasma chaud, ce qui nous permet d'écrire la condition pour R

$$2R \geq 2\pi Rg_i. \tag{4.2}$$

Dans cette condition, le signe "supérieur" est imposé pour assurer que la taille de la cavité reste toujours superieure au rayon de Larmor des ions et ainsi préserver la stabilité de cette dernière. On peut exprimer aussi la condition sur le nombre de cellules en y en assumant que la taille minimum de la cavité correspond à la taille du domaine y

$$(Ny)_{min} = \frac{2\pi Rg_i}{\Delta y}, \tag{4.3}$$

ou plus généralement

$$\frac{2\pi R g_i}{\Delta y} \leq Ny \ll Nx. \tag{4.4}$$

Afin de satisfaire cette condition, et à cause d'un problème numérique lié à la machine de calcul utilisée (qui n'est pas encore reglé), nous étions obligés dans toute nos simulations de diminuer la taille L_x au détriment de la taille L_y, par conséquent, la longueur d'onde $\lambda = L_x$ de l'onde d'Alfvén était réduite, et le rapport de fréquences devient $\omega/\omega_{ci} \geq 1$ lorsque $V_{Te} = 0.07$, ce qui nous rapproche le plus vers la branche cyclotronique électronique. Mais le comportement asymptotique de l'onde reste toujours le même que celui de l'onde d'Alfvén pure (Figure 3.6).

4.3.2 Conditions de stabilité de la cavité

La cavité doit être en équilibre MHD avec le milieu et le champ magnétique uniforme qui règne. Commençons par écrire l'égalité des pressions (pression magnétique + pression cinétique) à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité

$$n_0 T_0 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} = nT + \frac{B^2}{2\mu_0}. \tag{4.5}$$

Les variables avec l'indice 0 sont les variables à l'extérieur de la cavité. L'équation précédente devient

$$\frac{n}{n_0} = \frac{T_0}{T}\left[1 + \frac{1}{\beta_0}\left(1 - \frac{B^2}{B_0^2}\right)\right], \tag{4.6}$$

où $\beta_0 = 2\mu_0 n_0 T_0 / B_0^2$ est le paramètre plasma à l'extérieur de la cavité. En écrivant $B = B_0 + \delta B$ où δB est la perturbation magnétique de l'onde d'Alfvén, et en développant le terme entre parenthèses, on trouve

$$\frac{n}{n_0} = \frac{T_0}{T}\left[1 - \frac{2}{\beta_0}\frac{\delta B}{B_0}\right]. \tag{4.7}$$

On considère une température uniforme dans tout le domaine de la simulation $T = T_0$

$$\frac{n}{n_0} = 1 - \frac{2}{\beta_0}\frac{\delta B}{B_0} \tag{4.8}$$

donc

$$\delta B = B_0 \frac{\beta_0}{2}\left(1 - \frac{n}{n_0}\right), \tag{4.9}$$

d'où l'expression du champ magnétique parallèle qui est modifié ou “corrigé” par la présence de la cavité $BX = B_0 + \delta B$

$$BX = B_0\left[1 + \frac{\beta_0}{2}\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)\right]. \tag{4.10}$$

En tenant compte des normalisations définies au paragraphe 4.1, on calcul le paramètre β adimensionnel

$$\beta_0 = \frac{m_0 V_{Te}^2 n_0}{B^2}. \tag{4.11}$$

A l'extérieur de la cavité, on a $n = 1$ et $m = 1$, ce qui revient à écrire

$$\beta_0 = \left(\frac{V_{Te}}{B}\right)^2, \tag{4.12}$$

d'où finalement l'expression du champ magnétique parallèle corrigé, écrit en variables adimensionnelles

$$BX = B_0 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{V_{Te}}{B_0}\right)^2 \left(1 - \frac{n(y)}{n_0}\right)\right]. \tag{4.13}$$

On peut reconnaitre l'expression de la cavité de densité $n(x, y)/n_0$ qu'on a posé dans l'équation 4.1. Dans notre simulation, l'onde incidente était initialisée par rapport aux conditions extérieures de la cavité (voir sections précédentes), et donc l'onde va voir la cavité comme une perturbation de densité, et par conséquent une perturbation du champ magnétique uniforme B_0 comme on le voit dans l'équation 4.13.

On peut développer l'expression de l'équilibre MHD de la cavité autrement. L'équation 4.5 peut être écrite comme

$$T\delta n = -\frac{\delta B_x^2}{2\mu_0}, \tag{4.14}$$

où $\delta B_x(y)$ est la perturbation magnétique de l'onde d'Alfvén qui dépend de la coordonnée perpendiculaire y. La cavité qui est en équilibre MHD correspond à la polarisation d'une onde magnétoacoustique lente perpendiculaire (discontinuité tangantielle) avec une vitesse égale à la vitesse acoustique, donc on peut écrire $T \sim c_s^2$. L'équation 4.14 devient (Génot et al. 2000)

$$c_s^2 \Delta n(y) = -\frac{\Delta B_x(y)^2}{2\mu_0}. \tag{4.15}$$

La polarisation est donnée par l'équation 4.14.

L'équation 4.14 montre que la polarisation de l'onde incidente va subir un changement lors de son passage à travers la cavité. La modification du champ magnétique entraînera en principe un changement du rapport des fréquences ω_{ce}/ω_{pe}, or ces dernières sont fixées des le début de l'initialisation. Ceci ne va pas nous gêner car notre but est de voir comment la cavité va réagir par rapport au passage de l'onde d'Alfvén.

4.3.3 Simulation d'une cavité sans onde incidente

Il est intéressant de voir si une cavité seule sans onde incidente sera le siège de phénomènes particuliers par rapport à une cavité qui est parcourue par une onde d'Alfvén. Nous avons initialisé une simulation avec les mêmes paramètres que la simulation sans cavité, sauf pour la vitesse thermique des électrons qu'on a doublé $V_{Te} = 0.14$, et aussi on a augmenté la profondeur de la cavité qui vaut maintenant $p = 1$, soit le maximum (Figure 4.9)

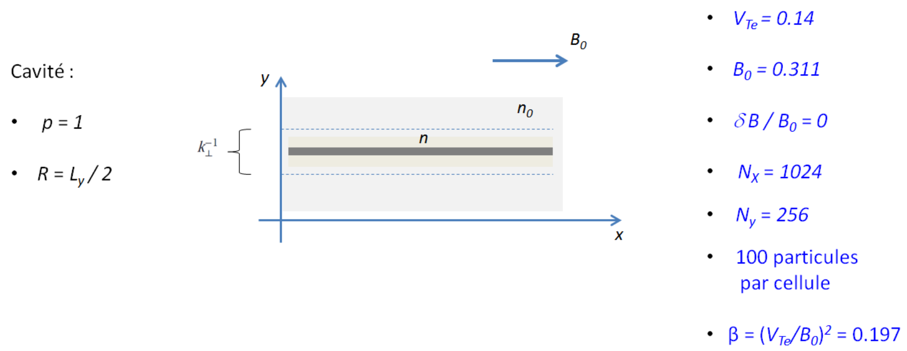


Figure 4.9: Une cavité de densité profonde sans onde incidente.

Le choix de ces conditions n'est pas fortruit car elles vont favoriser l'apparition des effets qu'on va observer sur la cavité. Cette simulation est représentée dans les figures de 4.11 à 4.15.

Les figures 4.11 et 4.12 montrent la composante du champ électrique E_y à trois instants différents au début puis à la fin de la simulation respectivement. On remarque d'abord l'existence d'un champ électrique E_y non nul sur une extension spatiale transversale limitée à l'intérieur de la cavité. On observe également des oscillations très faibles dans la direction perpendiculaire, symétriques par rapport au centre de la cavité. Alors que les électrons sont supposés confondus avec le centre de leur trajectoire circulaire autour des lignes de champ magnétique, les ions se déplacent mieux dans la direction transverse, ajoutons à cela le rayon de Larmor qui est fini, ceci donne un surplus d'ions et donc de charges positives près du centre de la cavité. Ainsi, des charges d'espace vont se former, et vont créer une composante perpendiculaire E_y localisée sur un canal très étroit. On constate que la taille de ce canal est de l'ordre du rayon de gyration des ions $Rg_i = 4.4436$ pour cette simulation, ce qui renforce cette hypothèse. A $t = 51.20$, la polarité du champ électrique E_y change de direction, et en même temps, les oscillations transversales sont amorcées. On explique le renversement du champ électrique E_y par le fait que ce dernier tend à ramener les ions vers les électrons, ainsi les ions vont neutraliser les électrons en créant d'autres charges d'espaces, et ainsi de suite. Il est possible que le processus s'arrête lorsque E_y sera si faible qu'il ne peut plus envoyer les ions vers les électrons et devient stationnaire. C'est ce qu'on observe entre $t = 358.4$ et $t = 409.6$, alors qu'il a suffit d'un interval de temps de $\Delta t = 25.6$ pour que E_y change de polarité entre les figures à $t = 25.6$ et $t = 51.2$. Les oscillations sont des perturbations électrostatiques semblables aux ondes de Langmuir, induites par le changement de charges d'espace sur les deux extrémités du canal, et c'est par le biais de ces oscillations que le champ E_y va perdre de la puissance à chaque changement de polarité jusqu' à la phase stationnaire.

La figure 4.13 montre la densité des charges électriques durant la phase finale de la simulation. La densité de charges semble suivre la variation de polarisation du champ E_y. On observe également des oscillations transversales de densité de charges qui correspondent aux perturbations causées par le champ E_y sur la cavité.

Dans la figure 4.14 qui montre la composante du champ électrique E_z, on observe l'apparition de petites structures le long de la cavité. Ces dernières commencent à apparaître à $t = 51.2$ sous forme d'ondulations locales au centre de la cavité, puis elles

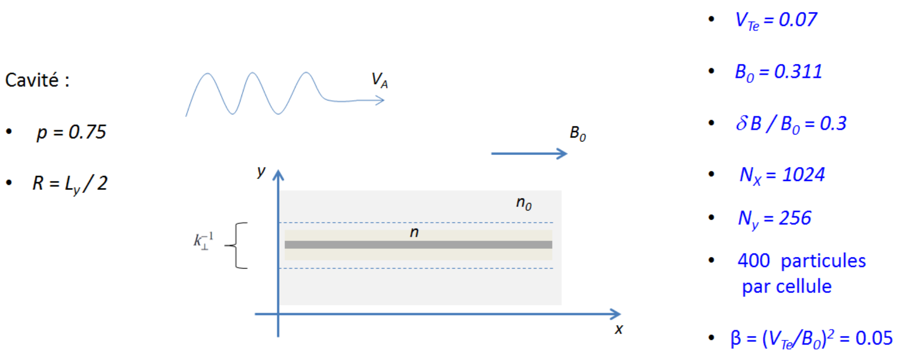


Figure 4.10: Propagation d'une onde avec présence d'une cavité de densité.

se developpent avec le temps pour devenir quasi-circulaires à $t = 409.6$. A la fin de la simulation, ces structures deviennent le lieu où le champ E_z est maximum. On signale aussi l'existence d'oscillations transversales à partir de $t = 25.6$, avec une fréquence qui semble différente de celle de E_y. Il est possible que ce changement de fréquence soit dû aux perturbations qui sont créées par la formation des structures qu'on a décrit ci-dessus. Des petites structures mais très diffuses et moins détachées apparaissent également dans E_x, visibles dans la figure 4.15, mais aussi dans B_y et B_z le long de la cavité, avec absence totale d'oscillations transversales ou d'autres perturbations.

L'origine de ces petites échelles reste inconue pour nous pour le moment, Il est possible qu'il s'agisse d'instabilité. Des investigations sont en cours pour élucider leur nature et leur formation.

4.3.4 Simulation typique de la propagation d'une onde d'Alfvén avec présence d'une cavité de densité

Les figures de 4.18 à 4.26 sont un exemple d'une simulation typique de la propagation d'une onde d'Alfvén dans la couronne solaire avec présence d'une cavité de densité (Figure 4.10). La profondeur de la cavité est $p = 0.75$, ce qui donne une densité centrale 4 fois inférieure à la densité externe. La largeur de la cavité est $R = L_y/2$ où L_y est la largeur du domaine de simulation.

Vu l'importance de cette simulation pour notre étude, on a augmenté le nombre de particules, ce plasma comporte 104.857.600 particules des deux espèces dans la grille, soient 400 particules par cellule. Il y a toujours 2048 pas de temps avec $\Delta t = 0.2$ et $t_{max} = 409.6$. La taille du domaine de simulation est $L_x = 71.7$ et $L_y = 17.9$ avec $\Delta x = \Delta y = V_{Te} = 0.07$. Le rapport de masse ion-électron est $m_i/m_e = 100.0$. L'amplitude de l'onde est de $\delta B = 0.3B_0$ avec $B_0 = 0.315$. L'onde incidente est polarisée circulairement droite. La longueur d'onde est $\lambda_0 = L_x = 71.68$. La vitesse d'Alfvén est de 0.0315. Le paramètre du plasma $\beta = (V_{Te}/B_0)^2 = 0.05$. Le rayon de gyration des ions pour cette simulation est $Rg_i = 2.2218$, soit le huitième de la largeur du domaine de simulation L_y, ainsi la condition de stabilité de la cavité établie dans l'équation 4.2 est respectée.

La figure 4.18 montre la densité électronique n_e à trois instants différents, la cavité de densité est bien visible est centrée à $L_y/2$. A $t = 0$, on voit bien que la cavité n'est pas perturbée et demeure rectiligne le long de l'axe $\boldsymbol{x}$. Au fur et à mesure que l'onde

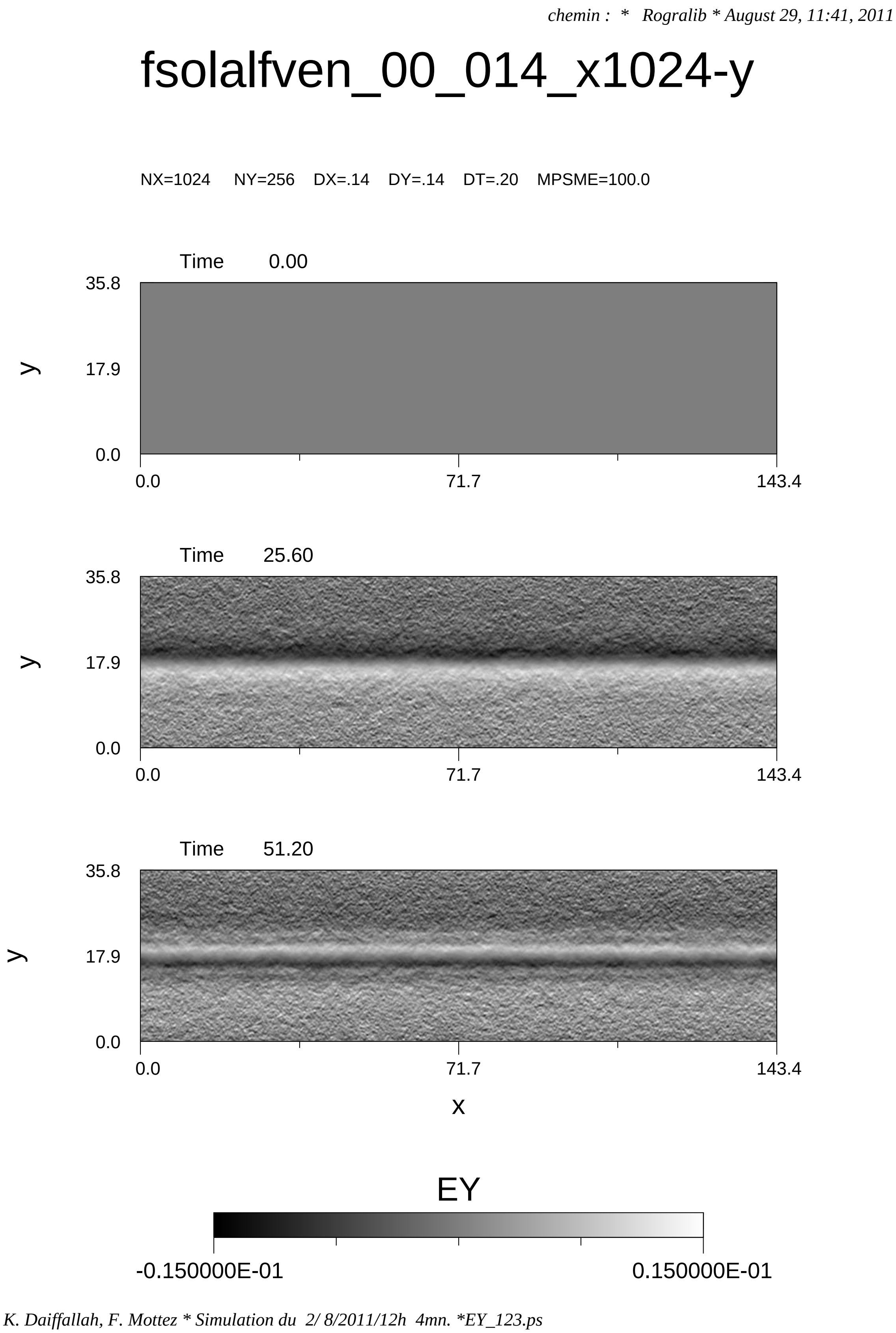


Figure 4.11: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique E_y aux trois instants du début de la simulation.

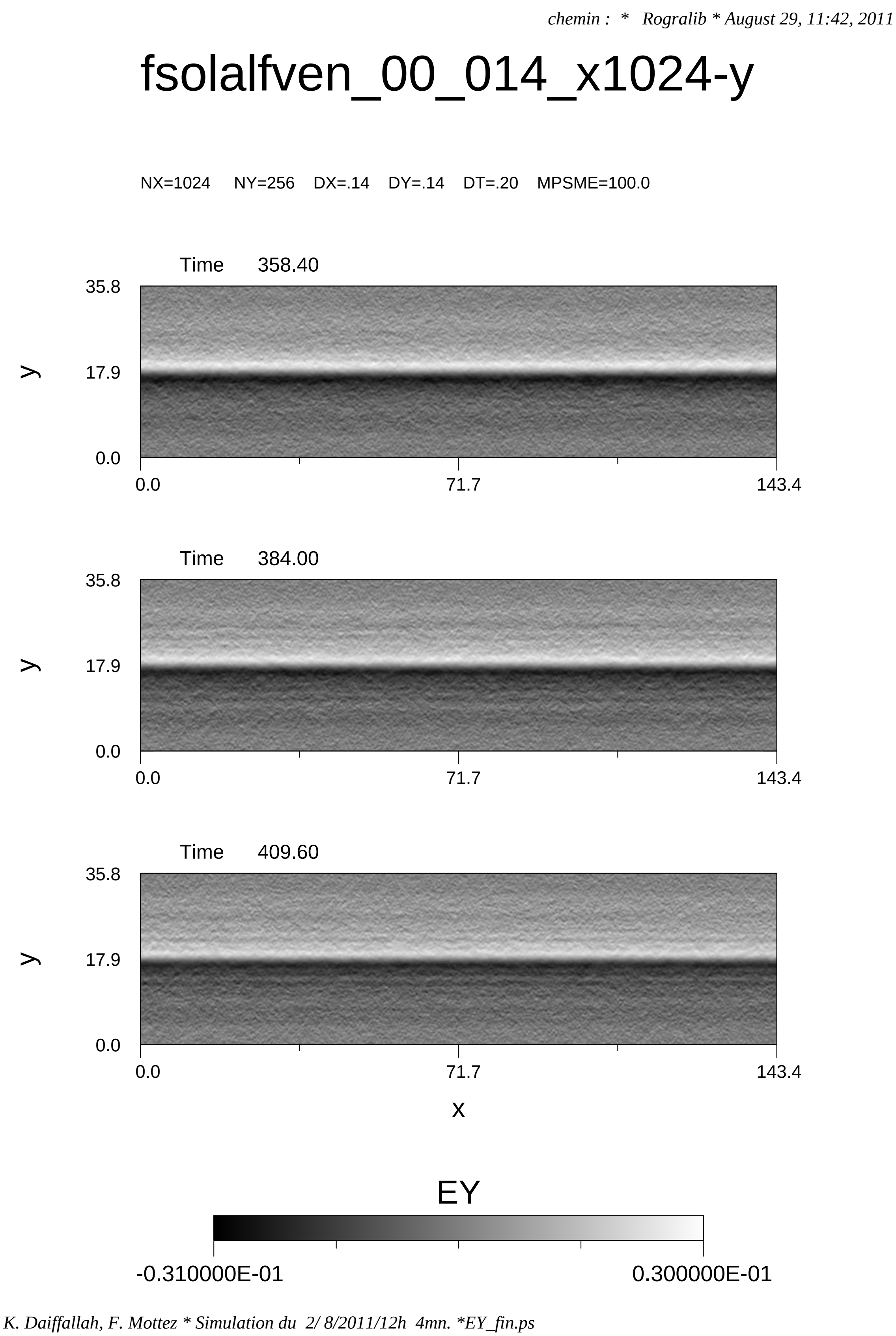


Figure 4.12: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique E_y aux derniers instants de la simulation.

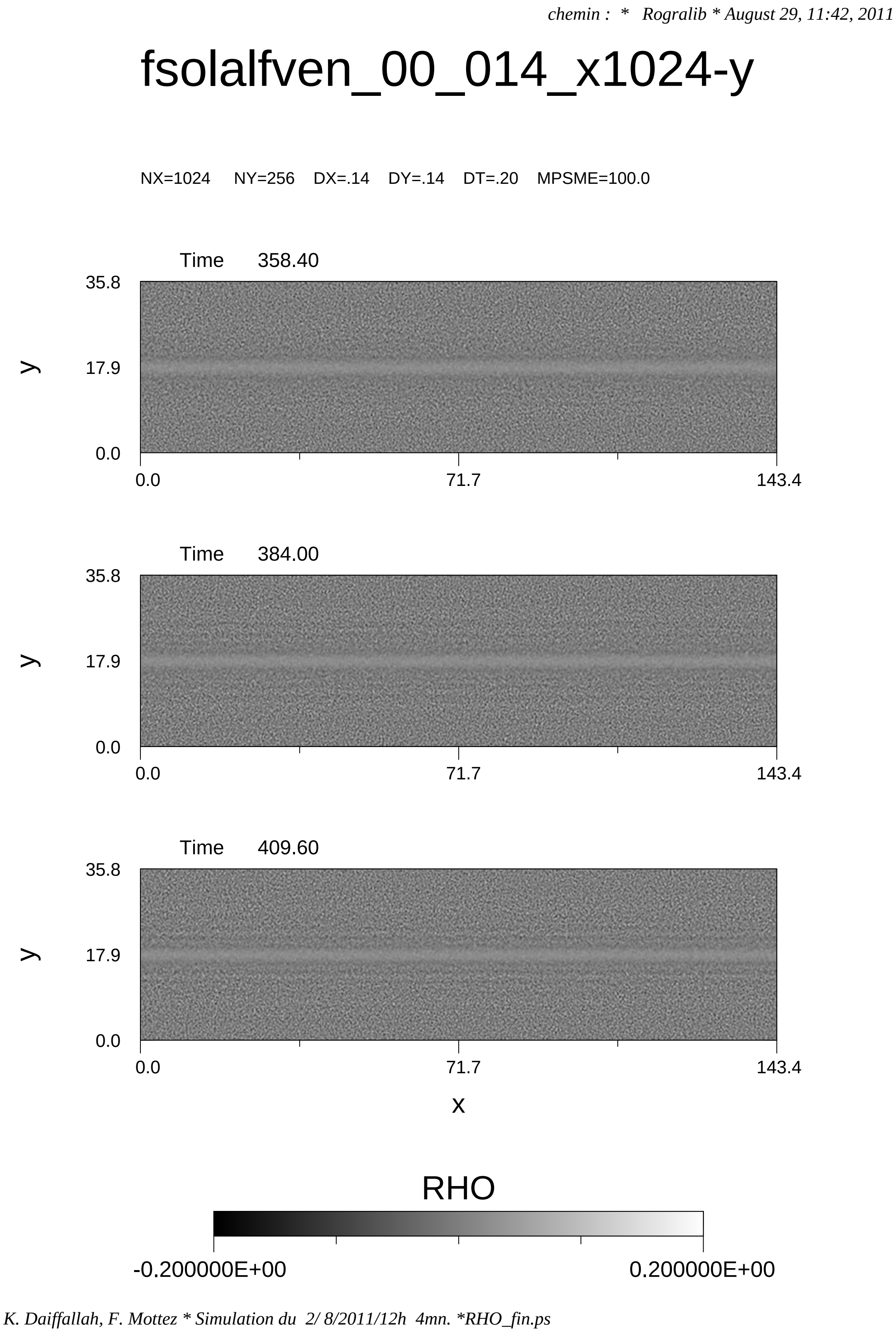


Figure 4.13: Carte du plan (x,y) qui montre la densité de charges à trois instants différents.

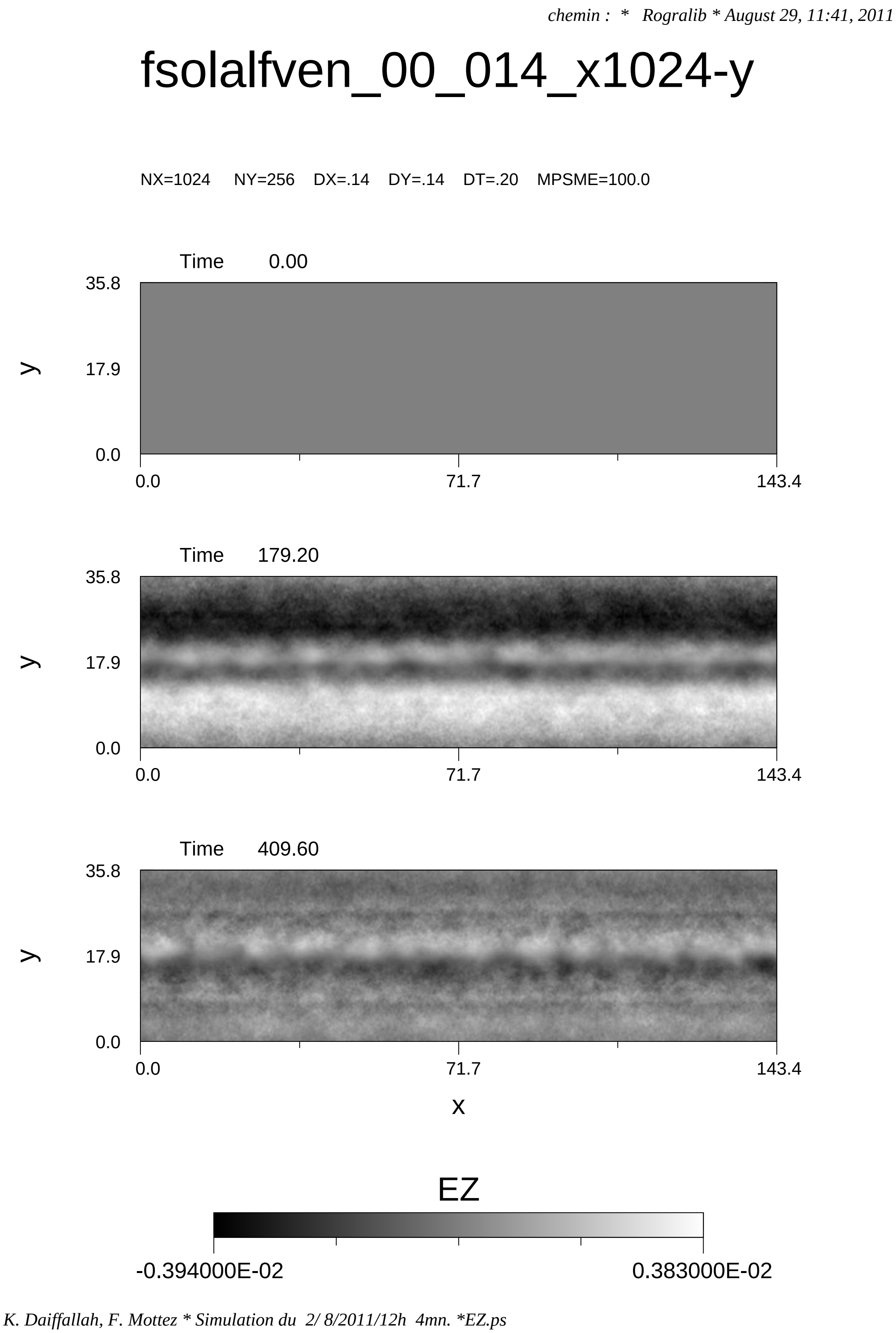


Figure 4.14: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique perpendiculaire E_z à trois instants différents.

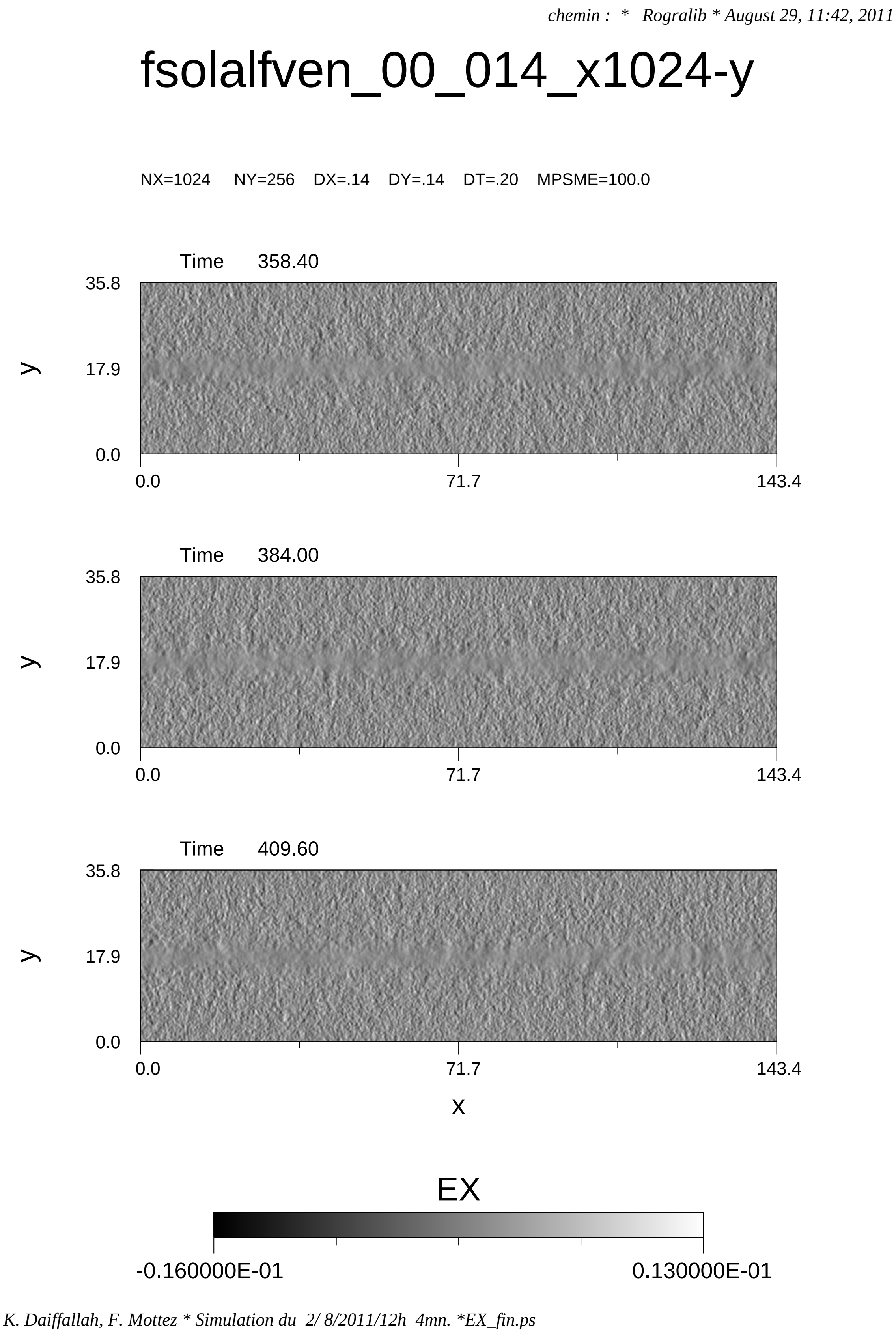


Figure 4.15: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x à trois instants différents.

d'Alfvén traverse la cavité, on voit que cette dernière commence à prendre une forme ondulée. Cette oscillation de la cavité autour de sa position initiale est causée par la vitesse de dérive $E_z \times B_0/B^2$ (équation 2.46) qui est indépendante de la charge électrique et entraine l'ensemble des particules. Un fait important également, c'est que la cavité ne se dissipe pas, elle se maintient durant toute la simulation.

La figure 4.19 montre la composante parallèle B_x du champ magnétique dans le plan (x,y) à trois instants différents. On rappelle ici que pour une propagation à $k_\perp = 0$ dans un plasma uniforme, l'onde d'Alfvén incidente ne possède pas une composante de champ magnétique suivant la direction $\boldsymbol{x}$. Nous avons vu dans la sous-section 4.3.2 que la stabilité de la cavité se manifeste par l'ajout d'un terme de correction au niveau du champ magnétique uniforme B_0 (équation 4.13). Le terme de correction change dans la direction y à travers le terme $n(y)/n_0$ et ainsi il couvre toute la cavité en donnant une valeur de champ magnétique parallèle différente de celle du milieu ambiant B_0. Le calcul montre que $BX_{max} = 0.315315$ au centre de la cavité, et $BX_{min} = 0.3151025$ aux deux extrémités de la cavité, soit un écart de l'ordre de 10^{-4}, ceci justifie le fait qu'on voit un champ magnétique presque uniforme dans la figure 4.19 à $t = 0$. A mesure que le temps passe, on voit que l'écart se creuse entre BX_{max} et BX_{min}, par exemple à $t = 179.20$, on déduit de la carte que $BX_{max} = 0.3266$ et $BX_{min} = 0.2800$, ce qui est équivalent à $n/n_0 = -1.95$ et $n/n_0 = 9.88$ respectivement si on utilise l'équation 4.13!. Ces résultats annoncent l'apparition de d'autres effets cinétiques et des perturbations qui vont s'ajouter et qu'on va expliquer dans les pages qui suivent.

Dans la figure 4.20, le champ électrique E_z est représenté dans le plan (x,y) pour trois temps différents. A $t = 179.20$, on voit que le front d'onde est complètement déformé par la présence de la cavité, en particulier à $L_y/2$ où la densité est au minimum. Dans un plasma uniforme, nous avons vu que la vitesse de phase de l'onde d'Alfvén dans la direction $\boldsymbol{x}$ est égale à la vitesse d'Alfven, cette dernière augmente si la densité du milieu diminue. A présent, on calcule la vitesse de phase de l'onde en présence de la cavité. Nous avons vu que notre milieu est un plasma chaud, on va donc utiliser la relation de dispersion donnée par l'équation 2.72. Dans notre cas où $k_\perp \gg 1$, avec $T_i = T_e$, on peut faire l'approximation suivante: $\omega^2 \sim (7/4)k_\parallel^2 k_\perp^2 V_A^2 Rg_i$, et donc la vitesse de phase de l'onde dans la direction parallèle $\omega^2/k_\parallel^2 = V_\phi^2 \sim (7/4)Rg_i V_A^2(2\pi/\lambda_y)$. En se rapprochant du centre de la cavité, l'échelle de distance λ_y tend vers zero, et la vitesse d'Alfvén augmente, ce qui augmente V_ϕ au centre et explique la déformation du front d'onde à ce niveau. Dès les premiers instants de la simulation (t=25), la distorsion de l'onde fait pivoter le vecteur d'onde k d'un certain angle, ainsi $k_\parallel$ diminue au détriment du vecteur d'onde perpendiculaire $k_\perp$ qui augmente considérablement et donne naissance à un champ électrique parallèle E_x (voir équation 2.74). Dans la section 2.4, nous avons écrit l'expression du champ électrique parallèle en présence d'une cavité de densité, c'est l'équation 2.86, on peut réécrire cette dernière en l'adaptant à notre géométrie

$$\frac{\partial E_\parallel}{\partial x} = \frac{-c^2}{V_A^2 \omega_{pe}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial \ln n}{\partial y} E_y \right) \tag{4.16}$$

avec $\alpha^2 = B_0/B_x \approx 1$ et $E_x = \frac{\partial \ln \alpha^2 n}{\partial x} = 0$.

Cette relation a été établie dans le cadre d'un plasma froid, mais on a vu que la limite entre les deux régimes du plasma n'est pas aussi rigoureuse, d'autant plus que l'utilisation de cette relation pour une analyse locale ne se contredit pas avec le fait que le milieu est un plasma chaud, ce qui va nous permettre de comprendre mieux ce qui se passe en général. On voit dans cette relation qu'il y a deux termes qui sont responsables de l'apparition d'un champ électrique parallèle, le premier terme correspond bien à $E_{\|}$ créé par la distorsion du front d'onde. Ce champ parallèle primaire correspond à une onde d'Alfvén cinétique classique. On peut constater l'apparition d'un champ parallèle E_x à un stade avancé de la simulation dans la figure 4.21 à $t = 25.6$ qu'on peut attribuer à la distorsion du front d'onde. La distorsion de l'onde peut donner naissance aussi à un champ magnétique parallèle B_x qui va s'ajouter à BX dans la figure 4.19 à $t = 179.20$.

La présence d'un fort gradient de densité ($\partial \ln n/\partial y$) dans l'équation 4.16 rend le 2ème terme très important et souvent dominant lorsque ($\partial \ln n/\partial y$) $\geq k_\perp$. On peut interpréter ce terme de la manière suivante: lorsque l'onde d'Alfvén se propage, il y a apparition d'un courant de dérive de polarisation dans la direction transverse. Ce courant est formé par des ions et son expression est $J_y = \frac{n_i m_i}{B^2}\frac{\partial E_y}{\partial t}$ (équation 2.47). Ce déplacement d'ions va créer des charges d'espace au niveau des gradients de densité de la cavité et sur une grande extension parallèle.

Le signe de ces charges peut être alterné par le champ perpendiculaire de l'onde incidente $\partial E_{AW}/\partial t$, mais d'un autre coté, un champ électrique parallèle E_x va naître entre les charges opposés situées dans la cavité, ce dernier peut également compenser cette non neutralité (Voir figure 4.16 pour plus d'illustration). Pour voir plus clair, il est instructif de comparer entre la valeur du champ électrique perpendiculaire de l'onde incidente, et celui créé par les charges de polarisation $|E_y|_{max}$ (Génot et al. 2004). D'abord on peut estimer grossièrement la valeur du champ $|E_y|_{max}$ à partir de l'équation de Poisson, en assumant que le champ parallèle est nul. Ecrivons l'équation de Poisson dans les unités adimensionnelles qu'on a adopté

$$|E_y|_{max} = \Delta n \;\; \Delta y, \tag{4.17}$$

on a aussi $\Delta n = \frac{n_{max}}{n_0} - \frac{n_{min}}{n_0} = 1 - \frac{n_{min}}{n_0}$,

d'où finalement

$$|E_y|_{max} = \left(1 - \frac{n_{min}}{n_0}\right)(\Delta y)_{max}. \tag{4.18}$$

$(\Delta y)_{max}$ est la plus large séparation spatiale entre les ions et les électrons dans la cavité. On peut définir $(\Delta y)_{max}$ comme

$$(\Delta y)_{max} = (v_p)_{max} \;\; \Delta t, \tag{4.19}$$

où $(v_p)_{max}$ est la vitesse maximum de polarisation par les ions . L'intervalle de temps Δt correspond en principe à la demie période de l'onde d'Alfvén $\Delta t \approx T/2$. Mais dans notre simulation, le temps maximum qu'on a utilisé est $T = 409.6$, bien inférieur à la demie période de l'onde qui est $T/2 = 757$. L'expression de $(v_p)_{max}$ est déterminée comme suit:

Le courant ionique de polarisation s'écrit comme

$$J_y = \frac{N_i m_i}{B^2}\frac{\partial E_{AW}}{\partial t} = N_i e v_p \tag{4.20}$$

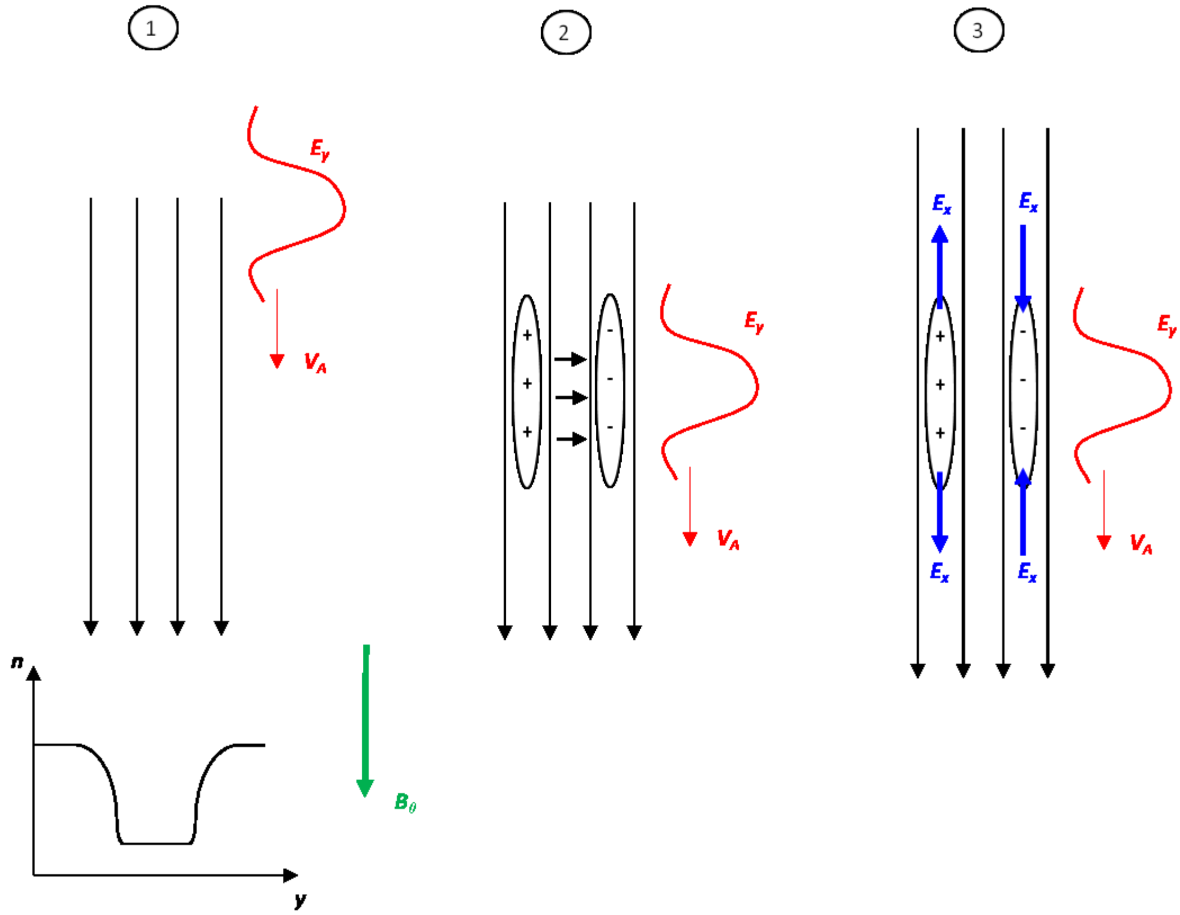


Figure 4.16: Schéma illustratif qui montre le processus physique qui conduit à la formation de champs électriques parallèles: (1) une onde d'Alfvén qui arrive sur une cavité où la densité varie dans la direction transversale (y), (2) la dérive de polarisation induite par l'onde crée une séparation des charges sur les gradients par déplacement des ions, (3) l'écart à la neutralité électrique est compensé par la formation de champ parallèle E_x (Génot 1999).

où E_{AW} est le champ de l'onde incidente, et donc

$$v_p = i\frac{\omega}{\omega_{ci}}E_{AW} \tag{4.21}$$

avec $\omega_{ci} = eB/m_i$ et $\partial E_{AW}/\partial t = i\omega E_{AW}$.

De la simulation, on a $\omega/\omega_{pe} = 4.15 \times 10^{-3}$, et aussi $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.315$, et en utilisant également $\omega_{ce}/\omega_{ci} = 100$, on peut déduire que $\omega/\omega_{ci} \approx 1.317$.

L'équation 4.18 devient

$$\frac{|E_y|_{max}}{E_{AW}} = \left(1 - \frac{n_{min}}{n_0}\right)\frac{\omega}{\omega_{ci}}\frac{T}{2}, \tag{4.22}$$

ce qui donne

$$\frac{|E_y|_{max}}{E_{AW}} \approx 176. \tag{4.23}$$

En absence de champ électrique parallèle, la perturbation électrostatique induite par la dérive de polarisation est beaucoup plus large que la perturbation de l'onde d'Alfvén, et donc pour rétablir la neutralité des charges, le champ électrique parallèle va jouer le role principal. Comme les électrons ont la plus faible inertie par rapport aux ions et donc ils sont plus rapides, la direction parallèle est celle la plus favorisée pour la restauration de la neutralité électrique.

Pour une onde d'Alfvén, on peut écrire $E_{AW} \approx E_z = V_A \delta B$. Dans la simulation on a $\delta B = 0.3 B_0$ et $V_A = 0.0315$, d'où $E_{AW} \approx 0.003$ et $|E_y|_{max} \approx 0.528$. A partir de l'équation 4.19 où on a $(\Delta y)_{max} \approx 0.81$, on constate que la séparation maximale entre les ions et les électrons dans la cavité est de l'ordre de $11\lambda_D$ dans la direction perpendiculaire ($\lambda_D = 0.07$). Cette valeur est une estimation de la largeur de la région d'accélération.

Dans la figure 4.21, on voit que le champ E_x commence à apparaitre à $t = 51.20$. La figure 4.22 montre la composante parallèle du champ, E_x, durant les derniers stades de la simulation. On remarque d'abord une forme double de la cavité. On explique ceci par la concentration des charges d'espace dans les deux extremités transverses de cette dernière. On observe aussi une alternance des champs locaux durant les trois instants de la simulation en passant d'un maximum à un minimum et vice versa. Vu que l'onde n'a pas beaucoup avancé durant ces trois instants proches, on peut pas attribuer ce changement de champ et donc de charges électriques au terme $\partial E_y/\partial t$ de l'onde, mais plutôt au déplacement parallèle des électrons (qui circulent mieux parallèlement), causé par le champ E_x qui est assez important. Ce déplacement va permettre un changement de signe des charges et par conséquent un champ électrique local intermittent. Un calcul approximatif du rapport $(E_x)_{max}/(E_y)_{max}$ dans la coordonnée (44.7, 6) en E_x à $t = 409.6$ et la coordonnée (40.3, 9) en E_y à $t = 384$ nous donne $E_x/E_y \sim 0.32$, ce qui est énorme. On peut utiliser l'équation 2.81 pour calculer ce rapport. Dans notre cas où le milieu est un plasma chaud, on a $E_x/E_y \sim (7/4) R g_i^2 k_\parallel k_\perp$. Si on fait l'approximation que $k_\parallel \approx 2\pi/L_x = 0.0876$ et $k_\perp \approx 2\pi/L_y = 0.35$, on trouve que $E_x/E_y = 0.265$, ce qui n'est pas tres loin de la valeur 0.32 qui est entaché d'erreurs de mesure. Pour comparaison, le rapport $E_\parallel/E_\perp$ est de l'ordre de 0.01 dans l'étude menée par Génot et al. (2000) qui concerne l'accélération des électrons dans la magnétosphère terrestre, et de l'ordre de 0.005 en absence de cavité dans le même milieu. On peut expliquer cette valeur élevée par le fait qu'on a exagéré l'amplitude de l'onde, et aussi par la profondeur de la cavité qui est assez importante (Mais il y a un manque d'études ou de données observationelles concernant ce rapport dans la couronne solaire).

La figure 4.23 montre la composante perpendiculaire E_y du champ électrique durant les trois derniers instants de la simulation. D'abord on observe des petites oscillations dans la direction transversale qui couvrent pratiquement tout le domaine de la simulation, elles correspondent aux oscillations de la cavité au repos qu'on a décrit dans la sous-section 4.3.3 (Voir figure 4.12). Ces derniers semblent suivre les déformations de la cavité, mais elles restent principalement rectilignes.

On remarque une similitude entre cette carte et celle de E_x durant les mêmes instants. Ceci est normal car c'est le terme de dérive de polarisation $\partial E_y/\partial t$ qui va donner naissance au champ parallèle E_x à travers la cavité de densité. Si on reprend l'équation 4.16, et supposant qu'on est dans le régime où le deuxième terme est le plus dominant, ceci nous permet d'écrire que $E_\parallel \; \alpha \; \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial y} E_y$. Un calcul explicite de la valeur de $\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial y}$ au point (44.7, 6) où le champ parallèle est maximum nous donne $\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial y} = 0.154$, or nous avons trouvé

$E_x/E_y \sim 0.32$, on trouve bien un facteur de proportionalité entre $E_\parallel$ et $\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial y}$ qui est égale approximativement à 2, donc on peut écrire cette expression comme $E_\parallel \sim \frac{2}{n}\frac{\partial n}{\partial y}E_y$. On voit bien dans les cartes de E_y et E_x que les amplitudes du champ perpendiculaire sont plus grandes que celles du champ parallèle.

Une remarque importante aussi, c'est que le signe de E_x est lié au signe du gradient de densité $\partial n/\partial y$, ce qui nous ramène à une conclusion très importante : les maxima du champ parallèle E_x se situent au niveau des forts gradients de densité, où on a le plus de charges électriques. C'est également cette concentration de charges électriques qui façonne l'aspect de B_x dans la figure 4.19 à $t = 179.2$ et $t = 409.5$ à travers le terme $n(y)/n_0$ dans l'expression de B_x. D'ailleurs les maxima de B_x correspond bien aux maxima observés dans la carte du champ électrique parallèle E_x. L'onde incidente peut être déformée d'avantage par ces régions de fort gradient de densité de charges créées, comme le montre également la figure 4.20 à $t = 409.6$.

Dans la figure 4.23, on peut observer la contribution du champ perpendiculaire créé par les charges d'espaces, au champ perpendiculaire de l'onde d'Alfvén incidente. Lorsque les deux champs sont dans le même sens, on remarque que E_y des charges d'espaces sera renforcé dans le gradient positif de l'onde, et diminué dans le gradient négatif. On peut observer cet effet à $t = 358.4$ par exemple. Dans un temps ultérieur $t = 384$, on remarque que la tendance est un peu inversée, les régions diminuées dans le gradient négatif se renforcent, et les régions renforcées dans le gradient positif diminuent. Comme nous l'avons expliqué pour le champ E_x de la figure 4.22, le champ électrique parallèle créé par les charges va faire circuler des électrons qui vont inverser la polarisation au niveau de la cavité, par conséquent, le sens du champ perpendiculaire dû aux charges d'espaces va s'inverser par rapport au champ de l'onde, ce qui explique ce changement. A $t = 409.6$, les conditions deviennent similaires à celles de E_y à $t = 358.40$, ainsi les deux figures vont se rapprocher un peu.

L'émergence de petites structures perpendiculaires lors de la formation de E_y a été constatée lors de cette simulation (analogues au $k_\perp$ d'une onde sinusoïdale). Ces structures apparaissent très tôt dans la simulation, au moment où le front d'onde est distordu par la cavité, et ils atteignent une taille maximum de l'ordre de l'échelle caractéristique du milieu.

Les Figures 4.24 et 4.25 montrent le courant de densité parallèle J_x et la vitesse de déplacement parallèle V_{Xe} des électrons respectivement. Ce courant est une manifestation directe du champ électrique parallèle créé qui donne aux électrons leurs vitesses. Les maxima et minima du champ E_x doivent coincider avec celles du courant J_x, c'est l'inverse pour la vitesse V_{Xe}.

Nous avons vu que le champ électrique parallèle produit est assez puissant pour générer des courants entre les charges électriques, et donc l'accélération des électrons est une évidence dans notre simulation, cependant, le tracé de la fonction de distribution de la vitesse parallèle des électrons dans la figure 4.26 montre que cette dernière reste globalement centrée autour $V_{Xe} = 0$, comme dans le cas de la figure 4.8, alors que s'il y avait une accélération des électrons, la fonction de distribution serait centrée autour d'une vitesse non nulle. On explique ceci par le fait que la fonction de distribution est tracée pour toutes les valeurs de y et pas pour une valeur locale, par conséquent, la contribution de toutes les vitesses parallèles le long de y sera nulle. Par ailleurs, on peut remarquer que la population d'électrons qui est au centre de la fonction de distribution fluctue très

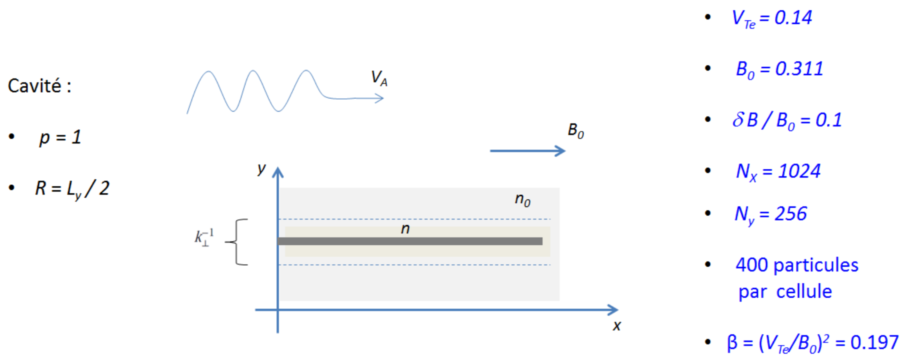


Figure 4.17: Propagation d'une onde avec présence d'une cavité profonde.

légèrement autour de $V_x = 0$, ce qui veut dire que pour un x fixe, on peut avoir $V_x \neq 0$.

Aussi, on n'observe pas un faisceau d'électrons bien distinct qui se détache de la cavité comme dans le cas des simulations dans la zone aurorale, ce qui se traduit par l'absence d'un deuxième pic dans la carte de la distribution de vitesse (Instabilité de type faisceau). Ceci marque la différence entre notre milieu qui simule la couronne solaire et la simulation dans la zone aurorale. Le champ magnétique dans la zone aurorale est beaucoup plus puissant que dans la couronne, ce qui donne une forte accélération aux électrons et stabilise plus la cavité de densité.

Avec un plasma chaud, la vitesse thermique de l'électron est supérieure à la vitesse de phase de l'onde, mais il existe une minorité d'électrons où leur vitesse est inférieure à celle de l'onde, cette population va subir un processus d'amortissement Landau, c'est à dire ces électrons vont subir un transfert d'énergie de la part de l'onde d'Alfvén et seront accélérés dans la direction parallèle. Par le même processus, l'autre population d'électrons va plutôt transférer son énergie à l'onde d'Alfvén qui va accélérer à son tour les électrons.

On remarque que la largeur de la fonction de distribution des vitesses parallèles des électrons est légèrement supérieure à celle d'un milieu sans présence d'une cavité, cette largeur n'est que la vitesse thermique des électrons, ceci confirme que les électrons ont reçu une énergie de la part de l'onde et qui va les accélérer.

Cette interaction onde-particule se confirme également par l'atténuation de l'onde incidente au cours de la propagation. L'accélération sera plus efficace dans le sens de propagation de l'onde incidente car ceci favorise plus le transfert d'énergie (Résonance Landau).

4.3.5 Simulation dans des conditions extrêmes de température et de gradient de densité

Dans cette simulation, on a voulu voir comment se comporte une cavité délimitée par un très fort gradient de densité, en présence d'un milieu de très haute température. Cette simulation a été initialisé avec les mêmes conditions que la simulation de la cavité sans onde incidente (sous-section 4.3.3), c'est à dire avec une profondeur de $p = 1$, soit $n \sim 0$ au centre de la cavité, et une vitesse thermique des électrons $V_{Te} = 0.14$ (Figure 4.17). Le rapport de fréquences ω/ω_{ci} dans cette simulation est de l'ordre de 0.54, ce qui rend

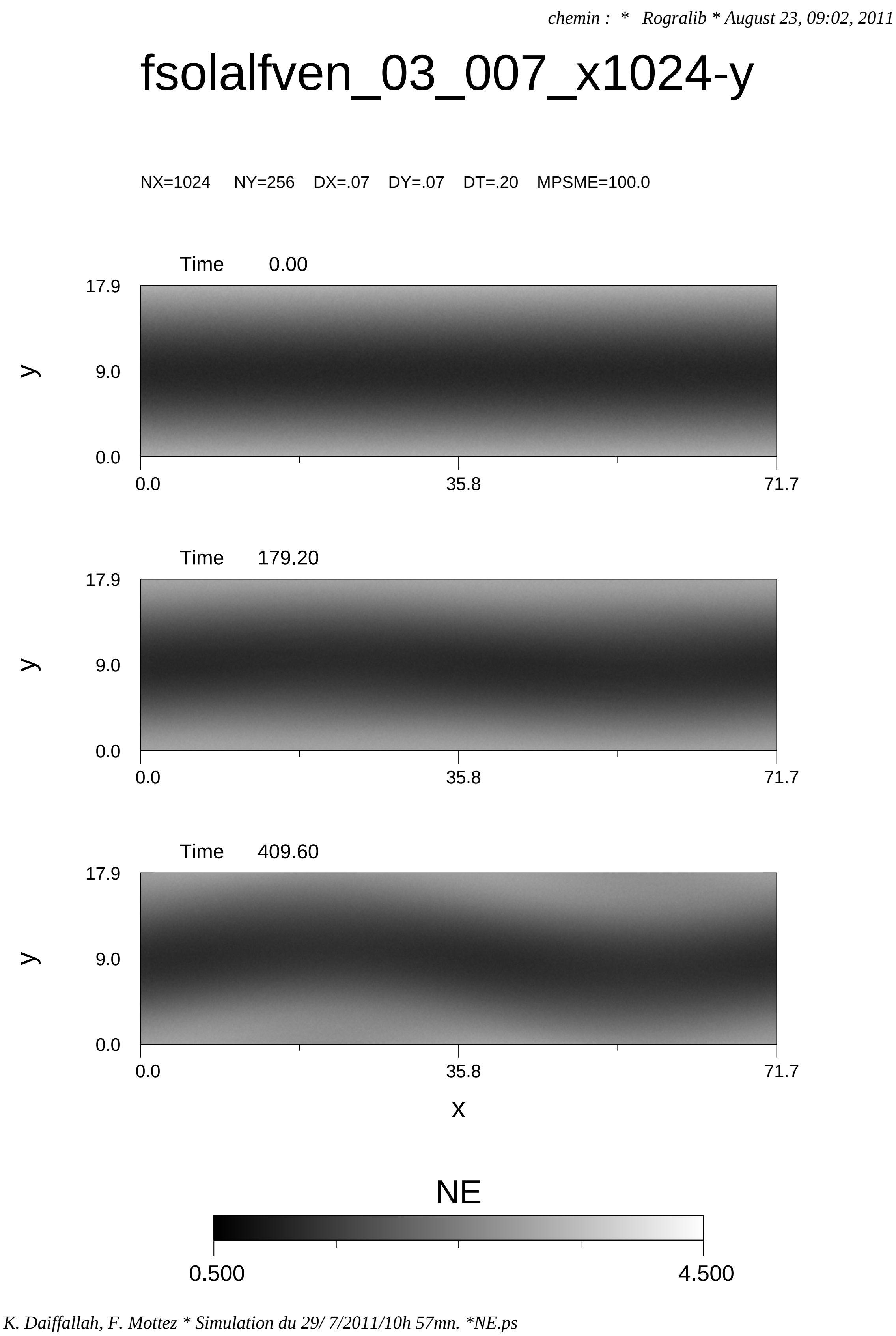


Figure 4.18: Carte du plan (x,y) qui montre la densité électronique n_e à trois instants différents.

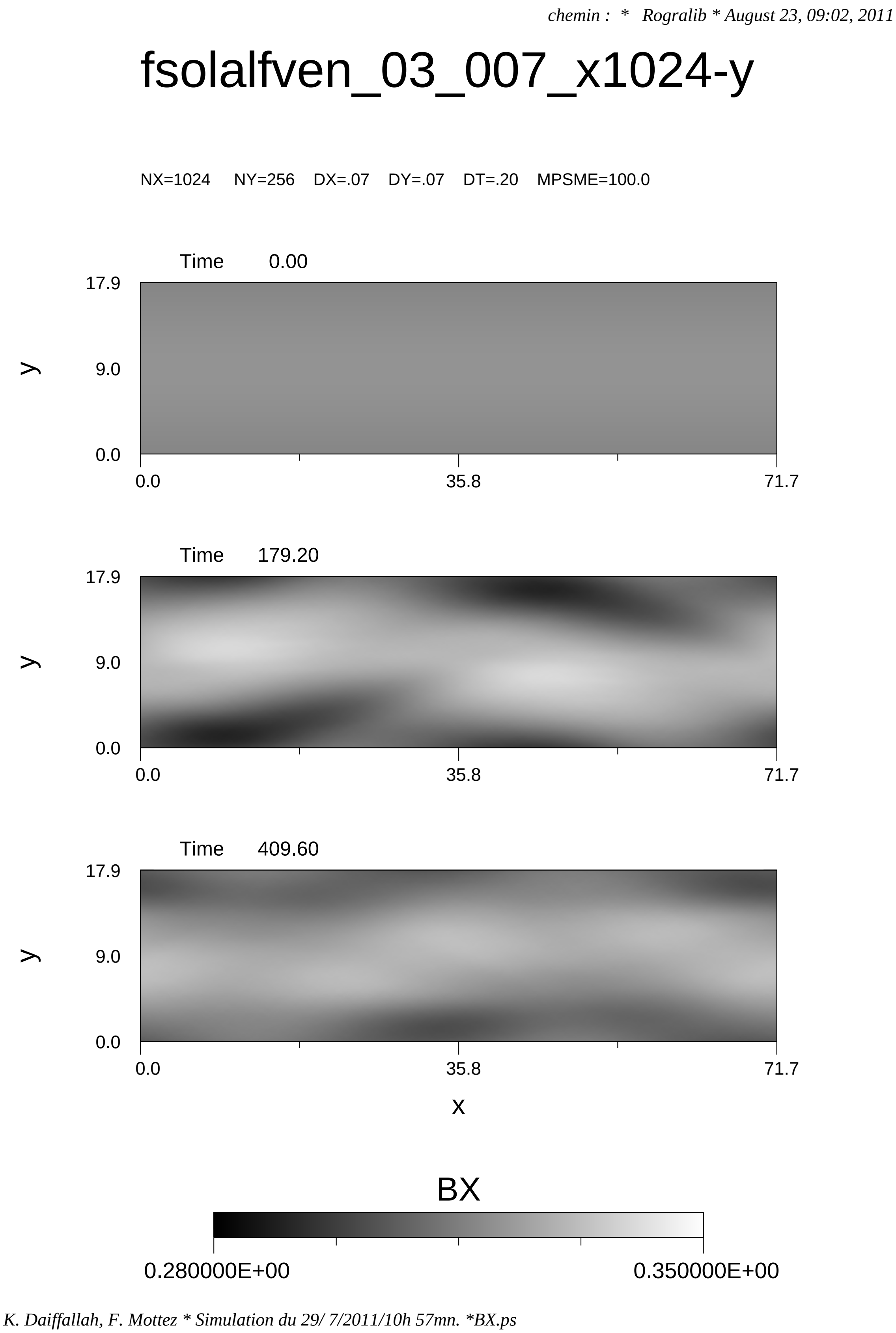


Figure 4.19: Carte du plan (x,y) qui montre le champ magnétique parallèle B_x à trois instants différents.

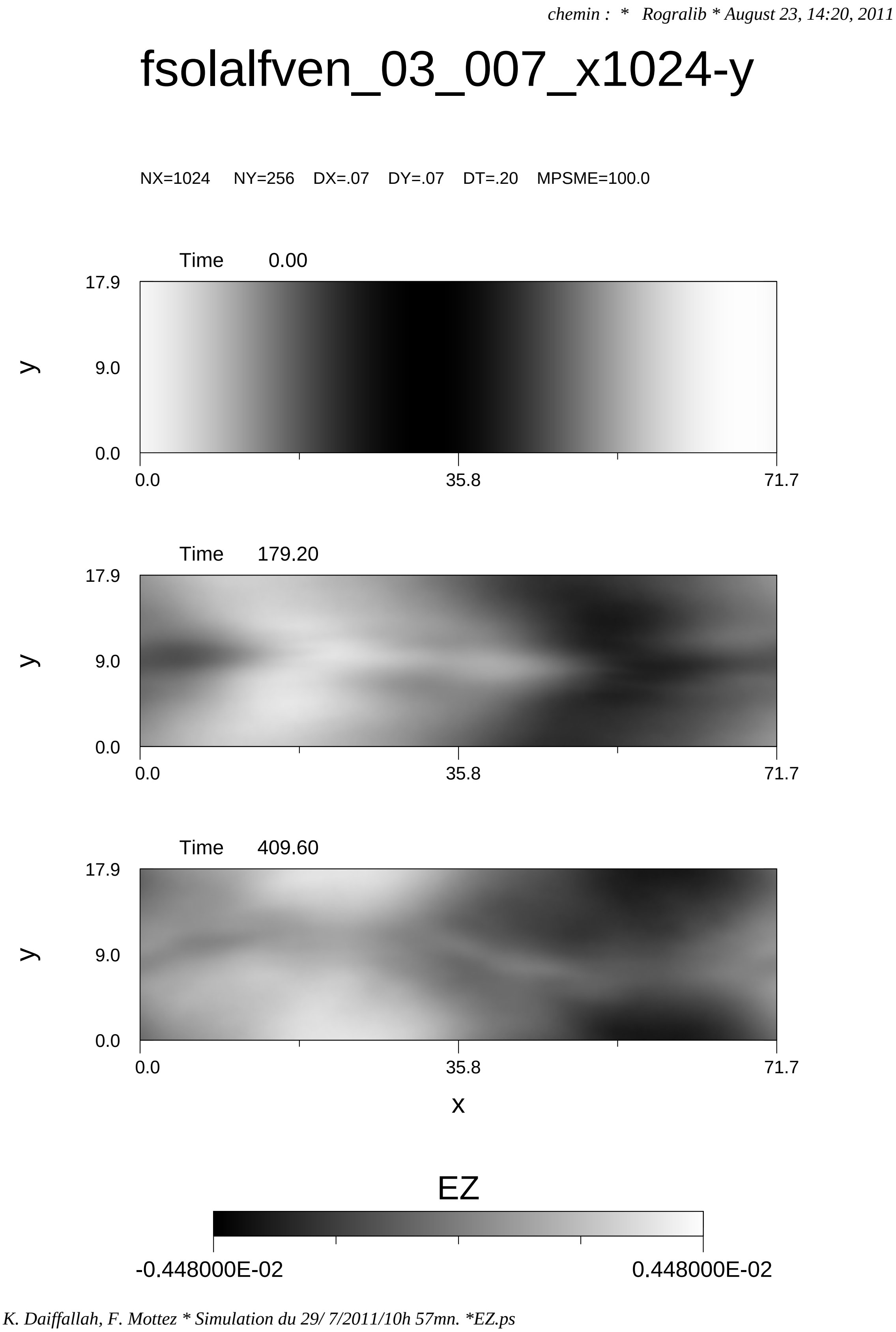


Figure 4.20: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique E_z à trois instants différents.

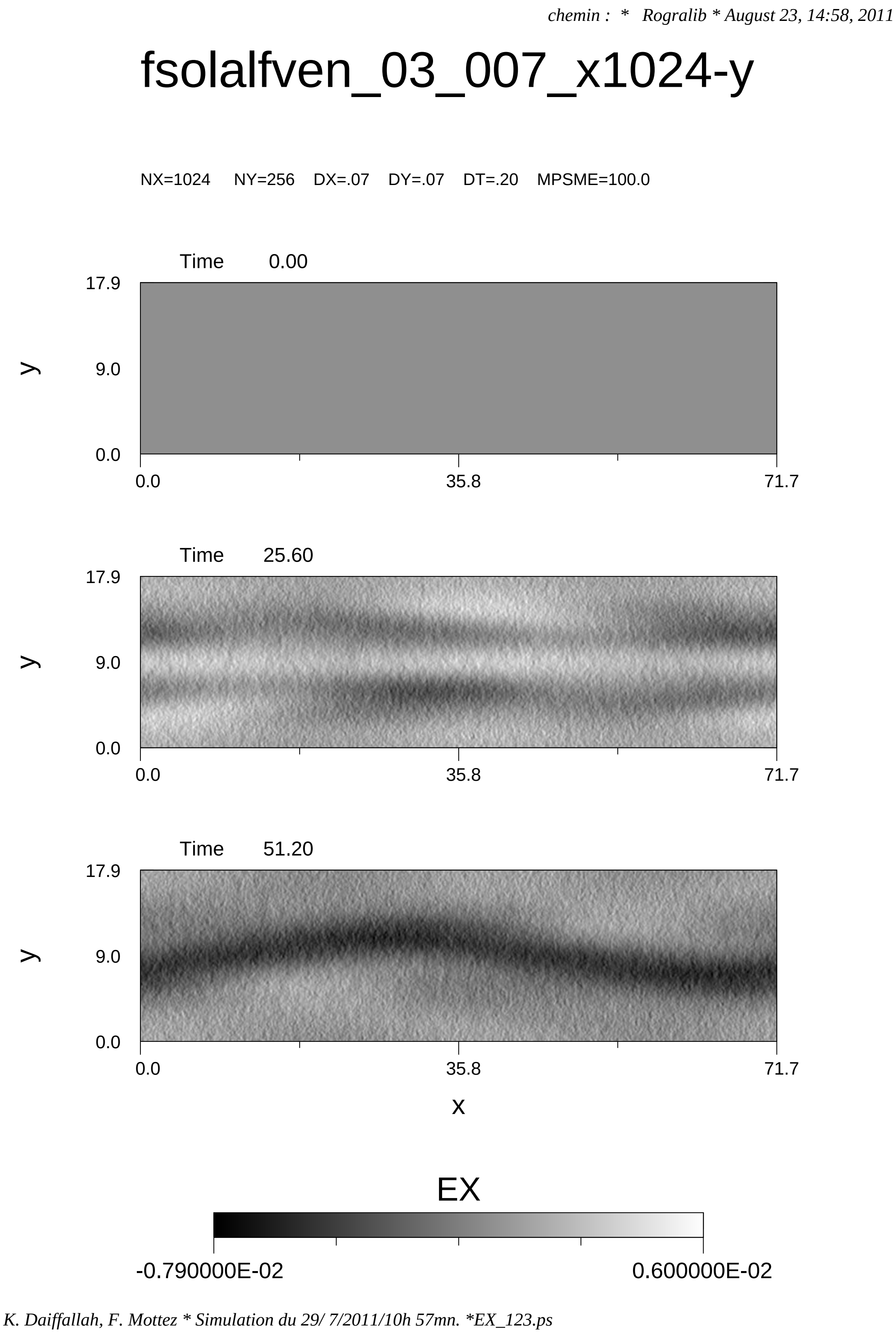


Figure 4.21: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x au début de la simulation.

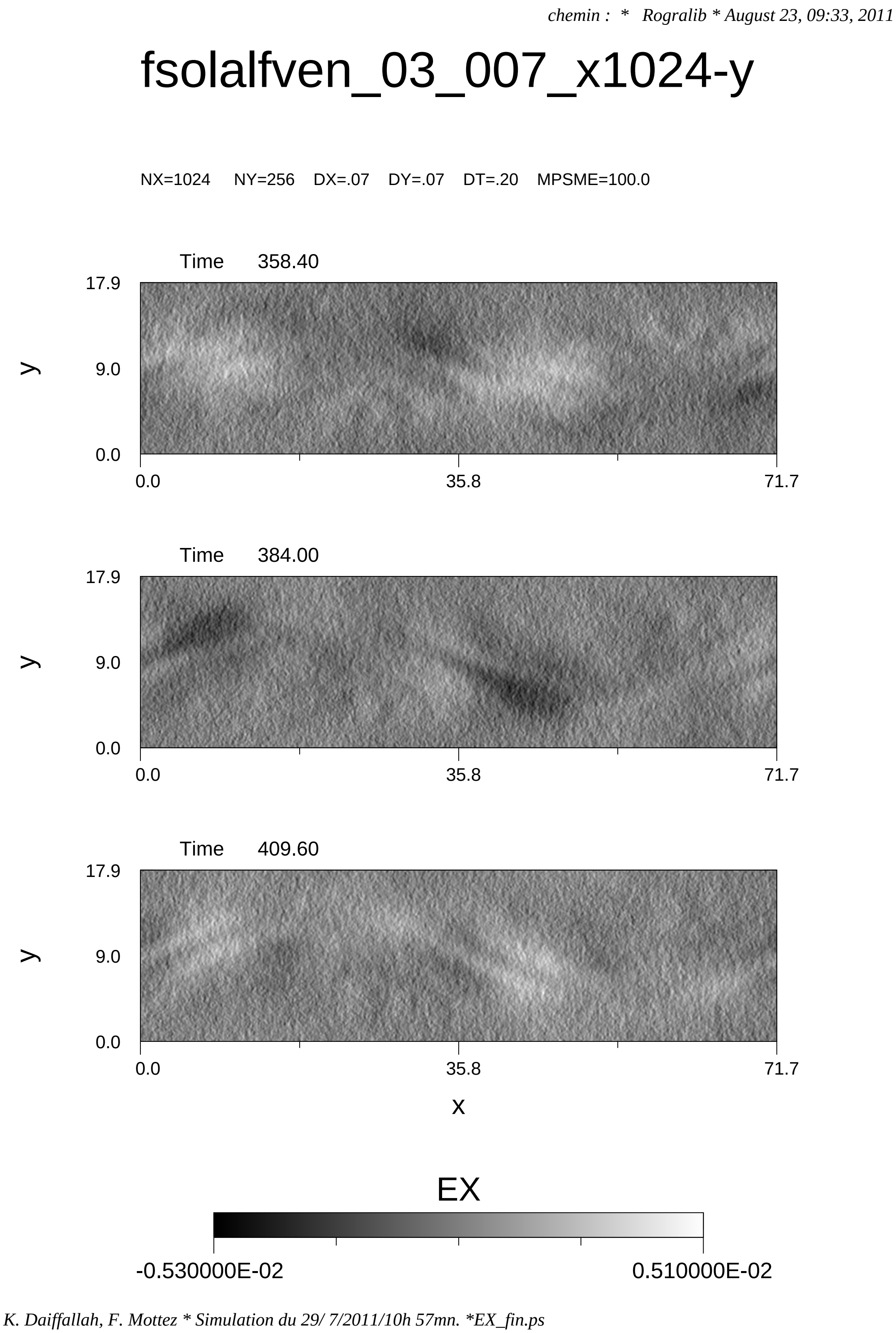


Figure 4.22: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x à la fin de de la simulation.

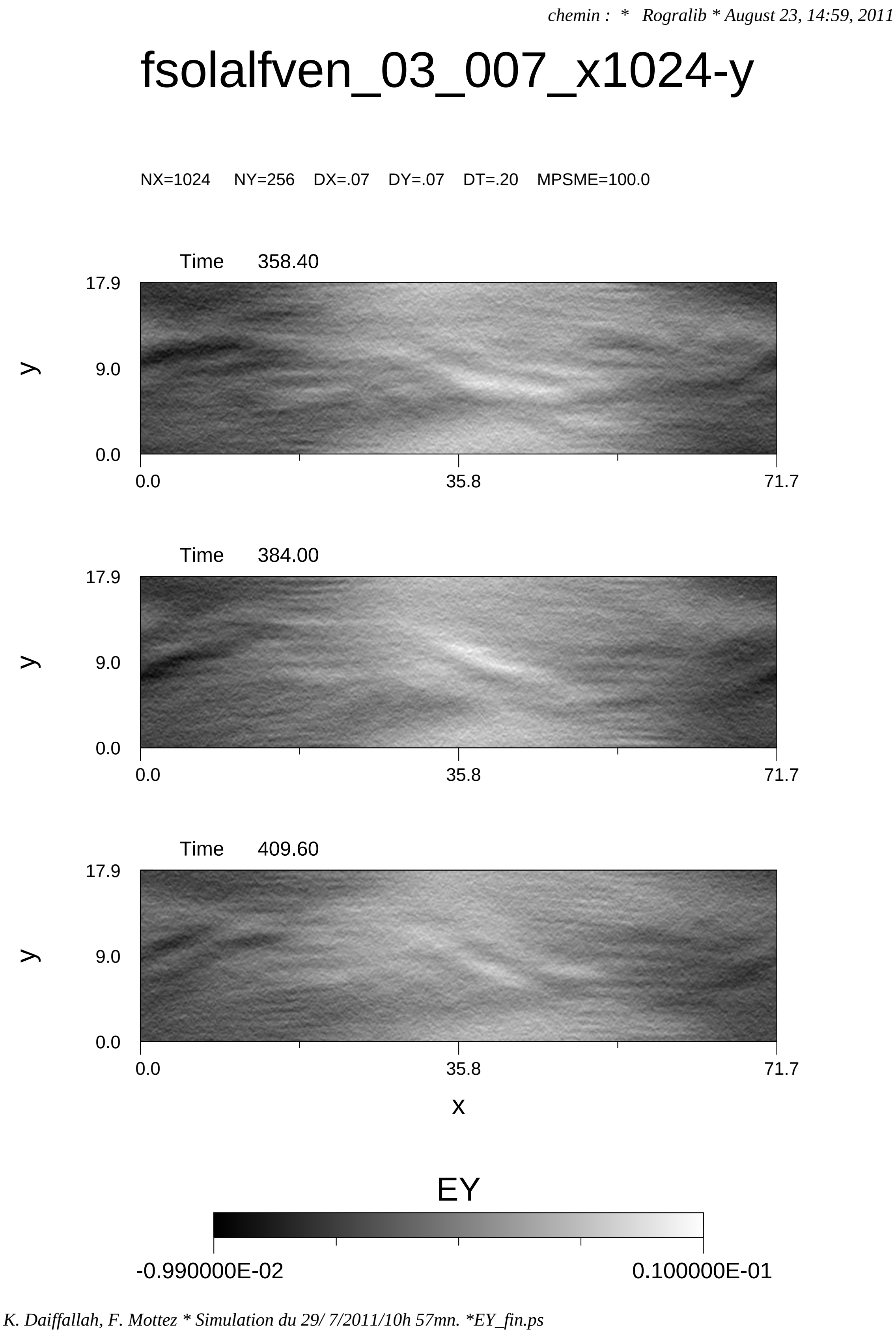


Figure 4.23: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique perpendiculaire E_y à la fin de de la simulation.

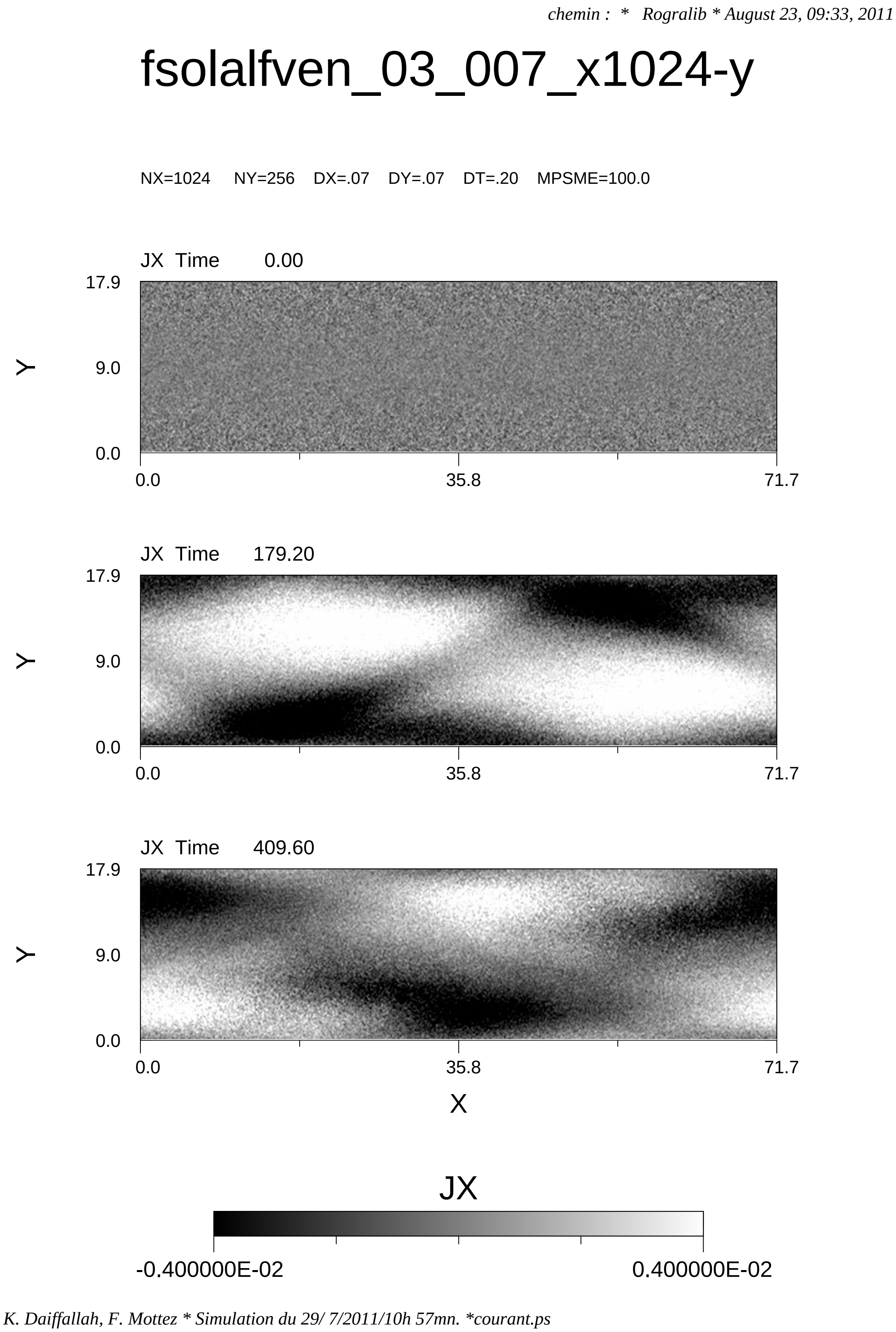


Figure 4.24: Carte du plan (x,y) qui montre le courant de densité J_x à trois instants différents.

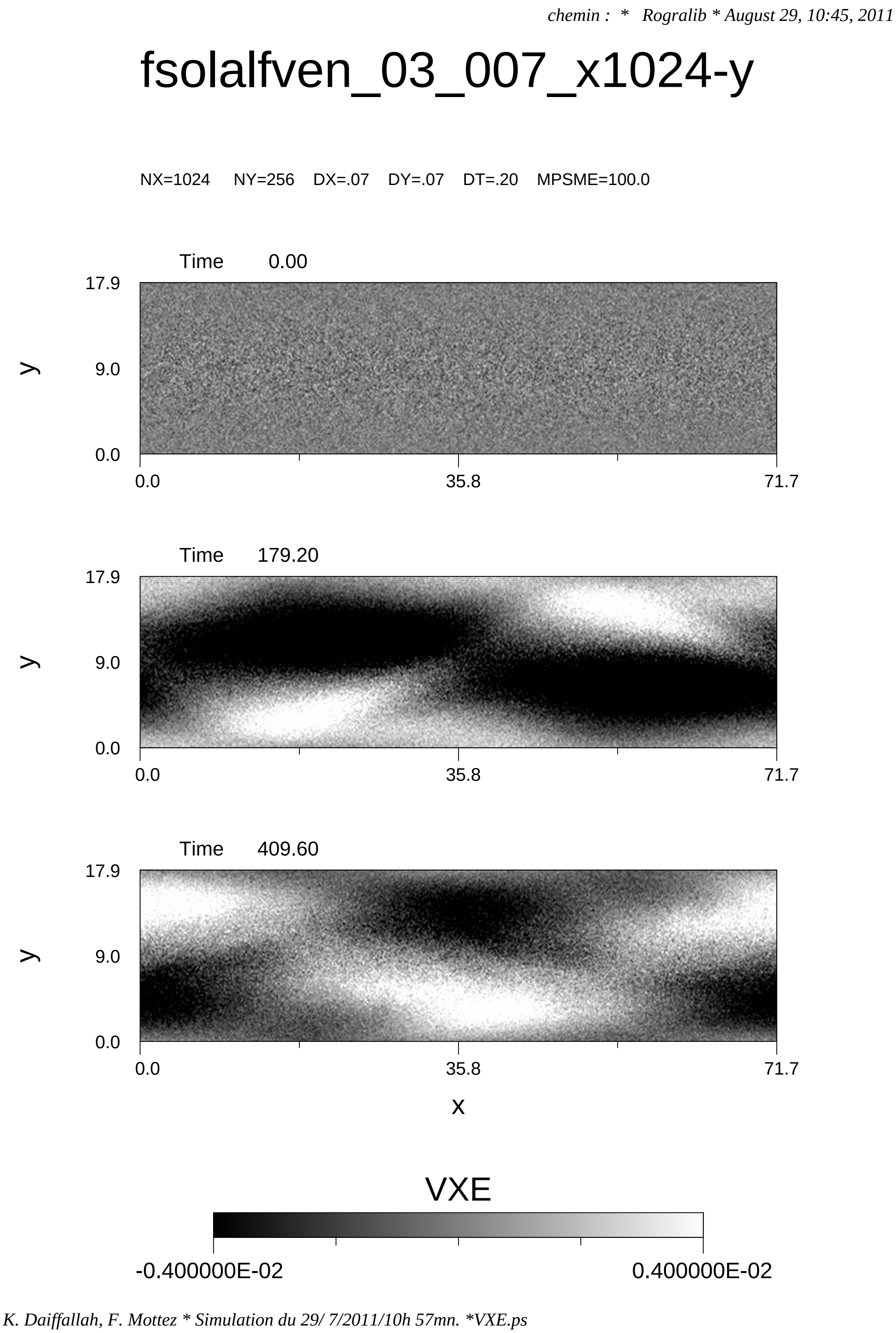


Figure 4.25: Carte du plan (x,y) qui montre la vitesse parallèle V_{Xe} des électrons à trois instants différents.

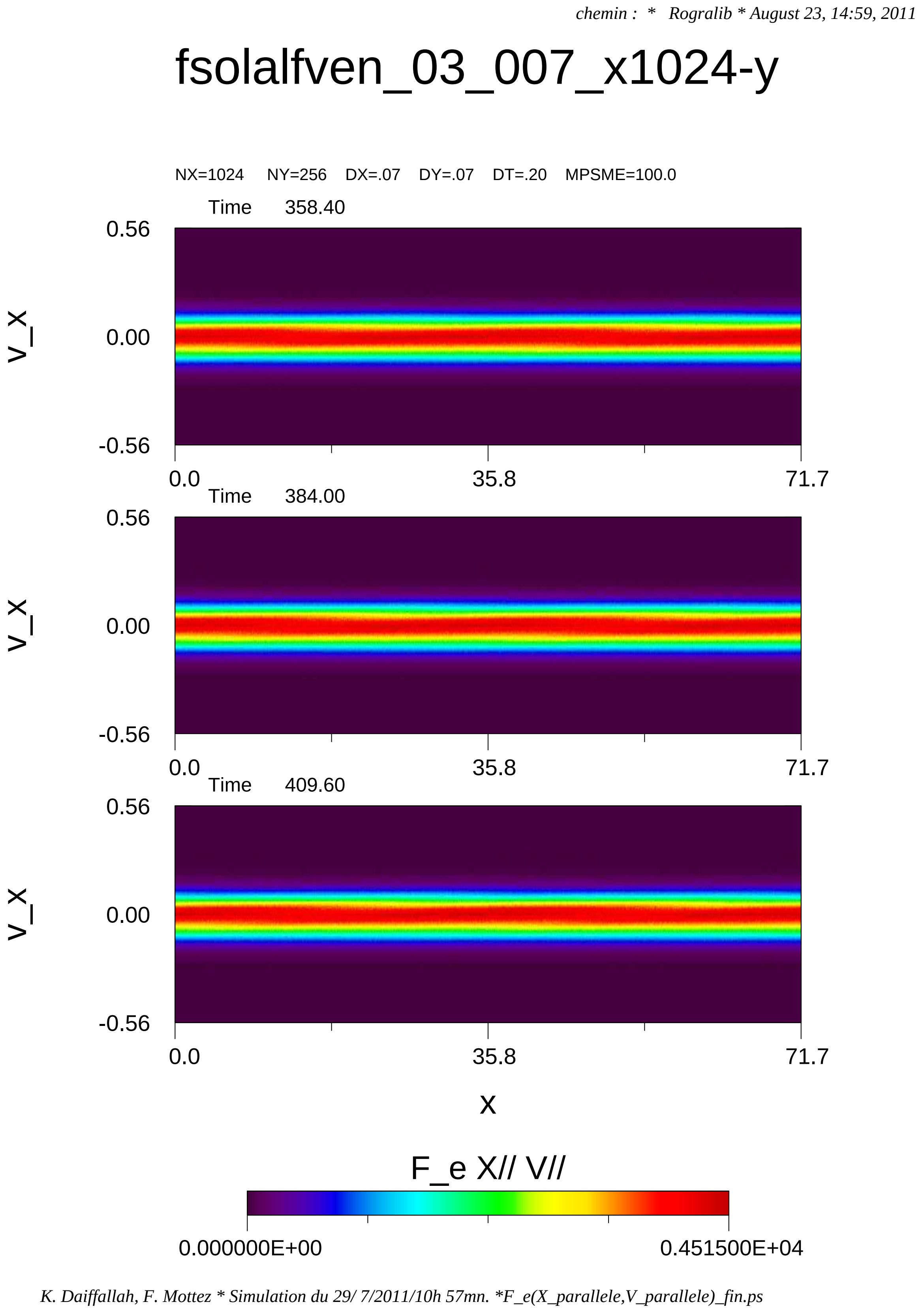


Figure 4.26: La fonction de distribution en vitesse parallèle des électrons en fonction de la coordonnée x et de la vitesse V_x

l'onde incidente plus proche de l'onde d'Alfvén pure.

Les résultats sont présentés dans les figures de 4.27 à 4.33. La figure 4.27 montre le courant de densité parallèle J_x à trois instants différents. On voit bien la signature d'une forte accélération des électrons dans la cavité à $t = 179.20$ et à $t = 409.6$, mais on remarque à $t = 409.6$ l'apparition de petites structures au niveau du centre de la cavité qui s'étalent dans la direction perpendiculaire. Ces perturbations qui ressemblent à des instabilités semblent dissiper la cavité et affaiblir le processus d'accélération des électrons. La figure 4.28 confirme la création d'un champ électrique parallèle E_x visible à $t = 51.20$. Le champ électrique visible à la fin de la simulation dans la figure 4.29 est totalement différent. Des petites structures ordonnées quasi-circulaires apparaissent le long de la cavité avec des champs locaux assez forts ($(E_x)_{max} \sim 0.015$) par rapport aux champs de la simulation typique. Ces dernières semblent se renforcer avec le temps en se déplaçant lentement dans la direction horizontale. Un fait marquant qui concerne ces structures, c'est qu'elles sont toutes polarisées horizontalement. Les maxima locaux du champ électrique se trouvent tous du coté droit dans le sens de propagation de l'onde, alors que si ces structures étaient polarisées par le champ électrique parallèle E_x, on aurait vu différentes polarisations des deux cotés transverses de la cavité.

La figure 4.30 montre le champ magnétique perpendiculaire B_y. On voit que ces petites structures sont sensibles à l'onde incidente. Les maxima du champ sont du coté droit dans le gradient négatif de l'onde d'Alfvén, et du coté gauche dans le gradient positif de l'onde.

Les figures 4.31 et 4.32 montrent le champ électrique E_y et la densité des charges respectivement. On remarque d'abord que les petites structures apparaissent ici comme des petites extensions perpendiculaires de la cavité. Ces figures révèlent également un éventuel lien entre les faibles oscillations transversales et ces structures.

La figure 4.33 montre qu'il existe des régions discrètes dans la cavié où la vitesse parallèle des électrons est assez élevée.

Il est fort possible que ces petites échelles de champ électrique évoluent à partir des structures qu'on a décelé dans la figure 4.15 où il y avait une cavité sans onde incidente. D'autant plus que leur taille est de l'ordre du rayon de gyration des ions $Rg_i = 4.4436$. Un processus non linéaire peut être responsable de l'évolution de ces petites échelles, ou même une possible interaction avec les oscillations électrostatiques transversales qui font croître ces extensions. Parmi les processus non linéaires qui peuvent intervenir, on peut citer une instabilié de type faisceau, en faisant référence aux électrons accélérés par le champ électrique parallèle, et qui intéragissent avec le milieu ambiant. Une instabilité de type cisaillement comme celle de Kelvin-Helmholtz également. Une autre instabilité qui peut intervenir est celle connue par l'instabilité de dérive.

L'analyse Fourier des oscillations du champ électrique dans les régions où apparaissent les petites structures au sein du plasma n'a révélé aucun pic d'une fréquence particulière qui correspond à une perturbation électrostatique significative.

La compréhension des processus qui sont à l'origine de ces petites structures ainsi que leur interaction avec le milieu nécessite des investigations plus poussées qui demandent plus de temps. Pour le moment, nous nous contentons de décrire des détailles subtiles qu'on a observé dans cette simulation en avançant des hypothèses plausibles. Enfin, signalons l'importance de ce genre de perturbations électrostatiques ou instabilités qui se forment au niveau de la cavité. Ces derniers peuvent se convertir en ondes électromagnétiques avec une fréquence autour de la fréquence plasma électronique, ce qui explique l'origine possible des orages de bruit. Cependant, ceci ne reste pas l'unique origine de ces ondes radio. Les processus d'émissions d'ondes électromagnétiques par des électrons accélérés dans la couronne solaire sont innombrables (malheureusement on avait pas le temps de les aborder), par conséquent, le fait d'avoir comme résultat des électrons accélérés dans la cavité est déjà un pas vers la réponse à la question de l'origine des orages de bruit.

4.4 Conclusion

Afin de simuler le phénomène d'accélération des électrons par les ondes Alfvén cinétiques, il faut résoudre des échelles de distance très petites qui sont de l'ordre du rayon de gyration des ions Rg_i. Les codes de type “particle in cell “ (PIC) sont les plus adaptés pour l'étude de ce genre de processus. Pour cela, nous avons utilisé le code EM2DE qui a été développé et décrit par Mottez et al. (1998). Un code qui est en 2.5 dimensions (2-D en espace, 3-D en champs et vitesses).

Ce code a été employé initialement pour l'étude du même processus décrit ci-dessus, mais dans la magnétosphère terrestre. Notre première tâche consistait à adapter ce code aux conditions physiques qui règnent dans la couronne solaire, et en particulier dans les régions où l'on attend à des émissions d'orages de bruit. Après plusieurs tests de simulations, nous étions contraint d'exagérer certaines valeurs initiales par rapport à la situation réelle dans la couronne solaire. Ceci a été fait dans le but d'amplifier les phénomènes physiques qui nous intéressent le plus par rapport à d'autres qui sont moins importants.

La simulation consiste à envoyer une onde d'Alfvén ($k_\perp = 0$) à travers une boite de simulation dans le plan (x,y). L'onde incidente se propage dans la direction parallèle qui est $\boldsymbol{x}$. Un champ magnétique uniforme dans la même direction est initialisé. La boite de simulation comporte une cavité où la densié varie dans la direction perpendiculaire $\boldsymbol{y}$. La densité centrale peut être 4 fois inférieure à la densité externe, comme elle peut être pratiquement nulle.

Onde seule La simulation de la propagation de l'onde d'Alfvén dans un plasma uniforme a montré qu'il n'existe aucune réaction du plasma face à l'onde incidente. Aucun champ électrique parallèle n'est observé.

Cavité très profonde seule La seconde simulation été dédiée au comportement d'une cavité très profonde sans onde incidente. Des phénomènes interessants ont été observés commme des oscillations électrostatiques transversales de type Langmuir, ainsi que l'apparition de petites structures diffuses le long de la cavité, mais aucun champ électrique parallèle conséquent n'est observé.

Onde + cavité Dans la simulation typique, une onde d'Alfvén traverse une cavité dont la densité centrale est 4 fois inférieure à la densité externe. Le long de cette simulation, on a observé de très puissant champs électriques parallèles dans la cavité qui sont capables d'accélérer des électrons dans la direction du champ magnétique ambiant. Ce champ est causé par l'écart de neutralité électrique provoqué par la dérive de polarisation. Cet écart est rattrapé par le mouvement rapide des électrons qui est favorisé dans la direction parallèle. Le champ électrique parallèle apparait au niveau des régions de fort gradient de densité. La largeur de la fonction de distribution des vitesses parallèles des électrons est légèrement superieure à celle du milieu sans cavité, ce qui montre que les électrons ont gagné de l'énergie thermique par ce processus, au détriment de l'énergie électromagnétique de l'onde d'Alfvén qui décroît au cours de la propagation. Ainsi, une accélération des électrons plus durable dans le temps semble être le résultat d'une simple interaction onde-particules sans pouvoir invoquer des éruptions solaires.

Onde + cavité très profonde La formation de petite structures de champ électrique le long de la cavité est un élément nouveau dans cette simulation. Ces derniers peuvent êtres le résultat d'une instabilité causée par l'interaction du faisceau d'électrons avec le milieu, ou bien causées par la variation abrupte de la densité entre la cavité et le milieu extérieur.

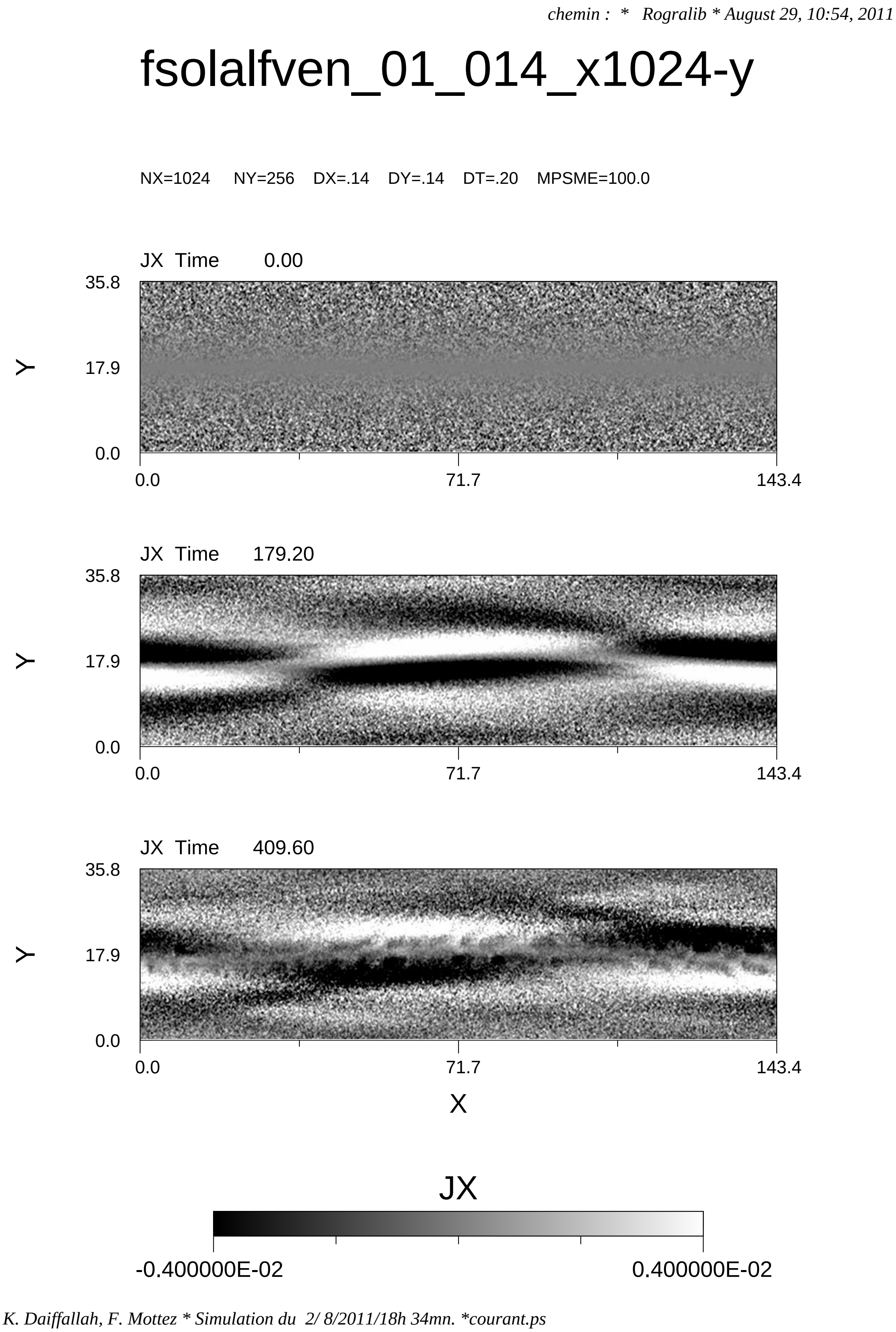


Figure 4.27: Carte du plan (x,y) qui montre le courant de densité J_x à trois instants différents.

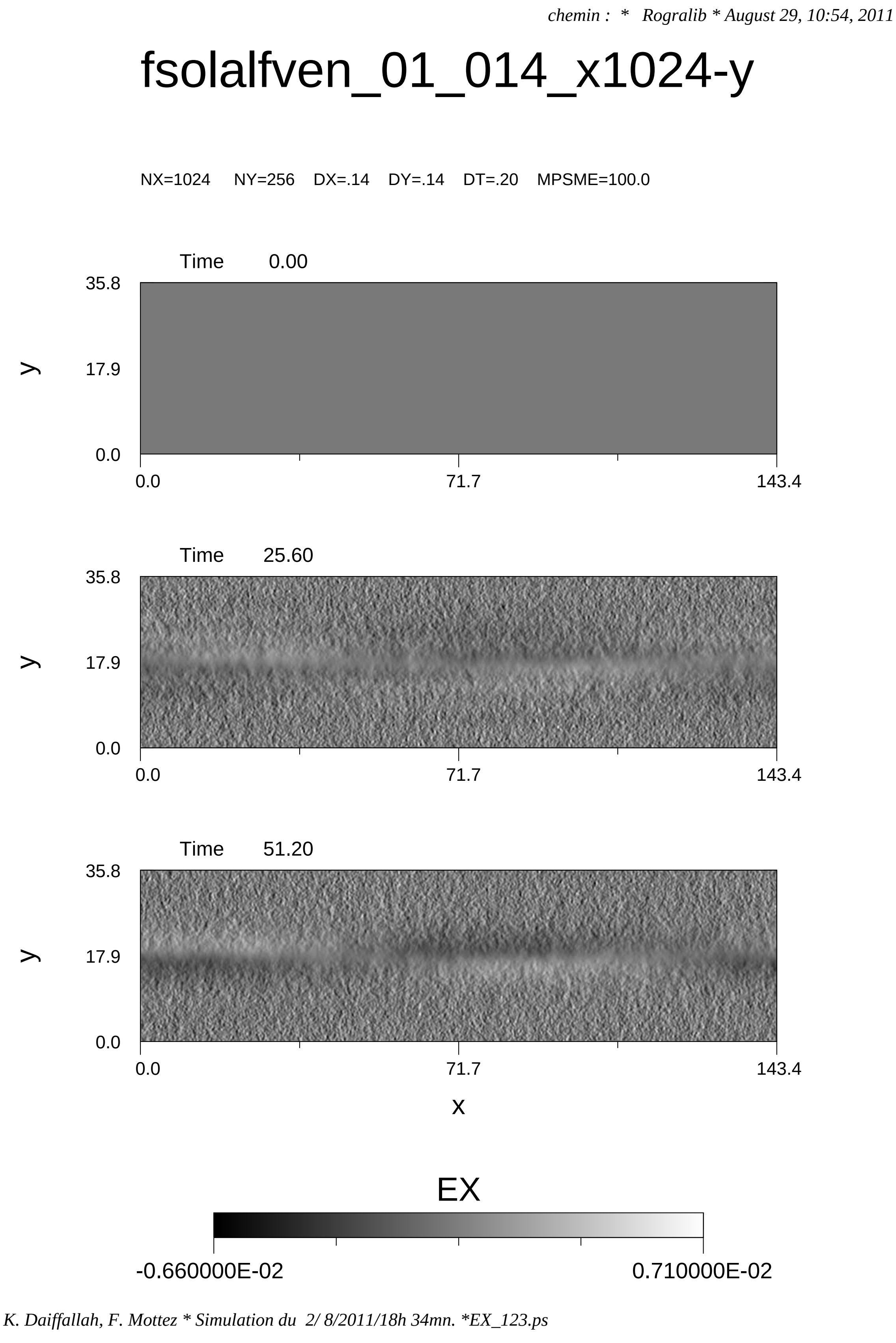


Figure 4.28: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x au début de la simulation.

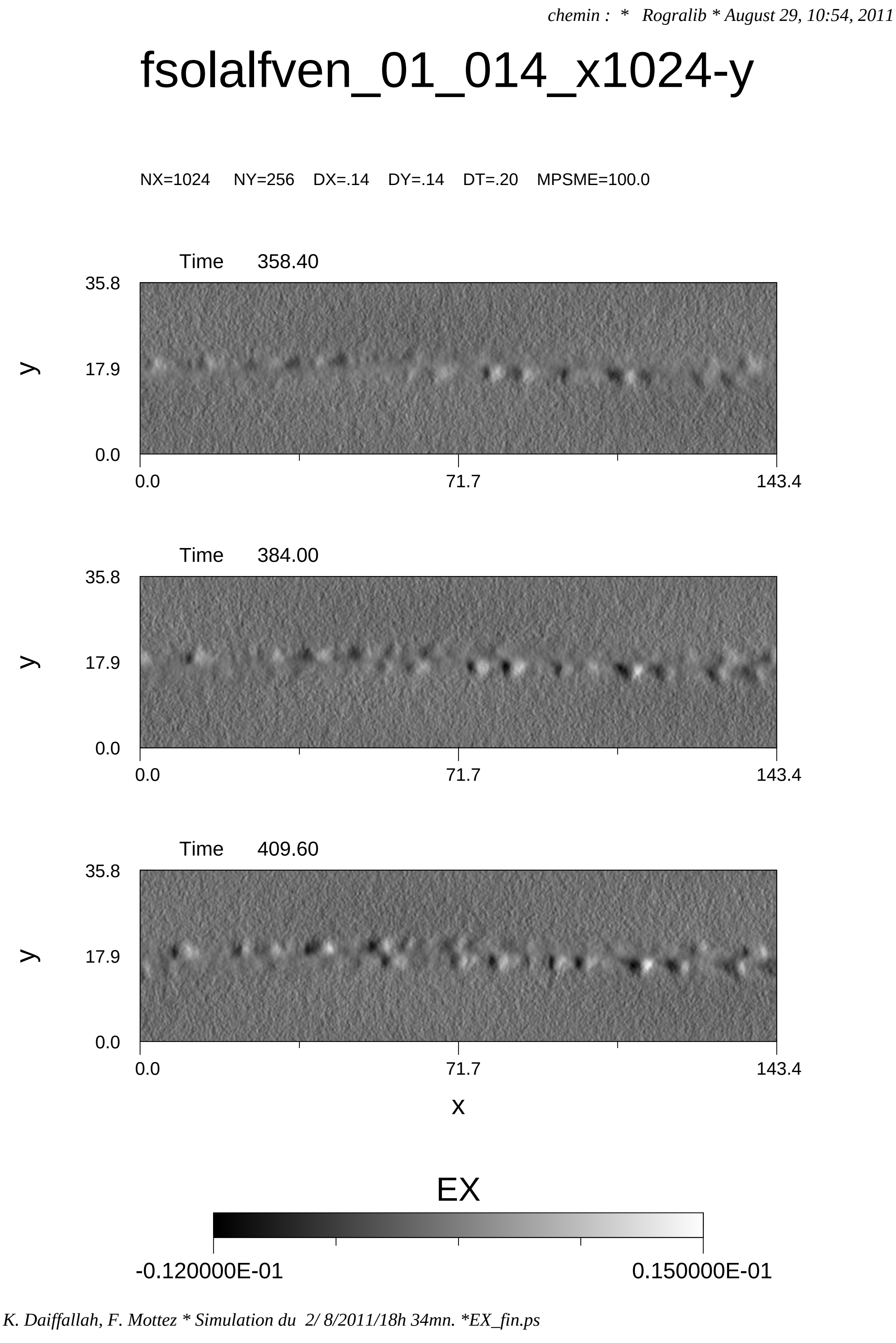
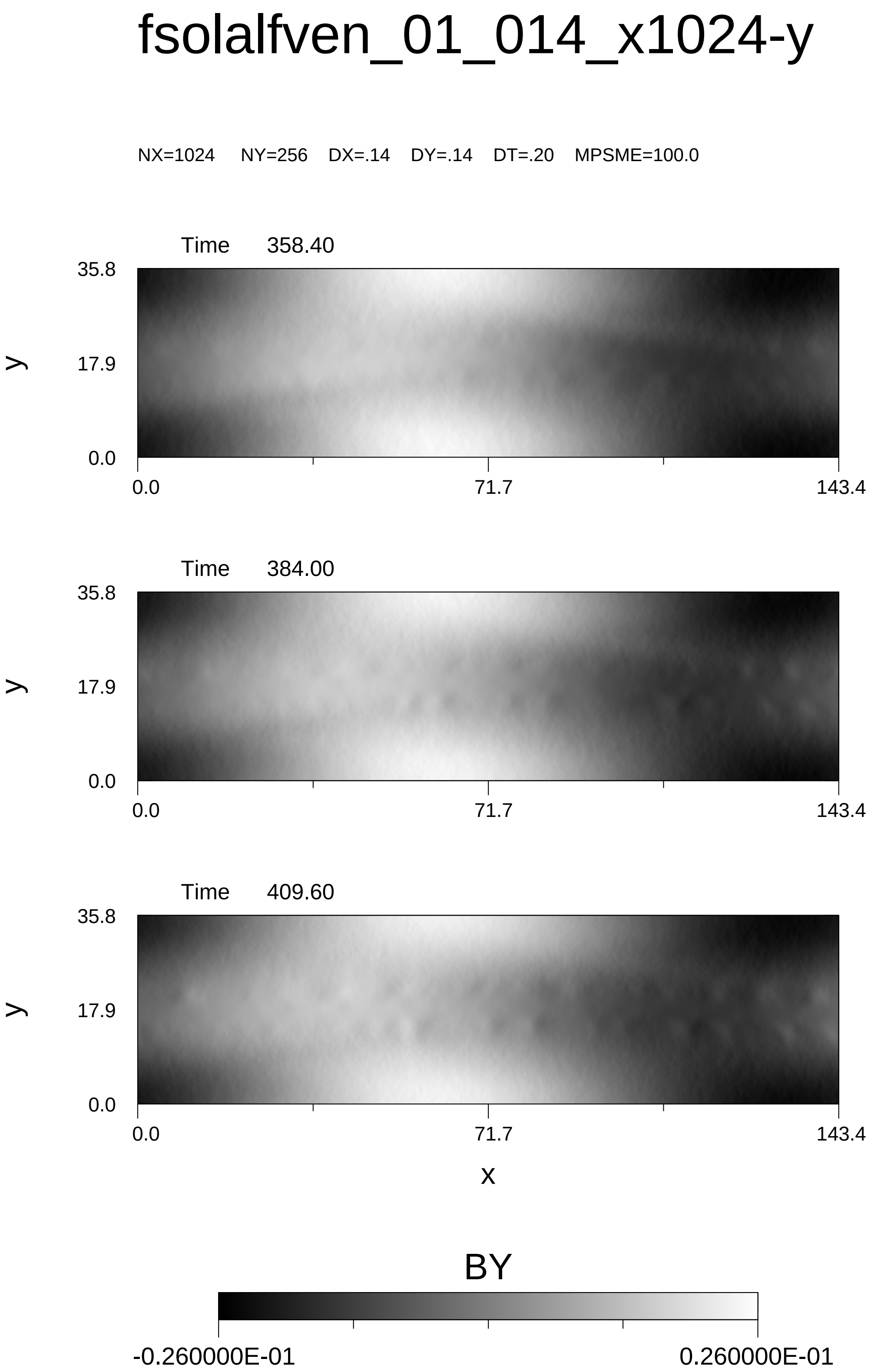


Figure 4.29: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique parallèle E_x à la fin de de la simulation.

*chemin : * Rogralib * August 29, 10:54, 2011*



*K. Daiffallah, F. Mottez * Simulation du 2/ 8/2011/18h 34mn. *BY_fin.ps*

Figure 4.30: Carte du plan (x,y) qui montre le champ magnétique perpendiculaire B_y à la fin de la simulation.

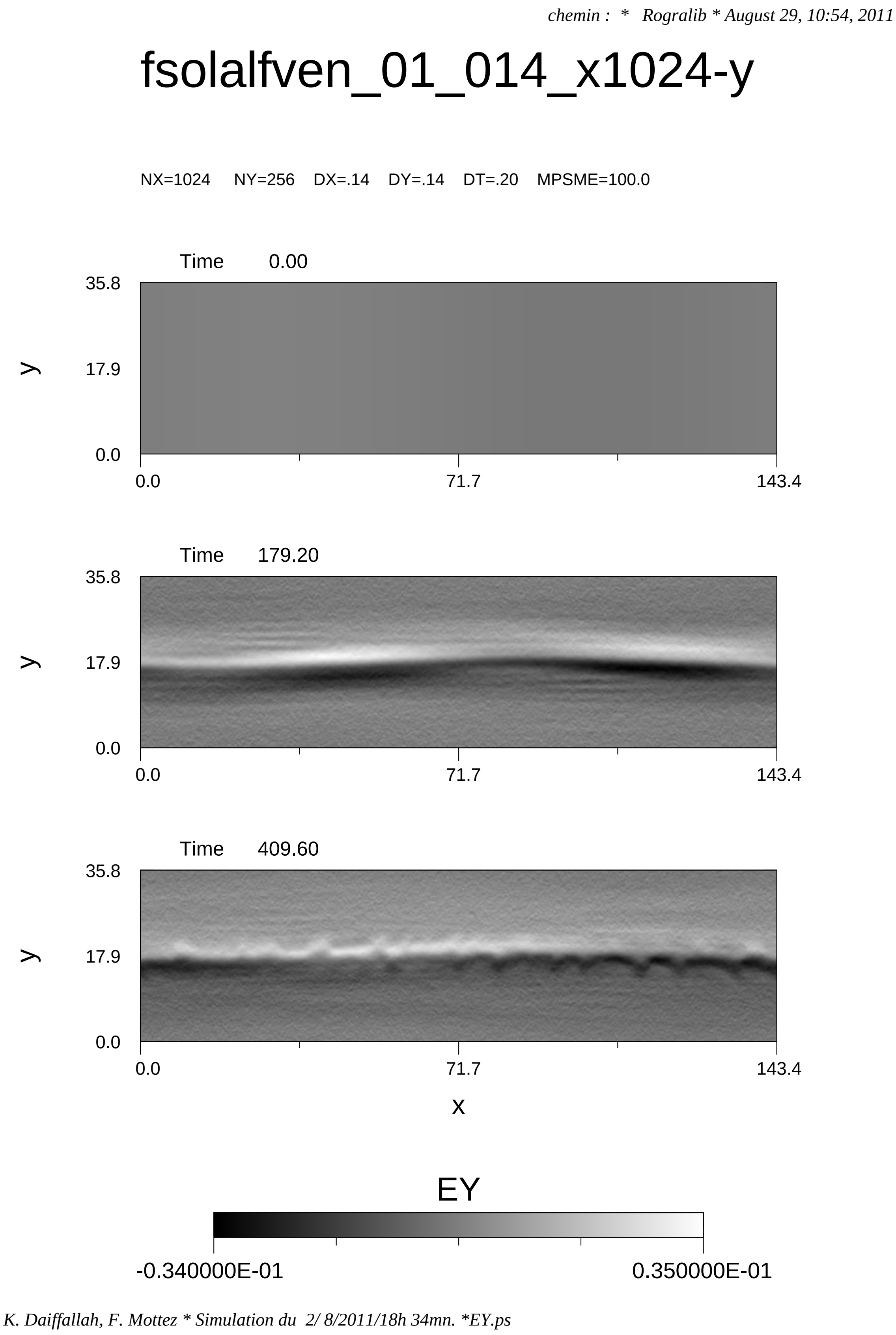


Figure 4.31: Carte du plan (x,y) qui montre le champ électrique perpendiculaire E_y à trois instants différents

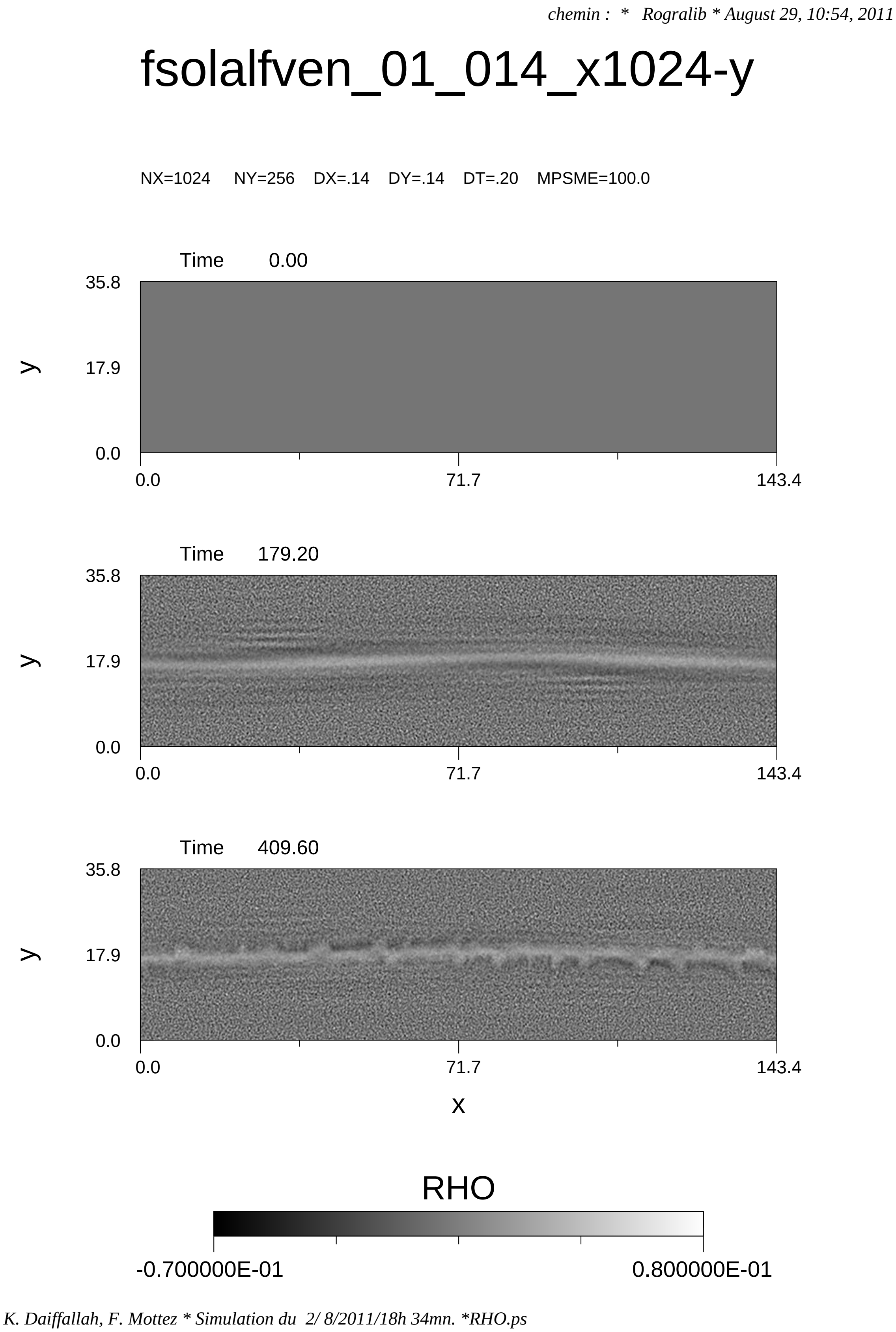


Figure 4.32: Carte du plan (x,y) qui montre la densité de charges à trois instants différents.

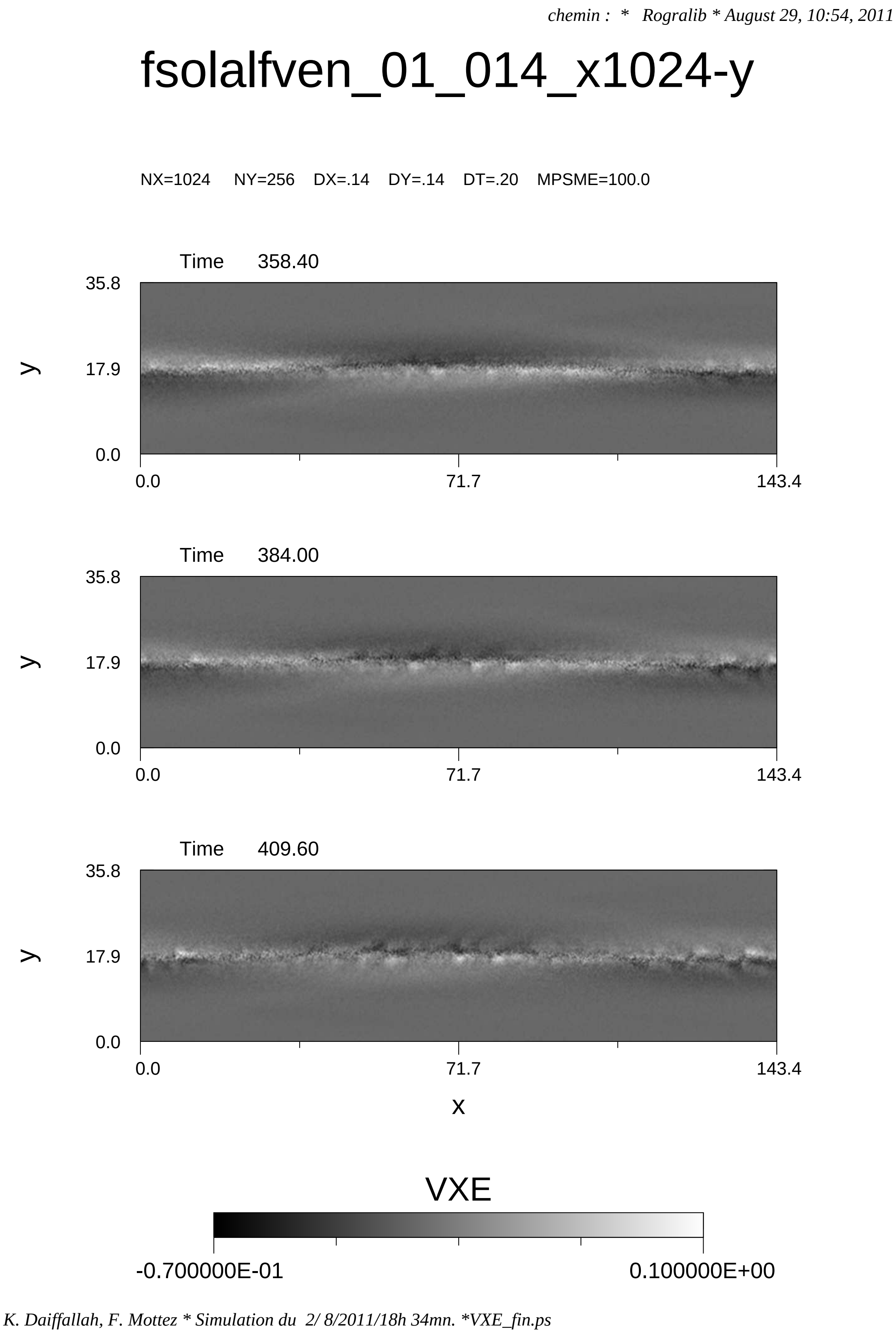


Figure 4.33: Carte du plan (x,y) qui montre la vitesse parallèle V_{Xe} des électrons à la fin de la simulation.

5 Conclusion générale

Les orages de bruit sont des émissions radio de la couronne solaire qui ne sont toujours pas clairement expliquées. Ces émissions indiquent que des électrons sont accélérés même en absence d'éruptions solaires ou d'éjections de masses coronales. En outre, l'existence même de ces populations d'électrons suprathermiques dans le milieu interplanétaire et dans les zones actives du Soleil reste un problème d'actualité. Il est possible que les mécanismes derrières le réchauffement de la couronne sont à l'origine d'accélération des électrons à des énergies suprathermiques, d'où l'importance d'étudier ce problème.

Différents mécanismes d'accélération ont été proposés qui impliquent principalement la reconnexion magnétique ou les ondes magnétiques. Cependant, et afin de faire le lien avec la partie précédente de cette thèse, nous avons étudié l'effet des ondes magnétiques en particulier les ondes de type Alfvén (des ondes propageant des déformations du champ magnétique) dans le processus d'accélération. De nombreuses observations ainsi que des travaux théoriques ont montré le lien entre la reconfiguration du champ magnétique dans l'atmosphère solaire et accélérations de particules.

Or, Il est difficile d'expliquer comment un phénomène d'émissions radio pourrait garder sa cohérence sur des distances aussi grandes. Il a été suggéré que la largeur de la gamme de fréquences serait due à une variation de densité du plasma. Des observations récentes utilisant plusieurs instruments ont montré que l'émission de l'orage de bruit pourrait effectivement provenir d'électrons accélérés (à 10 keV) dans une région présentant de très forts contrastes de densité. Des cavités de densité ont été observées également dans l'heliosphère par les sondes spatiales à des distances de l'ordre de 1 UA.

Il a été montré dans le cadre de la magnétosphère terrestre que des ondes d'Alfvén se propageant le long d'un plasma de densité très variable sont capables d'accélérer des électrons à quelques keV. Ainsi, le but de ce travail est de vérifier si ce processus d'accélération invoqué est effectivement capable d'expliquer l'accélération d'électrons que l'on suppose à l'origine des orages de bruit dans la couronne solaire. Nous avons utilisé un code de simulation numérique (EM2DE) de type "particle in cell" (PIC) qui a été validé et employé pour l'étude du cas terrestre.

La première phase du travail consiste à initialiser des simulations avec les conditions physiques qui règnent dans la couronne solaire et dans les régions où sont émises les orages de bruit. Pour cela, Nous avons conduit une série de simulations numériques en se fondant sur la littérature afin de déterminer les paramètres adaptées à ce milieu et à ce processus.

Notre modèle comporte un champ magnétique uniforme dans la direction ($\boldsymbol{x}$), et une cavité de densité d'un profile Gaussien avec une variation transversale ($\boldsymbol{y}$). Cette région est parcourue par une onde d'Alfvén ordinaire ($k_\perp = 0$) qui se propage dans la direction du champ magnétique.

L'échelle de longueur caractéristique de notre milieu qui est un plasma chaud, est de l'ordre du rayon de gyration des ions Rg_i. Associées à cette échelle de la micro-physique, les onde d'Alfvén cinétiques (KAW) vont accélérer les électrons par leur champ électrique parallèle et intrinsèque. On peut résumer les étapes de ce processus comme suit :

- L'onde d'Alfvén ordinaire va se propager à travers une cavité où la densité chute brusquement (sur une échelle de l'ordre de Rg_i) par rapport au milieu ambiant. Le front d'onde va se tordre et va créer des petites échelles transverses de la largeur de la cavité qui donnent naissance aux premiers champs électriques parallèles.

- La dérive de polarisation va séparer les charges électriques dans la cavité. Le signe des charges sera alterné sur les cotés trasversaux de la cavité selon l'amplitude de l'onde. Un champ électrique parallèle s'établit entre les charges opposées. Comme la mobilité des électrons est plus favorisée dans la direction parallèle, ces derniers seront accélérés dans cette direction pour neutraliser les charges d'espace créées. Le champ électrique parallèle apparait au niveau des régions de fort gradient de densité. La taille typique de ces structures électriques est de l'ordre de l'onde incidente.

- Ce processus correspond à une interaction onde-particules. Les électrons sont accélérés et chauffés au détriment de l'énergie de l'onde qui voit son amplitude diminuer avec la propagation. Ceci peut être l'origine des électrons suprathermiques observés lors d'un Soleil calme. Des électrons accélérés peuvent constituer une source importante d'ondes électromagnétiques. Une multitude de modèles peut expliquer cette émission, notamment en présence d'un champ magnétique uniforme.

Dans une seconde étape, nous avons simulé la propagation d'une onde d'Alfvén moins intense que dans la première simulation avec présence d'une cavité plus profonde. Nous avons observé le long de la cavité l'apparition de petites structures électrostatiques. Un processus non linéaire peut être responsable de l'évolution de ces petites échelles, ce travail est en cours d'investigation. Ces structures présentent une analogie avec les structures cohérentes observées dans la zone d'accélération aurorale de la Terre, et qui résultent de l'interaction des électrons accélérés avec le plasma ambiant.

Les régions aurorales d'accélération sont des sources intenses de radiations électromagnétiques (Auroral Kilometric Radiation). Il a été démontré que les structures électriques cohérentes jouent un rôle important dans la génération de ces radiations. On suggère que les structures cohérentes simulées dans cette étude peuvent également générer des ondes électromagnétiques. En particulier, elles peuvent être une source d'émission des orages de bruit observés dans la couronne solaire.

L'autre élément nouveau qui apparait dans nos simulations est l'observation d'oscillations de faible amplitude qui se propagent symétriquement dans la direction perpendiculaire par rapport à la cavité. Ces oscillations sont des perturbations électrostatiques semblables aux ondes de Langmuir, induites par le changement de charges d'espace sur les deux extrémités du canal. Les simulations révèlent également un éventuel lien ou interaction entre ces oscillations transversales et les structures électriques qui apparaissent dans la cavité.

En interagissant avec les faisceaux d'électrons, les ondes de Langmuir qui sont émises par la cavité peuvent se convertir à leur tour à des ondes électromagnétiques dont la fréquence sera autour de la fréquence plasma électronique ou ses harmoniques, ce qui pourrait expliquer une partie des émissions radio des orages de bruit.

Ces processus seront l'objet d'une analyse et d'une étude plus poussée dans le futur proche. Une confrontation avec les données des sondes spatiales est plus que nécessaire pour valider les résultats numériques. A moyen terme, ce sera possible avec les futures sondes d'exploration de la couronne, comme Solar Orbiter (ESA) et Solar Probe Plus (NASA) qui seront bien plus proche du Soleil.

6 Annexe

A Equation de la dynamique et de l'énergie linéarisée (Partie I, Chapitre 2)

A.1 Equation de la dynamique linéarisée

En multipliant l'équation de continuité à l'équilibre par $\boldsymbol{v}'$, puis l'équation de continuité par $\boldsymbol{v}_0$, on additionne les deux équations et on obtient l'équation de la dynamique

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} + \rho' \frac{\partial \boldsymbol{v}_0}{\partial t} &= -\nabla p' - [(\rho_0 \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}' + (\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + (\rho_0 \boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0] - \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{B}_0 \cdot \boldsymbol{B}'}{4\pi} 1 \right) \\ &- \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{B}_0 \otimes \boldsymbol{B}' + \boldsymbol{B}' \otimes \boldsymbol{B}_0}{4\pi} \right) + \nabla \cdot \tau' + \rho_0 \boldsymbol{g}' + \rho' \boldsymbol{g}_0 + \boldsymbol{F}'. \qquad (A.1)\end{aligned}$$

On remplace le produit dyadique par la relation 2.41, et en utilisant l'équation de Gauss, on obtient

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} + \rho' \frac{\partial \boldsymbol{v}_0}{\partial t} &= -\nabla p' - [(\rho_0 \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}' + (\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 + (\rho_0 \boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0] - \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{B}_0 \cdot \boldsymbol{B}'}{4\pi} 1 \right) \\ &- \frac{(\boldsymbol{B}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{B}' + (\boldsymbol{B}' \cdot \nabla)\boldsymbol{B}_0}{4\pi} + \nabla \cdot \tau' + \rho_0 \boldsymbol{g}' + \rho' \boldsymbol{g}_0 + \boldsymbol{F}'. \qquad (A.2)\end{aligned}$$

On remplace maintenant l'expression de $\boldsymbol{v}' = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} - (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0$ dans la dernière équation, obtenant

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} &= -\frac{\nabla p'}{\rho_0} - \left[(\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}' + \frac{(\rho' \boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0}{\rho_0} + (\boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 - (\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_0 \right] \\ &- \frac{\rho'}{\rho_0}\frac{\partial \boldsymbol{v}_0}{\partial t} - (\frac{\partial \boldsymbol{v}_0}{\partial t} \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi} + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\frac{\partial \boldsymbol{v}_0}{\partial t} - \frac{1}{4\pi\rho_0}[(\boldsymbol{B}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{B}' + (\boldsymbol{B}' \cdot \nabla)\boldsymbol{B}_0] \\ &- \frac{1}{4\pi\rho_0}\nabla \cdot (\boldsymbol{B}_0 \cdot \boldsymbol{B}' 1) + \frac{\nabla \cdot \tau'}{\rho_0} + \boldsymbol{g}' + \frac{\rho'}{\rho_0}\boldsymbol{g}_0 + \frac{\boldsymbol{F}'}{\rho_0}, \qquad (A.3)\end{aligned}$$

ou bien une autre équation

$$\begin{aligned}
\rho_0\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}}{\partial t^2}+2\rho_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t} &= -\nabla p'-[\rho_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{\xi}-\rho_0((\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0+(\rho'\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0]\\
&- \rho'\frac{\partial\boldsymbol{v}_0}{\partial t}-\rho_0(\frac{\partial\boldsymbol{v}_0}{\partial t}\cdot\nabla)\boldsymbol{\xi}+\rho_0(\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla)\frac{\partial\boldsymbol{v}_0}{\partial t}-\frac{1}{4\pi}\left[(\boldsymbol{B}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{B}'+(\boldsymbol{B}'\cdot\nabla)\boldsymbol{B}_0\right]\\
&- \frac{1}{4\pi}\nabla\cdot(\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}'1)+\nabla\cdot\tau'+\rho_0\boldsymbol{g}'+\rho'\boldsymbol{g}_0+\boldsymbol{F}'. \qquad \text{(A.4)}
\end{aligned}$$

Si l'atmosphère à l'équilibre est indépendante du temps, l'équation de la dynamique se réduit à

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} &= -\frac{\nabla p'}{\rho_0}-\left[(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}'+\frac{(\rho'\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0}{\rho_0}+(\boldsymbol{v}'\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0-(\frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0\right]\\
&- \frac{1}{4\pi\rho_0}\left[(\boldsymbol{B}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{B}'+(\boldsymbol{B}'\cdot\nabla)\boldsymbol{B}_0\right]-\frac{1}{4\pi\rho_0}\nabla\cdot(\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}'1)\\
&+ \frac{\nabla\cdot\tau'}{\rho_0}+\boldsymbol{g}'+\frac{\rho'}{\rho_0}\boldsymbol{g}_0+\frac{\boldsymbol{F}'}{\rho_0}, \qquad \text{(A.5)}
\end{aligned}$$

ou bien l'équation

$$\begin{aligned}
\rho_0\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}}{\partial t^2}+2\rho_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t} &= -\nabla p'-[\rho_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)(\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{\xi}-\rho_0((\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0+(\rho'\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0]\\
&- \frac{1}{4\pi}\left[(\boldsymbol{B}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{B}'+(\boldsymbol{B}'\cdot\nabla)\boldsymbol{B}_0\right]\\
&- \frac{1}{4\pi}\nabla\cdot(\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}'1)+\nabla\cdot\tau'+\rho_0\boldsymbol{g}'+\rho'\boldsymbol{g}_0+\boldsymbol{F}'. \qquad \text{(A.6)}
\end{aligned}$$

A.2 Equation de l'énergie linéarisée

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e'}{\partial t} &+ \nabla\cdot\boldsymbol{S}'\\
&= \frac{\eta}{4\pi}\nabla\cdot(\boldsymbol{B}_0\times\nabla\times\boldsymbol{B}'+\boldsymbol{B}'\times\nabla\times\boldsymbol{B}_0)+\nabla\cdot(\boldsymbol{v}\cdot\tau)'+\nabla\cdot(K\nabla T')\\
&+ \rho_0(\boldsymbol{g}'\cdot\boldsymbol{v}_0)+\rho_0(\boldsymbol{g}_0\cdot\boldsymbol{v}')+\rho'(\boldsymbol{g}_0\cdot\boldsymbol{v}_0)+Q'_{rad}, \qquad \text{(A.7)}
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{v}\cdot\tau)' &= \mu\left[\boldsymbol{v}_0\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v'_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}(\nabla\cdot\boldsymbol{v}')\right)\right.\\
&+ \left.\boldsymbol{v}'\left(\frac{\partial v_{0i}}{\partial x_j}+\frac{\partial v_{0j}}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}(\nabla\cdot\boldsymbol{v}_0)\right)\right], \qquad \text{(A.8)}
\end{aligned}$$

$$e'=\rho_0\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{v}'+\frac{1}{2}\rho' v_0^2+\frac{\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}'}{4\pi}+\rho'\varepsilon, \qquad \text{(A.9)}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}' &= p_0\boldsymbol{v}' + p'\boldsymbol{v}_0 + \frac{\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}'}{2\pi}\boldsymbol{v}_0 + \frac{B_0^2}{4\pi}\boldsymbol{v}' - \frac{\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{B}') + \boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{v}'\cdot\boldsymbol{B}_0) + \boldsymbol{B}'(\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{B}_0)}{4\pi}\\ &+ \frac{3}{2}\rho_0 v_0^2\boldsymbol{v}' + \frac{1}{2}\rho' v_0^2\boldsymbol{v}_0 + \rho_0\varepsilon\boldsymbol{v}' + \rho'\varepsilon\boldsymbol{v}_0, \qquad \text{(A.10)}\end{aligned}$$

avec toujours $\boldsymbol{v}' = \frac{\partial\boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{\xi} - (\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_0$.

Les équations à l'équilibre

$$\begin{aligned}\frac{\partial e_0}{\partial t} &+ \nabla\cdot\boldsymbol{S}_0\\ &= \frac{\eta}{4\pi}\nabla\cdot(\boldsymbol{B}_0\times\nabla\times\boldsymbol{B}_0) + \nabla\cdot(\boldsymbol{v}\cdot\tau)_0 + \nabla\cdot(K\nabla T_0)\\ &+ \rho_0(\boldsymbol{g}_0\cdot\boldsymbol{v}_0) + \mathbf{Q^0}_{rad}, \qquad \text{(A.11)}\end{aligned}$$

avec

$$(\boldsymbol{v}\cdot\tau)_0 = \mu\boldsymbol{v}_0\left(\frac{\partial v_{0i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}(\nabla\cdot\boldsymbol{v}_0)\right) \qquad \text{(A.12)}$$

$$e_0 = \frac{1}{2}\rho_0 v_0^2 + \frac{B_0^2}{8\pi} + \rho_0\varepsilon \qquad \text{(A.13)}$$

$$\boldsymbol{S}_0 = p_0\boldsymbol{v}_0 + \frac{B_0^2}{4\pi}\boldsymbol{v}_0 - \frac{\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{B}_0)}{4\pi} + \frac{1}{2}\rho_0 v_0^2\boldsymbol{v}_0. + \rho_0\varepsilon\boldsymbol{v}_0 \qquad \text{(A.14)}$$

B Les moyens de calcul et la structure du code SLiM (partie I)

B.1 Les moyens de calcul

Les premiers calculs du code ont été faits avec la machine de calcul Seismo 1 du Max-Planck-Institue for solar systeme research à Lindau en Allemagne.

Cette machine est composée de 8 processeurs de type AMD 64 dual-core, donc 16 cores au total. La fréquence d'horloge est de 2.6 Ghz avec une mémoire (RAM) de 32 Go. Le code peut être exécuté directement sur la machine ou la machine virtuelle en utilsant le PVM (Parallel Virtual Machine). La durée moyenne d'une simulation typique en utilisant une bonne résolution spatiale ($200 \times 100 \times 200$) avec une cadence de 6 secondes (intervalle de temps entre les données) est de 2 jours avec la machine seismo 1. La taille du cube de simulation est de 40 Mm en x, 20 Mm en y et 10 Mm en z. Cette simulation typique génère un volume de données de l'ordre de plusieurs centaines de Go.

En 2008, la machine seismo étant inaccéssible depuis Alger à cause de la mauvaise connexion internet ou par le bloquage des port SSH (Secure Shell), le code a été exécuté en majeur partie avec mon PC portable. Ainsi, les simulations qui figurent dans la thèse dans la partie I ont été faites avec un PC portable. Afin de réduire la quantité énorme de données et avoir une durée raisonable de calcul avec le PC portable, nous avons réduit la résolution spatiale de z à 150 en diminuant la profondeur de 10 Mm à 6 Mm. La cadence de temps a été augmenté également à 60 secondes . Malgré ces modifications, une simulation typique génère un volume de 15 Go en moyenne. La durée du calcul d'une simulation dépend de la performance des PC:

- Fin 2008, PC portable Fijustu Siemens, muni d'un processeur de type Intel duo Centrino 32 bits, de fréquence 1.83 Ghz avec une RAM de 1 Go. La durée du calcul peut aller de 11 jours à deux semaines.

- En 2009, un PC de bureau a été utilisé également pour le calcul, muni d'un processeur de type Intel Pentium 4, de fréquence 3.06 GHz avec une RAM de 2 Go. La durée de calcul varie entre 5 jours et une semaine.

- En 2009, le PC portable a été rajoué de 2 Go de RAM, ce qui fait 3 Go de RAM, la durée du calcul a été réduite entre 3 à 4 jours.

- Fin 2011, un nouveau PC portable Sony Vaio, avec un processeur de 64 bits de type Intel Core i7, un quadri-dual-core, ce qui fait 8 cores au total. La fréquence est de 2

Ghz avec une RAM de 8 Go. La durée du calcul est 1 journée pour le cas d'un tube solitaire (chapitre 4), et 2 jours pour le cas d'un couple ou d'un ensemble de tubes magnétiques (chapitre 5).

Le stockage des données a éte fait sur un disque dure de 120 Go de 2008 à 2009, puis sur un autre disque dure de 1 Tb (1000 Go) depuis 2009.

B.2 La structure du code SLiM

Le code SLiM est implémenté en language Fortran. Pour le moment il est utilsable sous environnement Linux ou Unix. Le compilateur sous Linux est le gcc gfortan. La visualisation et les courbes qui sont présentées dans cette thèse ont été faites avec le logiciel de programmation IDL.

Le code se compose de cinq modules principaux. Sous Linux, le fichier **Makefile** permet l'exécution en même temps des cinq modules :

Paramètres (param.f90)

Ce module permet principalement de fixer la résolution spatiale dans les trois directions de l'espace ainsi que les dimensions du cube de simulation.

Modèle atmosphérique (polytrope.f90)

En faisant appel au module Paramètres, le programme polytrope permet de mettre en place l'atmosphère à l'équilibre. Dans notre cas c'est les paramètres et les profiles de densité et de pression du polytrope. On peut ajouter également les composantes dans les trois dimensions d'un éventuel écoulement de vitesse. Aussi, ce module fixe le profile du champ magnétique initial du tube ou de la tache solaire et sa position dans le cube de simulation. Ces données non perturbées seront stockées sous forme de fichiers ".dat" dans un répertoire "polytrope" situé à l'intérieur du répertoire principale du code (ux1-wavesim, uy1-wavesim, uz1-wavesim, bx1-wavesim, by1-wavesim, bz1-wavesim, gamma-wavesim, pressure-wavesim, rho-wavesim)

FFTW (fftw3.f)

Ce programme fait appel au FFTW. Ce dernier est une librairie de subroutines en language C qui calcule la transformée de Fourier discrète (DFT) en plusieurs dimensions et en données complexes ou réelles. Avant d'exécuter le code, il est impératif d'installer le paquetage FFTW3 dans le PC (http://www.fftw.org/). C'est le fichier **Makefile** qui fait appel aux autres composantes de la FFT qui sont dans la librairie installée.

Conditions initiales (makeIC-fmode.f90)

Le programme permet de construire le paquet d'onde incident et le faire propager le long du cube de simulation en terme de vecteur de déplacement sans la présence de la perturbation. Dans notre cas il s'agit d'un paquet d'onde plane de type mode-f. Les données sont stockées dans le fichier "INPUT.dat".

Onde (wave.f90)

C'est un module important qui permet de résoudre les équations linéaires des ondes en utilisant le module de conditions initiales. Le vecteur déplacement calculé est soumis à l'effet de la perturbation, ce qui correspond au champ total de l'onde. Le terme de viscosité est pris en compte à travers le vecteur déplacement. Le pas de temps est également calculé par ce programme, ce qui permet de fixer l'intervalle de temps pour laquelle chaque donnée est stockée. Les 11 variables (.dat) sont les trois composantes du déplacement et de la vitesse qui sont dans les fichiers "rd.output", les trois composantes du vecteur perturbation du champ magnétique dans les fichiers "rd.db", enfin les deux varaibles qui sont la pression et la densité dans les fichiers "rd.rho.press". Il faut rappeler que chaque variable dépend des coordonnées (x, y, z) et du temps t qui est mesuré depuis le début de la simulation.

C Les méthodes d'intégration numérique

C.1 La méthode Lax-Wendroff

Les équations de la MHD peuvent être écrites sous la forme conservative

$$\partial_t \boldsymbol{u} + \nabla \cdot \boldsymbol{F} = 0, \tag{C.1}$$

où $\boldsymbol{u}$=($\rho, \rho\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}, e$) et $\boldsymbol{F}$=$\boldsymbol{F}$($\boldsymbol{u}$).

La forme la plus simple de cette équation est l'équation de l'advection

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -v\frac{\partial u}{\partial x}. \tag{C.2}$$

La résolution de cette équation se fait en discrétisant l'espace (schéma explicite centré)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u^n_{j+1} - u^n_{j-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2), \tag{C.3}$$

et le temps

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+1}_j - u^n_j}{\Delta t} + O(\Delta t). \tag{C.4}$$

La méthode d'Euler consiste à remplacer directement les expressions C.3 et C.4 dans la relation C.2, ce qui revient à résoudre l'équation

$$\frac{u^{n+1}_j - u^n_j}{\Delta t} = -v\left(\frac{u^n_{j+1} - u^n_{j-1}}{2\Delta x}\right). \tag{C.5}$$

L'analyse de stabilité de Von Neuman consiste à verifier si ce schéma numérique est stable ou instable sans faire les calculs. Il s'agit d'une analyse locale du schéma en assumant que les coefficients des équations PDE varient lentement. Il suffit de remplacer dans l'expression du schéma le Ansatz $u^n_j = \xi^n e^{ikj\Delta x}$, où $\xi = \xi(k)$ est le facteur d'amplification et k est le vecteur d'onde. Le schéma numérique est instable si $|\xi(k)| > 1$ où l'amplitude est donnée par $|\xi| = \sqrt{\xi\xi^*}$.

L'analyse de Von Neuman pour le schéma d'Euler montre que ce dernier est instable.

Une simple façon pour stabiliser la méthode d'Euler a été proposé par Peter Lax, il suffit de remplacer $u^n_j \to 1/2(u^n_{j+1} + u^n_{j-1})$.

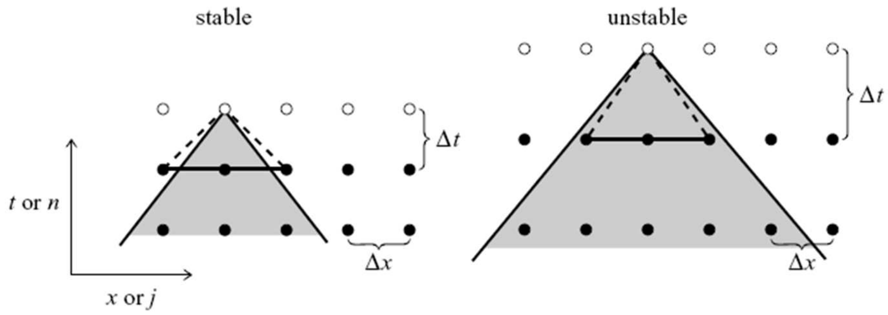


Figure C.1: Une méthode est stable si l'information ou les points physiques définits par la PDE (la région en gris) sont à l'intérieur du domaine numérique définit par les points de la maille. Par exemple les vitesses sont définits à partir de Δx et Δt.

L'expression C.5 devient

$$u_j^{n+1} = \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) + \frac{v\Delta t}{2\Delta x}(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n). \tag{C.6}$$

En utilisant l'analyse de stabilité pour le schéma de Lax, on trouve

$$|\xi| = \sqrt{\cos^2(k\Delta x) + \left(\frac{v\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \sin^2(k\Delta x)} > 1, \tag{C.7}$$

ce qui implique que le schéma de Lax serait stable si

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} \leq 1. \tag{C.8}$$

La relation de stabilité C.8 est connue par la condition Courant Friedrichs Levy CFL. C'est une condition générale pour la stabilité numérique qui est souvent utilisée en physique et dans les cas non linéaires comme l'hydrodynamique en remplaçant v par la vitesse acoustique, et la MHD en remplaçant v par la vitesse d'Alfvén (Figure C.1).

En utilisant la relation d'Euler C.5 et en revenant à l'écriture classique de l'équation différentielle , on peut écrire la relation de Lax C.6 de la manière suivante

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -v\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}\nabla^2 u. \tag{C.9}$$

Le deuxième terme du membre droit de l'équation C.9 est le terme de diffusion ou de viscosité. Il dissipe toutes les petites structures spatiales dans la maille qui ne sont pas intéressantes. C'est aussi un terme de stabilité pour la partie non linéaire de l'équation PDE.

Lax-Wendroff est une méthode explicite à deux étapes basée sur la méthode Lax. On peut résumer les étapes comme suit (Figure C.2):

- Application de la méthode de Lax mais en avançant d'une demi-étape de temps

$$u_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_j^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left(F_{j+1}^n - F_j^n\right). \tag{C.10}$$

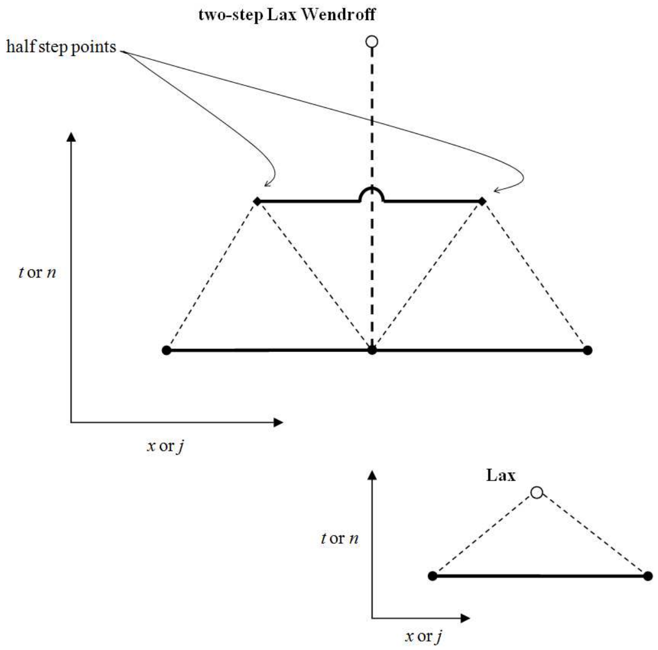


Figure C.2: Un schéma qui montre la méthode Lax-Wendroff à deux étapes.

- Calculer le flux à ce point $t^{n+1/2}$.
- Avancer vers l'étape t^{n+1} en utilisant les points à t^n et $t^{n+1/2}$

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{j+1/2}^{n+1/2} - F_{j-1/2}^{n+1/2}\right). \tag{C.11}$$

- Les résultats intermédiaires à $t^{n+1/2}$ ne sont plus nécessaires.
- Le schéma est en second ordre dans l'espace et dans le temps.

Cette méthode est stable si la condition CFL est satisfaite. La viscosité est en 4ème ordre en k par rapport au 2ème ordre pour la méthode de Lax, ce qui conduit à un effet de viscosité moins.

C.2 La méthode spectrale

La méthode spectrale est utilisée pour résoudre les équations différentielles ordinaires (ODEs), les équations différentielles aux dérivées partielles (PDEs) et qui utilisent souvent la transformée de Fourier rapide (FFT). Au lieu d'approximer les opérateurs différentiels comme dans la méthode des différences finies, la méthode spectrale approxime les solutions. Pour résoudre les équations PDEs dépendantes du temps, la méthode spectrale propose des solutions sous la forme d'une somme de fonctions basiques avec des coefficients dépendants du temps (par exemple les séries de Fourier).

En substituant ces solutions dans les équations PDEs, on obtient un système de ODEs avec des coefficients qui peuvent être résolus en utilisant des méthodes numériques pour les ODEs comme la méthode Lax-Wendroff. Cette méthode est de plus en plus utilisée car elle donne des solutions lisses avec une précision meilleure par rapport aux méthodes des différences finies.

Les quelques avantages de cette méthode sont:

- Les dérivées sont calculées avec exactitude.
- Une très bonne convergence dans l'espace.
- Souvent plus précise que la méthode des différence finies (nombre de noeuds versus modes de Fourier).
- Elle conserve l'energie naturellement.

Les quelques inconvénients de cette méthode :

- Plus compliquée à implémenter.
- Difficile à paralléliser.
- Cette méthode est très couteuse pour les hautes résolutions. Le nombre d'opérations FFT est proportionnel à $N \ln(N)$ plutot que N pour les méthodes des points noeuds.

D Les ondes magnéto-acoustiques

On considère un milieu homogène, de densité uniforme, on néglige la stratification, la vitesse du son c ainsi que la vitesse d'Alfvén a sont uniformes. On assume que le champ magnétique uniforme $\boldsymbol{B}$ et dans la direction z, le vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ est dans le plan $x - z$. L'angle θ est l'angle compris entre $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{k}$. Les ondes magnétoacoustiques sont les solutions des équations MHD perturbées qui sont écrites dans la partie I, chapitre 2. On combine ces équations en les écrivant en terme d'un système d'équations propres en fonction du vecteur perturbation de vitesse.

Pour que ce système admette une solution non triviale, il faut que son déterminant soit nul, ce qui nous conduit à la relation de dispersion suivante

$$(\omega^2 - k^2 a^2 \cos^2\theta)\left[\omega^4 - \omega^2 k^2 (a^2 + c^2) + k^4 a^2 c^2 \cos^2\theta\right] = 0. \tag{D.1}$$

Il existe trois solutions indépendantes à cette relation de dispersion qui correspondent à trois types de modes d'oscillation qui se propagent dans ce milieu.

La première solution se découple des deux autres solutions est associée à la fluctuation $(0, v'_y, 0)$ est donnée par la relation de dispersion linéaire

$$\omega_a = k_{\parallel} a. \tag{D.2}$$

C'est une onde transversale qui se propage le long du champ magnétique avec la vitesse de phase $a = B/(4\pi\rho)^{1/2}$, elle est connue sous le nom d'onde d'Alfvén. Ce mode n'induit aucune perturbation de densité ou de pression, donc c'est un mode incompressible. La vitesse de groupe est constante également et vaut la vitesse d'Alfvén a et elle est dirigé le long du champ magnétique où l'energie de l'onde est transportée.

Les deux autres solutions de la relation de dispersion D.1 sont

$$\omega = kV_+ \tag{D.3}$$

et

$$\omega = kV_- \tag{D.4}$$

où

$$V_\pm^2 = \frac{1}{2}\left(V_f^2 \pm \sqrt{V_f^4 - 4a^2c^2\cos^2\theta}\right) \tag{D.5}$$

avec $V_f^2 = a^2 + c^2$ est la vitesse dite Fast. Du moment où $V_+ > V_-$, la première solution est connue par le mode magnétoacoustique Fast ou rapide et la seconde solution est le mode magnétoacoustique Slow ou lent, souvent symbolisé par le mode-s. Ces modes sont

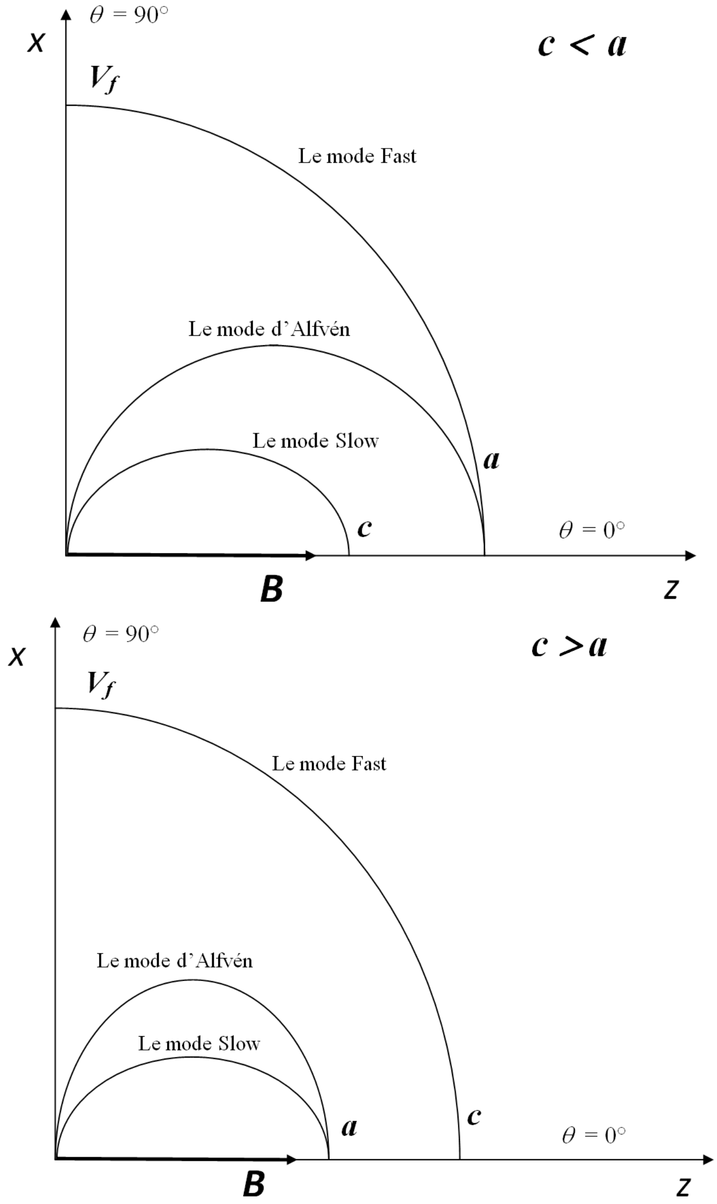


Figure D.1: Le diagramme de vitesse de phase des ondes magnétoacoustiques en coordonnées polaires dans le plan $x - z$ pour le plasma-β faible ($c < a$) et le plasma-β assez grand ($c > a$).

associés au vecteur propre $(v'_x, 0, v'_y)$ et donc ils peuvent se déplacer dans des directions différentes de celle du champ magnétique. Les ondes magnétoacoustiques perturbent à la fois la pression et le champ magnétique, c'est un mode compressible.

Afin d'analyser plus en détail la propagation de ces modes, il est instructif de représenter le diagramme des vitesses de phase (Figure D.1).

On distingue deux cas qui nous interesse dans notre étude:

- Lorsque $\beta \to \infty$, la force de pression se découple de la force de Lorentz, on obtient ainsi un mode transversal qui est le mode d'Alfvén pur, et un mode longitudinal qui est le mode acoustique pur.

- Lorsque $\beta \to 0$, la force de pression se couple fortement avec la force de Lorentz, un des modes obtenu est appelé le mode Alfvén compressible, il correspond au mode magnétoacoustique Fast, avec une vitesse égale à la vitesse d'Alfvén a. L'autre mode est le mode acoustique d'Alfvén, il correspond au mode magnétoacoustique Slow , avec une vitesse égale à la vitesse acoustique c.

Bibliography

Bentley, R. D., Klein, K.-L., van Driel-Gesztelyi, L., et al., 2000, Magnetic Activity Associated With Radio Noise Storms, *Solar Phys*, 193, 227

Berenger, J.-P., 1994, A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *J. Comput. Physics*, 114, 185

Birsdall, C. K, Langdon, B. A., 1984, Plasma Physics Via Computer Simulation, pp. 470. ISBN 0070053715. McGraw Hill Higher Education, December 1984

Bogdan, T. J., & Fox, D. C., 1991, Multiple scattering of acoustic waves by a pair of uniformly magnetized flux tubes, *ApJ*, 379, 758

Bogdan, T. J., Brown, T. M., Lites, B. W., & Thomas, J. H., 1993, The absorption of p-modes by sunspots - Variations with degree and order, *ApJ*, 406, 723

Bogdan, T. J., Hindman, B. W., Cally, P. S., & Charbonneau, P., 1996, Absorption of p-Modes by Slender Magnetic Flux Tubes and p-Mode Lifetimes, *ApJ*, 465, 406

Bogdan, T. J., 2000, Sunspot Oscillations: A Review, *Solar Phys*, 192, 373

Braun, D. C., Duvall, T. L., Jr., & Labonte, B. J., 1987, Acoustic absorption by sunspots, *ApJ*, 319, L27

Braun, D. C., Duvall, T. L., Jr., & Labonte, B. J., 1988, The absorption of high-degree p-mode oscillations in and around sunspots, *ApJ*, 335, 1015

Braun, D. C., 1995, Scattering of p-Modes by Sunspots. I. Observations, *ApJ*, 451, 859

Buttighoffer, A., Pick, M., Roelof, E. C., Hoang, S., Mangeney, A., Lanzerotti, L. J., Forsyth, R. J., & Phillips, J. L., 1995, Coronal electron stream and Langmuir wave detection inside a propagation channel at 4.3 AU, *J.geophys. Res*, 100, 3369

Buttighoffer, A., 1998, Solar electron beams associated with radio type III bursts: propagation channels observed by Ulysses between 1 and 4 AU, *Astron.Astrophys*, 335, 295

Cally, P. S., & Bogdan, T. J., 1997, Simulation of f- and p-Mode Interactions with a Stratified Magnetic Field Concentration, *ApJ*, 486, L67

Cameron, R., Gizon, L., & Daiffallah, K., 2007, SLiM: a code for the simulation of wave propagation through an inhomogeneous, magnetised solar atmosphere, *Astron. Nachr*, 328, 313

Cameron, R., Gizon, L., & Duvall, T. L., Jr., 2008, Helioseismology of Sunspots: Confronting Observations with Three-Dimensional MHD Simulations of Wave Propagation, *Solar Phys*, 251, 291

Carlson, C. W., et al., 1998, FAST observations in the downward auroral current region: Energetic upgoing electron beams, parallel potential drops, and ion heating, *Geophys. Res. Lett*, 25, 2017

Caroubalos, C., Hillaris, A., Bouratzis, C., et al., 2004, *Astron.Astrophys*, Solar type II and type IV radio bursts observed during 1998-2000 with the ARTEMIS-IV radiospectrograph, 413, 1125

Chang, H.-K., Chou, D.-Y., Labonte, B., & TON Team 1997, Ambient acoustic imaging in helioseismology, *Nature*, 389, 825

Christensen-Dalsgaard, J., Duvall, T. L., Jr., Gough, D. O., Harvey, J. W., & Rhodes, E. J., Jr., 1985, Speed of sound in the solar interior, *Nature*, 315, 378

Christensen-Dalsgaard, J., Dappen, W., Ajukov, S. V., et al., 1996, The Current State of Solar Modeling, *Science*, 272, 1286

Christensen-Dalsgaard, J., 2002, Helioseismology, *Rev. Mod Phys*, 74, 1073

Cowling, T. G., 1953, in The Sun, ed. G. P. Kuiper (Chicago: University of Chicago Press), 532, 1953

Cramer, N. F., 2001, The Physics of Alfvén Waves, by Neil F. Cramer, pp. 312. ISBN 3-527-40293-4. Wiley-VCH, December 2001

Daiffallah, K., 2005, Etude des ondes Magnéto-atmosphériques: interaction des oscillations Fast et Slow, Thèse de Magister, Univ d'Alger USTHB, 2005

Daiffallah, K., Abdelatif, T., Bendib, A., Cameron, R., & Gizon, L., 2011, 3D Numerical Simulations of f-Mode Propagation Through Magnetic Flux Tubes, *Solar Phys*, 268, 309

Dawson, J. M., 1983, Particle simulation of plasmas, *Rev. Mod Phys*, 55, 403

Defouw, R. J., 1976, Wave propagation along a magnetic tube, *ApJ*, 209, 266

Del Zanna, G., Aulanier, G., Klein, K.-L., Toumlrök, T., 2011, A single picture for solar coronal outflows and radio noise storms, *Astron.Astrophys*, 526, A137

Deubner, F.-L., 1975, Observations of low wavenumber nonradial eigenmodes of the sun, *Astron.Astrophys*, 44, 371

Duncan, R. A., 1983, Dynamic behaviour of the K-corona above a type I radio source, *Solar Phys*, 89, 63

Duvall, T. L., Jr., Dziembowski, W. A., Goode, P. R., et al., 1984, Internal rotation of the sun, *Nature*, 310, 22

Duvall, T. L., Jr., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., & Pomerantz, M. A., 1993, Time-distance helioseismology, *Nature*, 362, 430

Duvall, T. L., Jr., Birch, A. C., & Gizon, L., 2006, Direct Measurement of Travel-Time Kernels for Helioseismology, *ApJ*, 646, 553

Edlén, B., 1942, Die Deutung der Emissionslinien im Spektrum der Sonnenkorona. Mit 6 Abbildungen, *Zeitschrift fur Astrophysik*, 22, 30-+

Ergun, R. E., Malaspina, Eigenmode Structure in Solar-Wind Langmuir Waves D. M., Cairns, I. H., et al., 2008, *Phys. Rev. Lett*, 101, 051101

Felipe, T., Khomenko, E., & Collados, M., 2010, Magneto-acoustic Waves in Sunspots: First Results From a New Three-dimensional Nonlinear Magnetohydrodynamic Code, *ApJ*, 719, 357

Frigo, M., Johnson, S., 2005, The Design and Implementation of FFTW3, *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, no. 2, pp. 216–231

Fujimura, D., & Tsuneta, S., 2009, Properties of Magnetohydrodynamic Waves in the Solar Photosphere Obtained with Hinode, *ApJ*, 702, 1443

Génot, V., Louarn, P., & Le Quéau, D., 1999, A study of the propagation of Alfvén waves in the auroral density cavities, *J.geophys. Res*, 104, 22649

Génot, V., 1999, Etude des phénomènes d'accélération de particules dans les régions aurorales
des magnétosphères, Thèse de Doctorat, Univ de Versailles, Juin 1999

Génot, V., Louarn, P., & Mottez, F., 2000, Electron acceleration by Alfvén waves in density cavities, *J.geophys. Res*, 105, 27611

Génot, V., Louarn, P., & Mottez, F., 2004, Alfvén wave interaction with inhomogeneous plasmas: acceleration and energy cascade towards small-scales, *Ann. Geophys*, 22, 2081

Giles, P. M., 1999, Time-Distance measurement of large-scale flows in the solar convection zone, Thèse de Doctorat, Univ de Stanford, 1999

Gizon, L., Duvall, T. L., Jr., & Larsen, R. M., 2000, Seismic Tomography of the Near Solar Surface, *J. Astrophys. Astronom*, 21, 339

Gizon, L., 2003, Probing flows in the upper solar convection zone, Thèse de Doctorat, Univ de Stanford, 2003

Gizon, L., & Birch, A. C., 2005, Local Helioseismology, *Living Rev. Sol. Phys*, 2, 6

Gizon, L., Hanasoge, S. M., & Birch, A. C., 2006, Scattering of Acoustic Waves by a Magnetic Cylinder: Accuracy of the Born Approximation , *ApJ*, 643, 549

Gizon, L., Schunker, H., Baldner, C. S., et al., 2009, Helioseismology of Sunspots: A Case Study of NOAA Region 9787, *Space Sci. Rev*, 144, 249

Gizon, L., Birch, A. C., & Spruit, H. C., 2010, Local Helioseismology: Three-Dimensional Imaging of the Solar Interior, *Ann. Rev. Astron. Astrophys*, 48, 289

Goertz, C. K., & Boswell, R. W., 1979, Magnetosphere-ionosphere coupling, *J.geophys. Res*, 84, 7239

Goertz, C. K., 1984, Kinetic Alfvén waves on auroral field lines, *Planet. Space Sci*, 32, 1387

Goertz, C. K., 1985, Auroral arc formation - Kinetic and MHD effects, *Space Sci. Rev*, 42, 499

González Hernández, I., Hill, F., & Lindsey, C,, 2007, Calibration of Seismic Signatures of Active Regions on the Far Side of the Sun, *ApJ*, 669, 1382

Gough, D. O., & Toomre, J., 1983, On the detection of subphotospheric convective velocities and temperature fluctuations, *Solar Phys*, 82, 401

Grotrian, W., 1939, Zur Frage der Deutung der Linien im Spektrum der Sonnenkorona, *Naturwissenschaften*, 27, 214

Haber, D. A., Hindman, B. W., Toomre, J., et al., 2000, Solar shear flows deduced from helioseismic dense-pack samplings of ring diagrams, *Solar Phys*, 192, 335

Hanasoge, S. M., Birch, A. C., Bogdan, T. J., & Gizon, L., 2008, f-mode Interactions with Thin Flux Tubes: The Scattering Matrix, *ApJ*, 680, 774

Hanasoge, S. M., & Cally, P. S., 2009, Multiple Scattering of Waves by a Pair of Gravitationally Stratified Flux Tubes, *ApJ*, 697, 651

Hanasoge, S. M., Komatitsch, D., & Gizon, L., 2010, An absorbing boundary formulation for the stratified, linearized, ideal MHD equations based on an unsplit, convolutional perfectly matched layer, *Astron.Astrophys*, 522, A87

Hartlep, T., Zhao, J., Mansour, N. N., & Kosovichev, A. G., 2008, Validating Time-Distance Far-Side Imaging of Solar Active Regions through Numerical Simulations, *ApJ*, 689, 1373

Hasegawa, A., & Chen, L., 1975, Kinetic process of plasma heating due to Alfvén wave excitation, *Phys. Rev. Lett*, 35, 370

Hasegawa, A., 1976, Particle Acceleration by MHD Surface Wave and Formation of Aurora, *J.geophys. Res*, 81, 5083

Hewett, D. W., & Langdon, A. B., 1987, Electromagnetic direct implicit plasma simulation, *J. Comput. Physics*, 72, 121

Hilgers, A., Holback, B., Holmgren, G., & Bostrom, R., 1992, Probe measurements of low plasma densities with applications to the auroral acceleration region and auroral kilometric radiation sources, *J.geophys. Res*, 97, 8631

Hill, F., 1988, Rings and trumpets - Three-dimensional power spectra of solar oscillations, *ApJ*, 333, 996

Hindman, B. W., & Jain, R., 2008, The Generation of Coronal Loop Waves below the Photosphere by p-Mode Forcing, *ApJ*, 677, 769

Jensen, J. M., & Pijpers, F. P., 2003, Sensitivity kernels for time-distance inversion based on the Rytov approximation, *Astron.Astrophys*, 412, 257

Keppens, R., Bogdan, T. J., & Goossens, M., 1994, Multiple scattering and resonant absorption of p-modes by fibril sunspots, *ApJ*, 436, 372

Khomenko, E., Collados, M., & Felipe, T., 2008, Nonlinear Numerical Simulations of Magneto-Acoustic Wave Propagation in Small-Scale Flux Tubes, *Solar Phys*, 251, 589

Khomenko, E., 2009, Simulations of Waves in Sunspots, Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio-and Asteroseismology: GONG 2008/SOHO 21, 416, 31

Khomenko, E., Kosovichev, A., Collados, M., Parchevsky, K., & Olshevsky, V., 2009, Theoretical Modeling of Propagation of Magnetoacoustic Waves in Magnetic Regions Below Sunspots, *ApJ*, 694, 411

Klein, K.-L., 1995, Long-Duration Non-Thermal Energy Release in Flares and Outside Flares, *Lecture Notes in Physics: Coronal Magnetic Energy Releases*, 444, 55

Kosovichev, A. G., 1996, Tomographic Imaging of the Sun's Interior, *ApJL*, 461, L55

Kosovichev, A. G., Duvall, T. L. _., Jr., & Scherrer, P. H., 2000, Time-Distance Inversion Methods and Results, *Solar Phys*, 192, 159

Lax, P. D., Wendroff, B., 1964, Difference Schemes for Hyperbolic Equations with High Order of Accuracy, *Comm. Pure. Appl. Math*, 17, 381

Leibacher, J. W., & Stein, R. F. 1971, A New Description of the Solar Five-Minute Oscillation, *ApJL*, 7, 191

Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W., 1962, Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report, *ApJ*, 135, 474

Lindsey, C., & Braun, D. C., 1997, Helioseismic Holography, *ApJ*, 485, 895

Lindsey, C., & Braun, D. C., 2000, Seismic Images of the Far Side of the Sun, *Science*, 287, 1799

Louarn, P., Roux, A., de Feraudy, H., Le Queau, D., & Andre, M., 1990, Trapped electrons as a free energy source for the auroral kilometric radiation, *J.geophys. Res*, 95, 5983

Louarn, P., et al., 1994, Observation of kinetic Alfvén waves by the FREJA spacecraft, *Geophys. Res. Lett*, 21, 1847

Lynden-Bell, D., & Ostriker, J. P., 1967, On the stability of differentially rotating bodies, *MNRAS*, 136, 293

Mecheri, R., 2007, Coronal Waves and Instabilities within the Multi-fluid Description, Thèse de Doctorat, Univ de Braunschweig and Goettingen, 2007

Moradi, H., Baldner, C., Birch, A. C., et al., 2010, Modeling the Subsurface Structure of Sunspots, *Solar Phys*, 267, 1

Mottez, F., Adam, J. C., & Heron, A., 1998, A new guiding centre PIC scheme for electromagnetic highly magnetized plasma simulation, *Comput. Phys. Commun*, 113, 109

Mottez, F., 2008, A guiding centre direct implicit scheme for magnetized plasma simulations, *J. Comput. Physics*, 227, 3260

Musielak, Z. E., & Rosner, R., 1987, On the generation of magnetohydrodynamic waves in a stratified and magnetized fluid. I - Vertical propagation, *ApJ*, 315, 371

Narain, U., & Ulmschneider, P., 1990, Chromospheric and coronal heating mechanisms, *Space Sci. Rev*, 54, 377

Parker, E. N., 1979, Sunspots and the physics of magnetic flux tubes. I - The general nature of the sunspot. II - Aerodynamic drag, *ApJ*, 230, 905

Parnell, C. E., & De Moortel, I., 2012, A contemporary view of coronal heating, *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 370, 3217

Rajaguru, S. P., Basu, S., & Antia, H. M., 2001, Ring Diagram Analysis of the Characteristics of Solar Oscillation Modes in Active Regions, *ApJ*, 563, 410

Raulin, J. P., Kerdraon, A., Klein, K.-L., et al., 1991, Acceleration of electrons outside flares - Coronal manifestation and possible origin, *Astron.Astrophys*, 251, 298

Raulin, J. P., & Klein, K.-L., 1994, Acceleration of electrons outside flares: Evidence for coronal evolution and height-extended energy release during noise storms, *Astron.Astrophys*, 281, 536

Raulin, J. P., 1993, Accélération de longue durée d'électrons et evolution des structures coronales en dehors des éruptions solaires, Thèse de Doctorat, Univ de Paris 6, Mai 1993

Ryutov, D. A., & Ryutova, M. P., 1976, Sound oscillations in a plasma with "magnetic filaments", *Soviet Physics.JETP*, 43, 491

Sakurai, T., Goossens, M., & Hollweg, J. V., 1991, Resonant behaviour of MHD waves on magnetic flux tubes. I - Connection formulae at the resonant surfaces, *Solar Phys*, 133, 227

Sakurai, T., Goossens, M., & Hollweg, J. V., 1991, Resonant Behaviour of Magnetohydrodynamic Waves on Magnetic Flux Tubes - Part Two, *Solar Phys*, 133, 247

Scheuer, M. A., & Thomas, J. H., 1981, Umbral oscillations as resonant modes of magneto-atmospheric waves, *Solar Phys*, 71, 21

Schunker, H., Cameron, R. H., Gizon, L., & Moradi, H., 2011, Constructing and Characterising Solar Structure Models for Computational Helioseismology, *Solar Phys*, 271, 1

Schüssler, M., Vögler, A., 2006, Magnetoconvection in a Sunspot Umbra, *ApJ*, 641, L73

Solanki, S. K., Inhester, B., & Schüssler, M., 2006, The solar magnetic field, *Rep. Prog. Phys*, 69, 563

Spruit, H. C., 1981, Equations for thin flux tubes in ideal MHD, *Astron.Astrophys*, 102, 129

Spruit, H. C., 1981, Motion of magnetic flux tubes in the solar convection zone and chromosphere, *Astron.Astrophys*, 98, 155

Spruit, H. C., 1982, Propagation speeds and acoustic damping of waves in magnetic flux tubes, *Solar Phys*, 75, 3

Stein, R. F., & Nordlund, Å., 2000, Realistic Solar Convection Simulations, *Solar Phys*, 192, 91

Stéfant, R. J., 1970, Alfvén Wave Damping from Finite Gyroradius Coupling to the Ion Acoustic Mode, *Phys. Fluids*, 13, 440

Thomas, J. H., Cram, L. E., & Nye, A. H., 1982, Five-minute oscillations as a subsurface probe of sunspot structure, *Nature*, 297, 485

Thompson, K. W., 1987, Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, *J. Comput. Physics*, 68, 1

Tsiklauri, D., 2011, Particle acceleration by circularly and elliptically polarised dispersive Alfv́en waves in a transversely inhomogeneous plasma in the inertial and kinetic regimes *arXiv*, 1107.1191

Tziotziou, K., Tsiropoula, G., Mein, N., & Mein, P., 2006, Observational characteristics and association of umbral oscillations and running penumbral waves, *Astron.Astrophys*, 456, 689

Tziotziou, K., Tsiropoula, G., Mein, N., & Mein, P., 2007, Dual-line spectral and phase analysis of sunspot oscillations, *Astron.Astrophys*, 463, 1153

Ulrich, R. K., 1970, The Five-Minute Oscillations on the Solar Surface, *ApJ*, 162, 993

Vögler, A., Shelyag, S., Schüssler, M., et al., 2005, Simulations of magneto-convection in the solar photosphere. Equations, methods, and results of the MURaM code, *Astron.Astrophys*, 429, 335

Wilson, P. R., 1980, The interaction of acoustic waves with flux tubes, *ApJ*, 237, 1008

Zhao, J., Kosovichev, A. G., & Duvall, T. L., Jr., 2001, Investigation of Mass Flows beneath a Sunspot by Time-Distance Helioseismology, *ApJ*, 557, 384

Zhao, J., 2004, Inference of solar subsurface flows by time-distance helioseismology, Thèse de Doctorat, Univ de Stanford, 2004

Zhao, J., 2007, Time-Distance Imaging of Solar Far-Side Active Regions, *ApJL*, 664, L139

Zweibel, E. G., & Daeppen, W., 1989, Effects of magnetic fibrils on solar oscillation frequencies - Mean field theory, *ApJ*, 343, 994

Publications

- Cameron, R., Gizon, L., & Daiffallah, K., 2007, SLiM: a code for the simulation of wave propagation through an inhomogeneous, magnetised solar atmosphere, *Astron. Nachr*, 328, 313
- Daiffallah, K., Abdelatif, T., Bendib, A., Cameron, R., & Gizon, L., 2011, 3D Numerical Simulations of f-Mode Propagation Through Magnetic Flux Tubes, *Solar Phys*, 268, 309